МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ УССР
ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
И ОРДЕНА ДРУЖБЫ НАРОДОВ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А.М. ГОРЬКОГО

На правах рукописи

ВЕЛИЕВ Эльдар Исмаил оглы

УДК 535.422:517.598

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МНОГОУГОЛЬНИКАХ, ЛЕНТОЧНЫХ И КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭКРАНАХ

(01.04.03 - "Радиофизика, включая квантовую радиофизику)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Харьков - 1987

Работа выполнена в ордена Трудового Красного Знамени Институте радиофизики и электроники АН УССР

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор
ФРИДБЕРГ П.Ш. (Гродненский университет)
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник
КИРИЛЕНКО А.А. (ИРЭ АН УССР)
доктор физико-математических наук, профессор
СИНЯВСКИЙ Г.П. (РГУ)

Ведущая организация - Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Защита состоится "08" 01 1988 г. в 15⁰⁰ часов на заседании специализированного совета Д 068.31.01 при Харьковском государственном университете им. А.М.Горького - 310077, Харьков, пл.Дзержинского, 4, ауд. Ш-9.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке ХГУ.

Автореферат разослан "30" 11 1987 г.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО СОВЕТА
ДОЦЕНТ ЧЕБОТАРЕВ В.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие СВЧ радиофизики и освоение новых диапазонов длин волн, в особенности миллиметрового и субмиллиметрового, требует при проектировании новых приборов и устройств все чаще использовать функциональные элементы и узлы, характерные размеры которых сравнимы с длиной волны. Известно, что основными элементами таких устройств являются закрытые и открытые резонаторы, волноводы, различные периодические структуры, рассеиватели того или иного типа и т.п. Разработка и эффективное использование таких СВЧ устройств должны основываться на предварительных теоретических исследованиях, заключающихся в определении их характеристик и выяснении физических свойств. Эти исследования в резонансном диапазоне частот могут быть успешно проведены лишь с помощью численного моделирования на ЭВМ.

Интенсивное развитие вычислительной техники дало новый толчок развитию ряда разделов прикладной математической физики, в том числе и электродинамики. С использованием ЭВМ прикладная электродинамика получила перспективы, позволяющие решать принципиально новые задачи. Это обстоятельство способствует развитию соответствующих численных методов решения граничных задач электродинамики. Вопросу развития подобных методов посвящены монографии [I-9] , обзорные статьи [I0-I3] и ряд оригинальных работ [I4-I6] . В развитии этих методов условно можно выделить два основных направления [4,2I,22] : прямые численные и численно-аналитические методы. Они заметно различаются между собой в области применения и эффективности. Прямые численные методы являются наиболее перспективными [I0-I3] с точки зрения их универсальности. Они позволяют рассматривать широкий класс задач электродинамики, максимально приближенных к нуждам практики. В то же время известно, что прямые методы требуют большой работы по программированию и затраты машинного времени. Практическая же реализация этих методов зачастую становится невозможной, в связи со сложностью обоснования достоверности окончательных результатов. Учитывая, что возможности даже самых современных ЭВМ ограничены (по объему памяти и быстродействию), приходим к выводу, что на основе прямых численных методов не всегда удается достичь желаемых результатов при решении конкретных задач дифракции.

В связи с этим, актуальным становится создание эффективных численно-аналитических методов, которые основаны на аналитическом преобразовании первоначальных интегральных либо алгебраических уравнений, к которым сводятся краевые задачи. Эти методы, уступая прямым численным методам в широте охвата, тем не менее при рассмотрении определенного класса задач позволяют создавать высокоэффективные вычислительные алгоритмы [4,7,8]. Они также позволяют оценить области применимости различных асимптотических методов. В тех случаях, когда эти методы применимы, то при минимальных затратах машинного времени они позволяют получать точные и надежные численные результаты, которые могут служить эталоном для проверки точности различных прямых численных методов. К этому классу методов принадлежат в частности, метод Винера-Хопфа-Фока [17], модифицированный метод вычетов [18], метод полуобращения. Последний является наиболее универсальным и за последние 20 лет интенсивно и последовательно разрабатывается в харьковской школе радиофизиков под руководством академика АН УССР В.П.Шестопалова. В ос-

нове метода полуобращения лежит операция частичного обращения главной (сингулярной) части первоначально сформулированных операторных уравнений (интегральных, сумматорных), в результате чего получается операторные уравнения Фредгольма 2-го рода, которые могут быть решены с любой наперед заданной точностью. Широкому развитию и применению метода полуобращения посвящены работы [4,7,8,19], в которых решены многочисленные внешние и внутренние задачи прикладной электродинамики.

Наибольший успех в разработке и развитии строгих методов в задачах теории дифракции достигнут, когда относительно рассматриваемых тел сделан ряд допущений. В частности, таковыми являются идеальная проводимость металлических экранов и предположение об отсутствии "толщины". К тому же для простоты анализа чаще всего рассматриваются задачи рассеяния на одиночных препятствиях. Ясно, что строгие методы, развитые в рамках этих допущений, позволяют в той либо в иной степени исследовать основные закономерности характеристик рассеяния различных структур. Однако используемые на практике экраны имеют как конечную проводимость, так и конечную толщину. Поэтому разработка строгих методов, в которых учитывалась бы конечная толщина, либо конечная проводимость тел, несомненно является актуальной задачей математической теории дифракции.

Одной из сложных и практически важных проблем теории дифракции являются также задачи дифракции волн на конечном числе рассеивателей. Для решения этого класса задач чаще всего используются приближенные подходы, в основе которых лежит предположение о слабом взаимодействии рассеивателей, что в конечном итоге заметно облегчает нахождение рассеянных полей. На практике это приближение далеко не всегда выполняется. Требуется учитывать взаимодействие между рассеивателями в полном объеме. Этого можно добиться только на основе строгих методов. К задачам дифракции волн на конечном числе экранов тесно примыкают и задачи дифракции на многоугольных цилиндрических телах. Это становится очевидным, если идеально-проводящие многоугольные цилиндры представить как составное тело, образованное, к примеру, "склеиванием" совокупности плоских либо круговых цилиндрических экранов (рис. I, а,б,в). Заметим, что решение задачи дифракции на многоугольных цилиндрах позволит, в частности, ответить на вопрос о влиянии толщины экрана на его характеристики рассеяния (к примеру, прямоугольный цилиндр может "моделировать" ленту с конечной толщиной).

Настоящая диссертация посвящена развитию численно-аналитических методов решения задач дифракции волн на многоугольных цилиндрах и на структурах из конечного числа цилиндрических экранов.

<u>Объектом исследования</u> является класс задач о дифракции волн на многоугольных цилиндрах и на структурах из цилиндрических экранов. В качестве изучаемых объектов выбраны идеально-проводящие многоугольные цилиндры, образованные "склеиванием" плоских и круговых цилиндрических экранов (рис. I, а, б,в), а также периодическая решетка и различные отражатели из круговых незамкнутых цилиндров (рис. 2). Подобные структуры находят широкое применение в электронике, антенной, волноводной и радиолокационной технике в качестве важнейших элементов различных СВЧ систем (открытых резонаторов, волно-

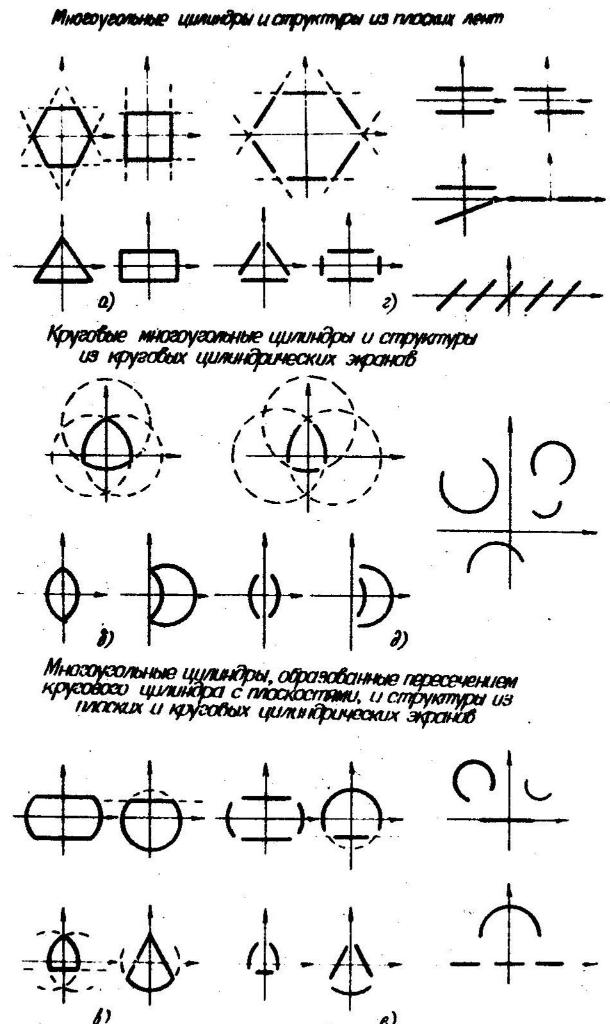

рис. I.

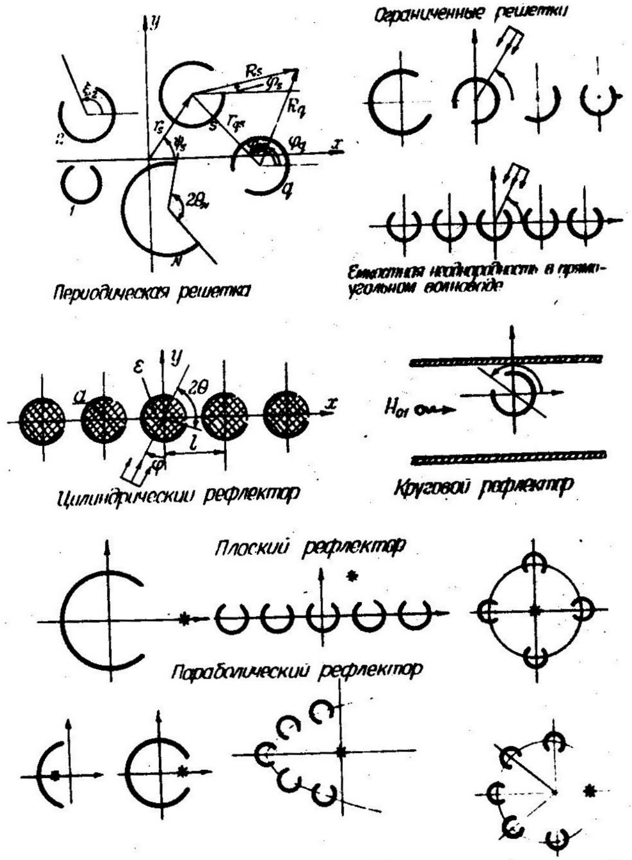

рис. 2

водов, зеркальных антенн и т.д.). Как отмечалось выше, разработка и эффективное использование таких СВЧ устройств в резонансном диапазоне частот невозможно без предварительного теоретического исследования их важнейших характеристик на основе строгих методов.

Целью работы является:

- развитие строгого метода решения задач дифракции волн на многоугольных цилиндрах, на ленточных и круговых цилиндрических экранах, сводимых к связанным парным интегральным и сумматорным уравнениям с тригонометрическим ядром и системам таких уравнений;

- построение математически обоснованного метода решения парных уравнений;

- разработка вычислительных алгоритмов для исследования в широком волновом диапазоне и при произвольных геометрических параметрах явлений дифракции в конкретных структурах;

- рекомендации для практического применения в электронике, антенной технике и в радиолокации полученных теоретических результатов.

Постановка задач и методы исследования. Постановка рассматриваемых задач дифракции традиционная [4,5,17]. При дифракции плоских волн соответствующая математическая задача заключается в отыскании функции, описывающей рассеянное поле, которая должна удовлетворять уравнению Гельмгольца вне поверхности рассматриваемых экранов, а на них граничным условиям, условию излучения на бесконечности и условию конечности энергии в любом ограниченном объеме пространства (условие Мейкснера).

1. Рассмотрение многоугольных цилиндров как составного тел~~а~~, образованн~~ого~~ых "склеиванием" плоских и круговых цилиндри-

ческих экранов, позволяет рассеянное поле представить в виде суперпозиции полей, рассеянных каждой гранью цилиндра (т.е. в виде суперпозиции полей, порожденных соответствующими токами на гранях). Рассеянные поля в этом случае могут быть выражены через образы (коэффициенты) Фурье функций плотности поверхностных токов на гранях цилиндров. Такие представления для полей совместно с граничными условиями приводят к связанной системе парных интегральных либо сумматорных уравнений с тригонометрическим ядром относительно искомых величин (число уравнений совпадает с числом граней цилиндров). Для решения этих парных уравнений развит гибридный метод, основанный на идеях метода моментов и метода частичного обращения оператора. В результате исходные системы парных уравнений сведены к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений 2-го рода с вполне непрерывным (в пространстве l_2) матричным оператором. Неизвестными в них являются коэффициенты разложения функций токов на гранях цилиндров по полной и ортогональной системе полиномов Гегенбауэра с весовым множителем, позволяющим удовлетворять условию на ребрах (на вершинах многоугольных цилиндров).

2. Принятая модель многоугольных цилиндров позволяет рассмотреть случай, когда грани цилиндров расстыкованы. При этом предложенный метод дает строгое решение задач дифракции волн на структурах из плоских и круговых цилиндрических экранов. Это решение отличается от известных способов исследования рассматриваемых задач общностью, алгоритмичностью и позволяет анализировать широкий класс открытых структур из цилиндрических экранов (см. рис. I,г,д,е), представляющих интерес для СВЧ радиофизики.

3. Для решения задач дифракции волн на структурах из круговых незамкнутых цилиндрических экранов также развит численно-аналитический метод, основанный на обращении части оператора, соответствующий одиночному элементу системы, с помощью метода задачи Римана-Гильберта [4]. Развитый метод позволяет разрабатывать высокоэффективные вычислительные алгоритмы для расчета характеристик рассеяния резонансных систем из незамкнутых цилиндров.

Научная новизна. I. Используя идеи метода моментов и метода частичного обращения оператора, разработан новый математически обоснованный метод, позволяющий эффективно исследовать в широком диапазоне частот ряд задач о рассеянии волн многоугольными цилиндрами и структурами из плоских и круговых цилиндрических экранов. Его отличительные особенности: а) решение рассматриваемых задач дифракции сводится к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений 2-го рода с вполне непрерывным матричным оператором, что существенно облегчает численно-аналитическое исследование решения; б) область применимости решения достаточно широка и включает ряд важных задач, которые ранее не имели строгого решения; в) метод дает возможность с одинаковой эффективностью рассчитывать как поля в дальней зоне, так и распределение плотности тока на гранях цилиндров и на поверхности экранов.

2. На основе предложенного метода созданы эффективные вычислительные алгоритмы, с помощью которых исследованы характеристики рассеяния простейшего из многоугольных цилиндров - прямоугольного (квадратного) цилиндра при дифракции на нем плоской H -поляризованной волны. Для такого цилиндра подробно изучены распределение плотности тока на его

гранях, а также диаграммы направленности поля при различных значениях частотного параметра и угла падения волны.

3. Впервые на основе строгого решения исследовано влияние "толщины" плоской ленты на ее электродинамические характеристики.

4. Изучены характеристики рассеяния ленточных (двух-и четырехзеркальных) резонаторов. Исследованы частотные зависимости поперечника полного рассеяния при различных значениях угла падения волны и параметров резонаторов. Установлено, что эти зависимости носят резонансный характер, связанный с возбуждением падающей волной квазисобственных колебаний таких резонаторов.

5. Развитая методика приближенного и строгого анализа задачи дифракции волн на конечном числе круговых цилиндрических экранов позволила подробно исследовать физические закономерности волнового рассеяния на структурах из таких экранов. При этом накоплен большой объем физической информации, характеризующей распределение полей, рассеянных этими экранами. Обнаружен и исследован ряд новых явлений и резонансов. Среди них отметим такие как: явление полного отражения H -поляризованной волны в длинноволновой области решеткой из круговых цилиндрических лент, не имеющей аналога в теории плоских ленточных решеток; эффект полного отражения основной волны прямоугольного волновода емкостной неоднородностью типа цилиндра со щелью с малым волновым размером.

6. Целенаправленно исследованы и в ряде случаев оптимизированы характеристики излучения антенных систем, состоящих из сосредоточенного источника и дискретного резонансного рефлектора из круговых цилиндров со щелью. При этом показана

возможность формирования эффективного направленного излучения с помощью такого рефлектора, имеющего малые волновые размеры (полная апертура не более двух длин волн). Также установлена возможность создания умеренного сверхнаправленного излучения на основе рассматриваемого класса резонансных рефлекторов.

<u>Практическая значимость</u> результатов диссертационной работы определяется тем, что созданные в ней численные алгоритмы расчета электродинамических характеристик многоугольных цилиндров и различных резонансных структур из плоских и круговых цилиндрических экранов, основанные на строгом решении задач дифракции, и полученные с их помощью результаты могут быть непосредственно использованы при разработке и машинном проектировании таких СВЧ систем как фильтры, линии передачи, открытые резонаторы, селективные отражатели и др. Возможность такого использования продемонстрирована в работе на ряде примеров. В частности, эффекты полного отражения волн в длинноволновой области решеткой из круговых цилиндрических лент и резонансной неоднородностью типа цилиндра со щелью в прямоугольном волноводе могут быть использованы при создании эффективных частотных и поляризационных фильтров, а также измерителей СВЧ мощности. Резонансные свойства нового класса дискретных отражателей из цилиндров со щелью позволяет предложить эффективный радиолокационный отражатель и рефлекторную антенну малых волноводных размеров с высоким уровнем коэффициента направленного действия.

Результаты проведенных исследований были использованы в ИРЭ АН УССР при разработке электрически управляемых СВЧ фильтров и новой линии передачи на основе незамкнутых цилиндрических экранов.

Кроме того, предложенный метод строгого решения рассматриваемых задач дифракции может быть развит для решения широкого круга внешних и внутренних краевых задач прикладной электродинамики.

Апробация работы. Материалы диссертации были представлены и докладывались на УП, УШ, IX Всесоюзных симпозиумах по дифракции и распространению волн (Ростов-на-Дону, 1977г.; Львов, 1981г.; Телави, 1985г.), на Всесоюзном научно-методическом семинаре высшей школы по прикладной электродинамике (Москва, 1981г. МЭИ), на Всесоюзном научно-техническом семинаре "Элементы и устройства СВЧ волноводных трактов" (Киев, 1982г.), на 34,35,37 Всесоюзных научных сессиях общества НТОРЭС им. А.С.Попова, посвященных Дню радио (Москва, 1979г., 1980г., 1982г.), на научно-техническом семинаре высшей школы "Решение внутренних краевых задач электродинамики" (Новороссийск, 1984г.), на 3-й Всесоюзной конференции "Метрологическое обеспечение антенных измерений (Ереван, 1984г.), на научных семинарах ИРЭ АН УССР, ХГУ, МГУ, МЭИ, МРТИ.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 24 статьях и в сборниках тезисов докладов, указанных выше конференций и в ряде препринтов ИРЭ АН УССР. Ряд материалов включен в отчет по НИР (гос.рег. № 81.014.288, Харьков, ИРЭ АН УССР) и в монографии: Шестопалов В.П. Сумматорные уравнения в современной теории рассеяния волн. Т.I. Дифракционные решетки/ В.П.Шестопалов, А.А.Кириленко, С.А.Масалов, Ю.К.Сиренко/ - Киев: Наукова думка, 1986. - 232 с; Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Рудь Л.А. Резонансное рассеяние волн. Т.2. Волноводные неоднородности. - Киев: Наукова думка, 1986. - 216 с.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, двух частей, включающих шесть глав, и заключения. Она содержит 296 страниц основного текста, 95 страниц рисунков и таблиц, список литературы из 196 наименований на 20 страницах, включая 35 публикаций автора.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении к диссертации обоснована актуальность темы, дан литературный обзор по исследуемым проблемам, сформулирована цель работы, охарактеризовано ее содержание и приведены основные результаты, выводы и рекомендации, выносимые на защиту.

В первой части диссертации изложены основные положения разрабатываемого строгого метода решения двумерных задач дифракции волн на многоугольных цилиндрах (МЦ), образованных "склеиванием" плоских и круговых цилиндрических экранов (рис. I,а,б,в), рассмотрены вопросы обоснования, алгоритмизации и конкретной реализации решений.

В первой главе на примере задачи дифракции плоской H - поляризованной волны $H_z^0 = e^{ik(\alpha_0 x + \sqrt{1-\alpha_0^2}\, y)}$ ($k = 2\pi/\lambda$, λ - длина волны, $\alpha_0 = \cos\vartheta_0$, ϑ_0 - угол падения) на идеально-проводящем правильном МЦ с плоской гранью излагается сущность предлагаемого метода. Сперва, исходя из рассматриваемой модели МЦ (в данном случае МЦ - составное тело, образованное "склеиванием" плоских лент), полное поле представляется в виде $H_z = H_z^0 + \sum_{j=1}^{N} H_z^{(j)}$, где N - число граней цилиндра, а $\{H_z^{(j)}\}_{j=1}^{N}$ описывает H_z компоненту рассеянного поля, порождаемого поверхностным током на j -й грани. Эти поля в локальных системах координат, связанных с центром каждой грани цилиндра, как и в задаче дифракции на плоской ленте, можно представить в виде

$$H_z^{(j)} = -\frac{\varepsilon_j}{2\pi}\frac{|\zeta_j|}{\zeta_j}\int_{-\infty}^{\infty} h_j(\alpha)\, e^{i\varepsilon_j[\alpha\cdot\eta_j+\sqrt{1-\alpha^2}\,|\zeta_j|]}\, d\alpha,$$

где $\varepsilon_j = ka_j$, $\{2a_j\}_{j=1}^{N}$ – ширина граней, $\eta_j = x_j/a_j$, $\zeta_j = y_j/a_j$ – нормированные координаты, а функции $\{h_j(\alpha)\}_{j=1}^{N}$ являются преобразованием Фурье функций $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$ $(\eta\in[-1,1])$, описывающих плотности поверхностных токов на гранях МЦ. Причем $\mu_j(\eta)=0$ при $|\eta|>1$, т.е. эти функции продолжены нулем вне интервала $\eta\in[-1,1]$. Относительно этих функций также заметим следующее. Если для бесконечно тонких экранов они определяются как скачок H_z компоненты магнитного поля на экране, то для МЦ под функцией $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$ будем понимать предельное значение H_z компоненты полного поля на гранях цилиндра.

Для определения неизвестных функций $\{h_j(\alpha)\}_{j=1}^{N}$ подчиним полное поле H_z граничному условию Неймана $\frac{\partial}{\partial n}\left(H_z^0 + \sum_{j=1}^{N} H_z^{(j)}\right)\Big|_L = 0$, $L=\bigcup_{j=1}^{N} L_j$, где L_j – контур грани. Чтобы удовлетворить этому условию, запишем для полей H_z^0 и $H_z^{(q)}$ $(q\neq j)$ представление в системе координат, связанной с гранью номер j. В результате для определения функций $\{h_j(\alpha)\}_{j=1}^{N}$ получим связанную систему парных интегральных уравнений с ядром в виде тригонометрических функций.

$$\begin{cases}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} h_j(\alpha)\sqrt{1-\alpha^2}\, e^{i\varepsilon_j\alpha\eta}\, d\alpha = \frac{2\pi}{\varepsilon_j} A_j(\alpha_0)\, e^{i\varepsilon_j B_j(\alpha_0)+ik\tau_{0j}D_j(\alpha_0)} + \\ \displaystyle\qquad + \sum_{q=1,\, q\neq j}^{N}\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_j}\int_{-\infty}^{\infty} h_q(\alpha) A_{jq}(\alpha)\, e^{i\varepsilon_j B_{jq}(\alpha)+ikl_{jq}D_{jq}(\alpha)}\, d\alpha, & |\eta|<1 \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} h_j(\alpha)\, e^{i\varepsilon_j\alpha\eta}\, d\alpha = 0, & |\eta|>1\end{cases} \quad (1)$$

Здесь введены обозначения

$$A_{jq}(\alpha) = -\alpha\cdot\sin(\varphi_j-\varphi_q) - \sqrt{1-\alpha^2}\cos(\varphi_j-\varphi_q);\quad A_j(\alpha_0) = -\alpha_0\sin\varphi_j + \sqrt{1-\alpha_0^2}\cos\varphi_j,$$

$$B_{jq}(\alpha) = \alpha\cdot\cos(\varphi_j-\varphi_q) - \sqrt{1-\alpha^2}\sin(\varphi_j-\varphi_q);\quad B_j(\alpha_0) = \alpha_0\cdot\cos\varphi_j + \sqrt{1-\alpha_0^2}\cdot\sin\varphi_j,$$

$$D_{jq}(\alpha) = -\alpha\cdot\cos(\varphi_q-\varphi_{jq}) - \sqrt{1-\alpha^2}\sin(\varphi_q-\varphi_{jq});\quad D_j(\alpha_0) = \alpha_0\cos\varphi_j + \sqrt{1-\alpha_0^2}\sin\varphi_{0j}.$$

Углы $\{\varphi_j\}_{j=1}^{N}$ определяют ориентацию граней, (l_{jq},φ_{jq}), (τ_{0j},φ_{0j}) – координаты соответственно центров q-й грани в МЦ в системе координат, связанной с j-й гранью.

Функции $\{h_j(\alpha)\}_{j=1}^{N}$, кроме системы уравнений (I), должны удовлетворять и соотношениям

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h_j(\alpha)|^2(|\alpha|+1)\, d\alpha < \infty, \quad j=1,2,\dots N, \qquad (2)$$

которые следуют из условия конечности энергии рассеянных волн в любой ограниченной области пространства. Показано, что это условие для функций токов $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$ вблизи ребер (на вершинах МЦ) приводит к ограничениям типа (условие Мейкснера)

$$\mu_j(\eta) \underset{\eta\to\pm1}{\sim} C_j(1-\eta) + C_{j+1}(1+\eta) + (1-\eta^2)^{\nu}, \quad j=1,2,\dots N, \qquad (3)$$

где $\{C_j\}_{j=1}^{N}$ – постоянные, подлежащие определению; $\nu=\pi/\beta$, β – значение угла на вершинах МЦ. Причем функции $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$ должны удовлетворять условию непрерывности, т.е.

$$\mu_{j+1}(-1) = \mu_j(+1) = 2C_{j+1}, \dots, \mu_{N+1}(+1) = \mu_1(-1) = 2C_1;\ C_{N+1} = C_1. \qquad (4)$$

Для простоты и наглядности исследования системы уравнений (I) рассмотрена следующая вспомогательная задача.

Пусть функция $h(\alpha)$ удовлетворяет системе парных интегральных уравнений вида

$$\begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(\alpha)\sqrt{1-\alpha^2}\, e^{i\varepsilon_j \alpha\eta}\, d\alpha = f(\eta) , & |\eta|<1 \\ \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(\alpha) e^{i\varepsilon\alpha\eta}\, d\alpha = 0 , & |\eta|>1 . \end{cases} \tag{5}$$

Решение этого уравнения строится при следующих предположениях:

а) искомая функция $h(\alpha)$ является преобразованием Фурье непрерывной функции $\mu(\eta)$, для которой имеет место

$$\mu(\eta) = \begin{cases} (1-\eta^2)^{\nu}\cdot\varphi(\eta) , & \eta\in[-1,1];\ \frac{1}{2}\leqslant\nu<1 \\ 0 , & \eta\notin[-1,1] , \end{cases} \tag{6}$$

где $\varphi(\eta)$ - непрерывная функция, принадлежащая пространству $L_2[-1,1;(1-\eta^2)^{\nu}]$, которое является гильбертовым пространством регулярных функций со скалярным произведением, имеющим весовой множитель $(1-\eta^2)^{\nu}$;

б) заданная функция $f(\eta)$ непрерывна и принадлежит пространству $L_2[-1,1;(1-\eta^2)^{\nu}]$.

Покажем, что при сделанных допущениях существует единственное решение (5), принадлежащее пространству функций, которое определяется соотношением (2) (Обозначим это пространство как $\tilde{L}_2(-\infty,\infty)$).

Заметим, что система парных уравнений (5) исследовалась в основном для класса функций $\mu(\eta)$ с условием (6) при $\nu=1/2$. При этом различными методами эти уравнения удается свести к уравнениям Фредгольма 2-го рода [7,19,20].

Для решения системы уравнений (5) предлагается новый и более общий подход (для класса функций $\mu(\eta)$ с условием (6)), основанный на идеях метода моментов [1,2] и метода частичного обращения оператора [4,8]. В этом методе как ~~четный~~ случай содержатся ранее полученные результаты.

Сперва функцию $\mu(\eta)$ представим в таком виде, чтобы удовлетворилось условие (6). С этой целью функцию $\varphi(\eta)$, принадлежащую пространству $L_2[-1,1;(1-\eta^2)^{\nu}]$, представим равномерно сходящимся рядом по полиномам Гегенбауэра $\{C_n^{\nu+1/2}(\eta)\}_{n=0}^{\infty}$, которые в $L_2[-1,1;(1-\eta^2)^{\nu}]$ образуют базис. Тогда для функции $\mu(\eta)$ будет иметь место представление

$$\mu(\eta) = (1-\eta^2)^{\nu}\sum_{n=0}^{\infty} x_n C_n^{\nu+1/2}(\eta) , \quad \tfrac{1}{2}\leqslant\nu<1 , \tag{7}$$

где $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ - неизвестные коэффициенты. Пользуясь (7), для образа Фурье $h(\alpha)$ функции $\mu(\eta)$ можно получить представление

$$h(\alpha) = \frac{2\pi}{\Gamma(\nu+\frac{1}{2})}\sum_{n=0}^{\infty}(-i)^n x_n \beta_n^{(\nu+1/2)}\frac{J_{n+\nu+1/2}(\varepsilon\alpha)}{(2\varepsilon\cdot\alpha)^{\nu+1/2}} , \tag{8}$$

где $\beta_n^{(\nu+1/2)} = \Gamma(n+2\nu+1)/\Gamma(n+1)$; $\Gamma(x)$ - гамма-функция; $J_\nu(x)$ - функции Бесселя. Ряд в (8) сходится равномерно и поэтому для функции $h(\alpha)$ имеет место асимптотика $h(\alpha)\underset{|\alpha|\to\infty}{\sim} O(\alpha^{-1-\nu})$. Следовательно $h(\alpha)\in\tilde{L}_2(-\infty,\infty)$.

Из представления (8) следует, что определение функции $h(\alpha)$ сводится к нахождению коэффициентов $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$. Причем последние должны принадлежать пространству числовых последовательностей $l_2(\nu+1/2)$, где

$$l_2(\nu+\tfrac{1}{2}) = \Big\{x_n : \sum_{n=0}^{\infty}|x_n|^2\beta_n^{(\nu+\frac{1}{2})}<\infty ;\ \beta_n^{(\nu+\frac{1}{2})}\underset{n\to\infty}{\sim} O(n^{2\nu})\Big\} . \tag{9}$$

Это следует из того, что $h(\alpha)\in\tilde{L}_2(-\infty,\infty)$.

Для определения коэффициентов $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ воспользуемся идеями метода частичного обращения оператора [4,8]. С этой целью произведем разбиение интегрального оператора систем уравнений (5) на главную и вполне непрерывную части. Эта процедура реализуется введением функции $y(\alpha)$ по формуле $\sqrt{1-\alpha^2}=i\cdot|\alpha|\cdot[1-y(\alpha)]$, где $y(\alpha)\underset{|\alpha|\to\infty}{\sim} O(\alpha^{-2})$. Тогда, подставляя (8) в систему уравнений (5) и учитывая, что непрерывная функция $f(\eta)$ в этом уравнении представима рядом $f(\eta)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} f_k C_k^{\nu+1/2}(\eta)$, а также воспользовавшись разрывными интегралами Вебера-Шафхейтлина, для отыскания неизвестных $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-i)^n x_n \beta_n^{(\nu+\frac{1}{2})}\left[C_{kn}^{(\nu+1/2)}-d_{kn}^{(\nu+1/2)}\right]=\Gamma_k\,,\quad k=0,1,\ldots \tag{10}$$

Здесь введены обозначения

$$C_{kn}^{(\nu+1/2)}=\frac{\left[1+(-1)^{k+n}\right]\Gamma^2(\nu+\frac{1}{2})\,\Gamma(\frac{n+k}{2}+1)}{\Gamma(\nu+\frac{1+k-n}{2})\,\Gamma(\nu+\frac{1+n-k}{2})\,\Gamma(\frac{k+n}{2}+2\nu+1)}\,;\quad C_{kn}^{(1)}=\begin{cases}\frac{1}{k+1}\,, & k=n\\ 0\,, & k\neq n\end{cases}$$

$$d_{kn}^{(\nu+1/2)}=\left[1+(-1)^{k+n}\right]K_{\nu+\frac{1}{2}}(\varepsilon)\int_0^{\infty}y(\alpha)J_{k+\nu+\frac{1}{2}}(\varepsilon\alpha)J_{n+\nu+\frac{1}{2}}(\varepsilon\alpha)\frac{d\alpha}{\alpha^{2\nu}}\,.$$

$$\Gamma_k=\frac{\varepsilon^{2\nu+1}K_{\nu+1/2}(\varepsilon)\cdot f_k}{2\pi\cdot i^{k+1}(k+\nu+\frac{1}{2})}\;;\quad K_{\nu+1/2}(\varepsilon)=\frac{2\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu+\frac{1}{2})}{\varepsilon^{2\nu-1}\,\Gamma(\nu)}\,. \tag{11}$$

В (10) неизвестные $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}\in l_2(\nu+\frac{1}{2})$. Однако вопросы разрешимости (существование и единственность решения) этого уравнения удобно исследовать в пространстве l_2. Чтобы перейти к этому пространству, введем новые неизвестные $y_n=(-i)^n x_n\sqrt{\beta_n^{(\nu+1/2)}}$, которые согласно (9) уже будут принадлежать l_2. Тогда (10) относительно неизвестных $\{y_n\}_{n=0}^{\infty}$

запишется в виде

$$\sum_{n=0}^{\infty}(A_{kn}^{\nu}-Q_{kn}^{\nu})y_n=b_k\,,\quad k=0,1,2,\ldots \tag{12}$$

$$A_{kn}^{\nu}=\sqrt{\beta_k^{(\nu+1/2)}\beta_n^{(\nu+1/2)}}\,C_{kn}^{(\nu+\frac{1}{2})}\,;\; Q_{kn}^{\nu}=\sqrt{\beta_k^{(\nu+1/2)}\beta_n^{(\nu+1/2)}}\,;\; b_k=\sqrt{\beta_k^{(\nu+1/2)}}\,\Gamma_k.$$

Уравнение (12) в пространстве l_2 представимы в операторной форме

$$(A-Q)y=b\,. \tag{13}$$

Здесь y и b - вектор-столбцы, порожденные коэффициентами $\{y_n\}_{n=0}^{\infty}$ и $\{b_k\}_{k=0}^{\infty}$, а операторам A и Q соответствуют матрицы $\{A_{kn}^{\nu}\}_{k,n=0}^{\infty}$ и $\{Q_{kn}^{\nu}\}_{k,n=0}^{\infty}$. Нетрудно показать, что $b\in l_2$. Оператор A является симметричным, положительно определенным оператором, и он в l_2 может быть представлен в виде суммы единичного и вполне непрерывного операторов, т.е. $A=I+A_1$, где вполне непрерывному оператору A_1 соответствует матрица $\{A_{kn}^{1}\}_{k,n=0}^{\infty}$, для которой $A_{kn}^1=\{A_{kn},\,k\neq n\,(\frac{1}{2}<\nu<1);\;A_{kk}^1=0\,;\;A_{kn}^1=0\;(\nu=1/2)\}$. Причем для матричных элементов A_{kn}^1 имеет место асимптотика $A_{kn}^1\underset{k,n\to\infty}{\sim}O\left[(k\cdot n)^{-3\nu}\right]$.

Доказано, что оператор Q в уравнении (13) также является вполне непрерывным в l_2.

Таким образом, учитывая свойства операторов A и Q операторное уравнение (13) может быть записано в виде

$$\left[I+(A_1-Q)\right]y=b\,, \tag{14}$$

которое является уравнением Фредгольма 2-го рода с вполне непрерывным матричным оператором. Следовательно, можно утверждать, что решение уравнения (14) существует и оно единственно. Отсюда также следует, что приближенное решение (I2) с любой наперед заданной точностью может быть получено на основе метода редукции.

Это позволяет утверждать, что существует и единственное решение системы (5), принадлежащее пространству $\tilde{L}_2(-\infty,\infty)$.

Заметим, что при решении волноводных задач на основе метода частичных областей с учетом особенности полей вблизи ребра, как правило, рассматриваемые задачи сводятся к бесконечной СЛАУ I-го рода, разрешимость которых не всегда удается доказать. Однако, если этот метод дополняется так называемой процедурой улучшения сходимости [9], то полученные СЛАУ будут принадлежать к классу уравнений типа (I0), которые как было показано выше, могут быть сведены к уравнениям Фредгольма 2-го рода.

Теперь покажем, что связанная система парных уравнений (I) может быть сведена к бесконечной СЛАУ типа (I2). С этой целью необходимо учесть, что функции $\{h_j(\alpha)\}_{j=1}^{N}$ в системе (I) являются преобразованием Фурье функций $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$, для которых условие на ребре имеет вид (3). Чтобы удовлетворить этому условию, представим функции $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$ в виде

$$\mu_j(\eta) = c_j(1-\eta) + c_{j+1}(1+\eta) + (1-\eta^2)^{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} x_n^{(j)} C_n^{\nu+1/2}(\eta). \qquad (I5)$$

Тогда для образа Фурье $\{h_j(\alpha)\}_{j=1}^{N}$ будет иметь место представление

$$h_j(\alpha) = \frac{2i}{\varepsilon_j \cdot \alpha}\left[c_{j+1} K_j(-\alpha) - c_j K_j(+\alpha)\right] + \frac{2\pi}{\Gamma(\nu+\frac{1}{2})} \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n x_n \beta_n^{(\nu+\frac{1}{2})} \frac{J_{n+\nu+1/2}(\varepsilon_j \alpha)}{(2\varepsilon_j \cdot \alpha)^{\nu+1/2}}. \qquad (I6)$$

Здесь $_{j=1}^{N}\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ - искомые коэффициенты, а

$$K_j(\pm\alpha) = e^{\pm i\varepsilon_j \alpha} - \frac{\sin(\varepsilon_j \alpha)}{\varepsilon_j \alpha}.$$

Подставим теперь представление (I6) в систему (I) и произведем разбиение интегрального оператора этих уравнений, как и выше, на главную[ж)] и вполне непрерывную части. Тогда, предполагая, что правые части этих уравнений принадлежат пространству $L_2[-1,1;(1-\eta^2)^{\nu}]$ и пользуясь соотношением ортогональности полиномов Гегенбауэра, для неизвестных $y_n^{(j)} = (-i)^n x_n^{(j)} \sqrt{\beta_n^{(\nu+1/2)}}$ получим связанную бесконечную СЛАУ, которая в пространстве l_2 в операторной форме запишется в виде

$$C_{j+1}\left(C^{(-j)} - d^{(-j)}\right) - C_j\left(C^{(+j)} - d^{(+j)}\right) - (A_j - Q_j) y_j = \Gamma_j - \sum_{q=1, q\neq j}^{N}\left[C_{q+1} P^{-jq} - C_q P^{+jq} + P_{jq} y_q\right], \quad j = 1, 2, \ldots N. \qquad (I7)$$

Здесь y_j и Γ_j - вектор-столбцы, неизвестных $\{y_n^{(j)}\}_{n=0}^{\infty}$ и свободных членов $\{\Gamma_k^{(j)}\}_{k=0}^{\infty}$; $C^{(\pm j)}$, $d^{(\pm j)}$, $P^{\pm jq}$ также являются вектор-столбцами, которые представлены интегралами с бесконечными пределами интегрирования от бесселевых функций. Операторам $\{P_{jq}\}_{j,q=1}^{N}$ соответствуют бесконечномерные матрицы $\{P_{kn}^{jq}\}_{k,n=0}^{\infty}$, элементы которых определены следующим образом:

$$P_{kn}^{jq} = \left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_q}\right)^{\nu-1} K_{\nu+1/2}(\varepsilon_j) \sqrt{\beta_k^{(\nu+1/2)} \beta_n^{(\nu+1/2)}} \times \int_{-\infty}^{\infty} A_{jq}(\alpha) J_{n+\nu+\frac{1}{2}}(\varepsilon_q \alpha) J_{k+\nu+\frac{1}{2}}(\varepsilon_j B_{jq}(\alpha)) \frac{e^{ikl_{jq} D_{jq}(\alpha)}}{[\alpha \cdot B_{jq}(\alpha)]^{\nu+1/2}} d\alpha.$$

Уравнения (I7) необходимо дополнять соотношениями, которые связаны с определением постоянных $\{C_j\}_{j=1}^{N}$. Эти

[ж)] Главная часть интегрального оператора соответствует случаю, когда волновое число $k=0$, т.е. соответствует статике.

соотношения имеют вид

$$e^{-i\varepsilon_j\beta_j(\alpha_0)+ik\tau_{oj}D_j(\alpha_0)}+\sum_{q=1,q\neq j,j+1}^{N}\left[e_{jq}y_q+C_{q+1}e_{jq}^{(-)}-C_q e_{jq}^{(+)}\right]=0;\ j=1,\dots N, \quad (18)$$

которые следуют из определения функций тока для МЦ и из условия на ребре (3), (4). В (18) величины $\{e_{jq}^{(\pm)}\}_{j,q=1}^{N}$, $\{e_{jq}\}_{j,q=1}^{N}\to\{e_n^{jq}\}_{n=0}^{\infty}$ представлены несобственными интегралами по бесселевым функциям.

Показано, что

- операторы $\{P_{jq}\}_{j,q=1}^{N}$, которые описывают взаимодействие граней МЦ, в пространстве l_2 являются вполне непрерывными операторами;

- величины $\{\Gamma_n^{(j)}\}_{n=0}^{\infty}$, $\{C_k^{(\pm j)}\}_{k=0}^{\infty}$, $\{d_k^{(\pm j)}\}_{k=0}^{\infty}$, $\{P_k^{\pm jq}\}_{k=0}^{\infty}$ образуют сходящиеся числовые последовательности в l_2 (причем $\{C_k^{(\pm j)}\}_{k=0}^{\infty}$, $\{P_k^{\pm jq}\}_{k=0}^{\infty}\in l_2$ лишь при строгом выполнении условия $\nu>1/2$).

Тогда, учитывая свойства операторов $\{A_j\}_{j=1}^{N}$ и $\{Q_j\}_{j=1}^{N}$ приходим к выводу, что система уравнений (17), (18) является уравнением Фредгольма 2-го рода с вполне непрерывным (в пространстве l_2) матричным оператором, с помощью которой ого искомые величины могут быть определены с любой наперед заданной точностью на основе метода редукции.

Выше отмечалось, что предложенный метод решения задачи дифракции волн на МЦ как частный случай содержит и строгое решение задачи дифракции на структурах из бесконечно тонких плоских лент (рис. I). Чтобы получить решение этой задачи, необходимо считать, что грани МЦ расстыкованы, т.е. линейные размеры плоских лент $\{2a_j\}_{j=1}^{N}$ таковы, что они не касаются друг друга, а также значение параметра ν , задающее

особенность функции тока на ребре надо полагать равным $1/2$, т.е. $\nu=1/2$. При этом, согласно определению функции тока для бесконечно тонких экранов, необходимо все постоянные $\{C_j\}_{j=1}^{N}$ в условии (3) приравнять нулю. Тогда для функций тока будет иметь место представление $\mu_j(\eta)=(1-\eta^2)^{1/2}\times$ $\times\sum_{n=0}^{\infty}x_n^{(j)}U_n(\eta)$, где $\{U_n(\eta)\}_{n=0}^{\infty}$ - полиномы Чебышева 2-го рода. Для определения неизвестных $\{x_n^{(j)}\}_{n=0}^{\infty}$ при этом из системы уравнений (17), (18) получается уравнение Фредгольма 2-го рода. Причем установлено, что вполне непрерывность операторов взаимодействия (в пространстве l_2) $\{P_{jq}\}_{j,q=1}^{N}$ всегда будет иметь место, если только контуры лент и их продолжение не пересекают контуры соседних лент. Заметим, что полученное строгое решение рассматриваемых задач дифракции от известных способов исследования отличается общностью, алгоритмичностью и позволяет рассматривать широкий класс структур из плоских лент (рис. I).

С целью проверки эффективности предложенного метода решения, как частный случай, в §I.6 на основе разработанных вычислительных алгоритмов исследованы характеристики рассеяния плоской ленты. Изучены частотные зависимости поперечника полного рассеяния σ_s^H , распределение функции плотности тока на поверхности ленты и диаграмма направленности (ДН) поля при различных значениях частотного параметра ka и угла падения волны ϑ_0 . Полученные результаты сравнивались с аналогичными результатами, полученными с помощью других методов. Из результатов этого анализа следует высокая алгоритмичность и эффективность предложенного метода решения.

Параграф I.7 посвящен исследованию характеристик рассеяния прямоугольного (квадратного) цилиндра в широком диапазоне изменения параметров структуры. На примере этой же структуры исследованы особенности вычислительных алгоритмов, разработанных на основе предложенного метода решения. В частности, предложены эффективные способы улучшения сходимости несобственных интегралов от бесселевых функций, через которые выражаются матричные элементы бесконечной СЛАУ задачи. Для таких цилиндров изучены особенности распределения функций токов $\{\mu_j(\eta)\}_{j=1}^{N}$ на их гранях, а также ДН поля при различных значениях частотного параметра и угла падения волны. Часть таких результатов представлена на рис. 3. Эти данные с графической точностью совпадают с аналогичными результатами других работ [21,22] .

Из анализа характеристик рассеяния прямоугольного цилиндра можно сделать следующие выводы: при наклонном падении волны на такой цилиндр малой высоты (на плоскую ленту конечной толщины) (см. рис. 3) ДН поля, по сравнению с ДН поля бесконечно тонкой ленты, становится несимметричной; "толщина" ленты заметно сказывается на ДН поля и на распределение плотности тока, в частности, амплитуда тока на боковой грани значительна. Это связано с тем, что при дифракции H -поляризованной волны поверхностный ток эффективно затекает (через ребро) в теневую область через боковые грани.

Необходимо заметить, что развитый метод позволяет с одинаковой эффективностью рассчитывать как ДН поля, так и функцию плотности тока на гранях цилиндров.

В § I.8 на основе разработанных численных алгоритмов проведен расчет электродинамических характеристик открытых ленточных (2-х и 4-х зеркальных) резонаторов при возбуждении

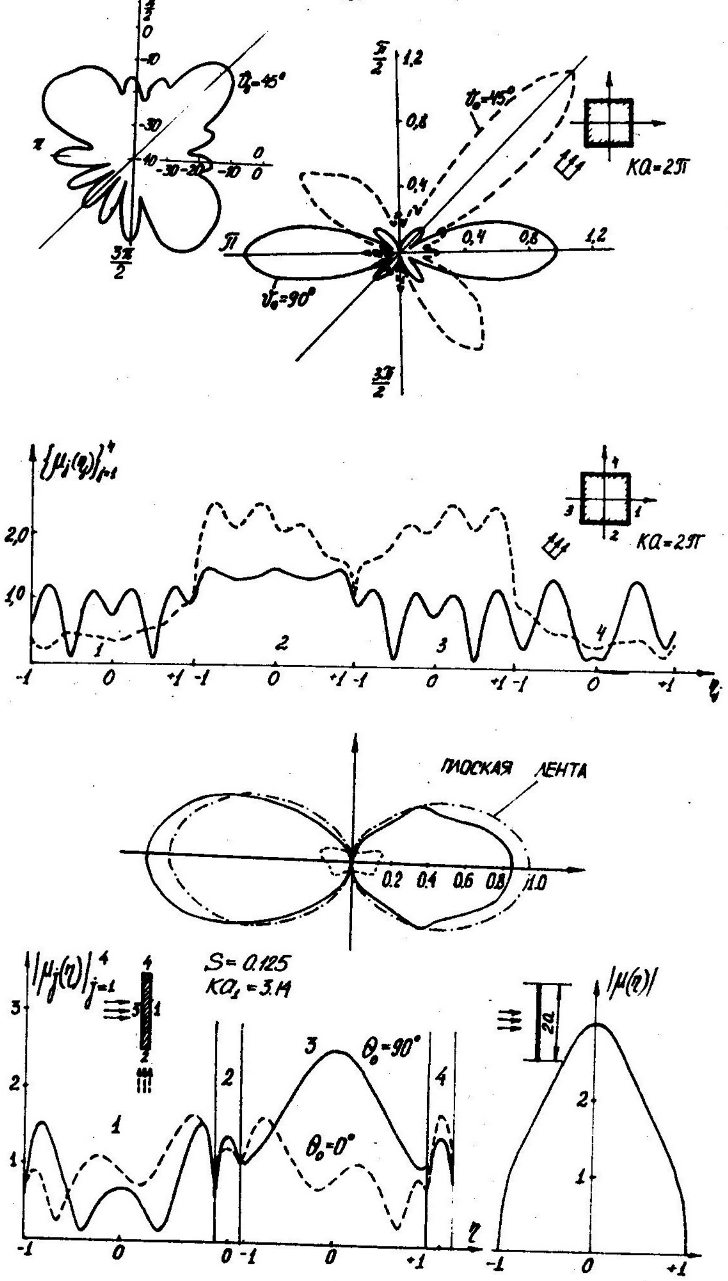

рис. 3.

их плоской H -поляризованной волной. Для таких резонаторов исследованы частотные зависимости поперечника полного рассеяния σ_s^H при различных значениях параметров резонаторов. Эти зависимости имеют резонансный характер, связанный с возбуждением падающей волной квазисобственных колебаний таких структур.

Решение задачи дифракции плоской E -поляризованной волны на правильном МЦ на основе развитого метода приведено в параграфе I.9.

Последний параграф главы посвящен возможным путям обобщения предложенного метода. В частности, развитый метод решения парных интегральных уравнений с ядром в виде тригонометрических функций может быть обобщен к решению парных интегральных уравнений с ядром в виде функций Бесселя, которые возникают в задачах дифракции волн на экранах дискового типа (в том числе на диске конечной толщины).

Развитый метод также может быть обобщен для решения задачи дифракции волн на произвольных МЦ с гранями в виде плоской ленты. К этому же направлению тесно примыкают и задачи дифракции на кусочно- гладких цилиндрических поверхностях из плоских лент.

Вторая глава посвящена задачам рассеяния волн на двух типах МЦ, которые образованы пересечением круговых цилиндров (см. рис. I,б) и кругового цилиндра с плоскостями (рис. I,в). Моделью таких МЦ являются составные тела, образованные "склеиванием" круговых и плоских цилиндрических экранов. Для простоты анализа рассмотрены МЦ, которые образованы пересечением двух цилиндров и цилиндра с плоскостью.

Пользуясь такой моделью МЦ рассматриваемая задача для первого типа МЦ сведена к связанной системе парных сумматорных уравнений с ядром в виде тригонометрических функций. Неизвестными в этих уравнениях являются коэффициенты Фурье функций токов на гранях МЦ (число уравнений равно числу граней). Для второго типа МЦ задача дифракции сведена к совместной системе парных интегральных и суматорных уравнений, неизвестными в которых являются преобразования и коэффициенты Фурье функций токов на гранях МЦ. Далее показано, что метод решения парных интегральных уравнений, развитый в первой главе, может быть обобщен и к решению системы парных сумматорных уравнений, а также совместной системы парных интегральных и сумматорных уравнений. В результате, исходные парные функциональные уравнения сведены к связанной бесконечной СЛАУ Фредгольма 2-го рода. Неизвестными в них являются коэффициенты, через которые выражаются функции поверхностных токов в виде рядов по полной и ортогональной системе полиномов Гегенбауэра с весовым множителем, учитывающим характер поведения этих функций на ребрах (на вершинах МЦ-а). Согласно альтернативе Фредгольма решение полученных бесконечных СЛАУ существуют и они единственны. Причем их приближенное решение может быть получено на основе метода редукции. Однако надо заметить, что если в первой главе при доказательстве разрешимости бесконечных СЛАУ задачи использовались свойства разрывных интегралов Вебера-Шафхейтлина, то в данном случае, для успешного решения аналогичного вопроса, необходимо получить соответствующие представления для дискретного аналога таких интегралов, т.е. требуется просуммировать ряды типа

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{\lambda}} J_{\mu}(mx) J_{\nu}(mx),$$

где $\mu+\nu-\lambda \geqslant 0$, а $J_{\mu}(x)$ - функции Бесселя. Получены соответствующие представления, которые играют важную роль при исследовании вопросов разрешимости СЛАУ и разработке вычислительных алгоритмов.

Исследуемые во второй главе задачи дифракции волн на МЦ являются весьма удобными модельными задачами, на примере которых можно исследовать вопросы, связанные с влиянием толщины экранов и условия на ребре на их характеристики рассеяния. Это связано с тем, что в рассматриваемых МЦ имеется возможность изменять толщину экранов, а также условие на ребре в широких пределах.

Как и прежде, в полученном решении рассматриваемых задач, как частный случай содержится и строгое решение задач дифракции на структурах из круговых цилиндрических экранов (см. рис. I,д), а также на системе из плоских и круговых цилиндрических экранов (рис. I,е). Этот класс структур является достаточно широким и включает в себя ряд важных, в частности, двухмерных открытых резонаторов с зеркалами в виде цилиндрических и плоских экранов. Исследование этих задач представляет большой интерес в электронике при разработке миниатюрных генераторов дифракционного излучения миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов [23].

Подытоживая результаты первой части диссертации, можно сказать, что к решению парных интегральных и сумматорных уравнений, к которым сводятся дифракции на МЦ, предложен новый, единый и более общий подход (по сравнению с ранее известными), который позволяет определять искомые величины с любой наперед заданной точностью.

<u>Во второй части</u> диссертации, состоящей из четырех глав, рассмотрены задачи дифракции волн на конечном числе (N) круговых незамкнутых цилиндрических экранов (рис. 2). Интерес к таким структурам прежде всего связан с тем, что они представляют собой совокупность резонансных рассеивателей, что предопределяет резонансный характер рассеяния такими структурами.

Как уже отмечалось, задачи дифракции волн на конечном числе рассеивателей являются одними из сложных в теории дифракции, которые представляют большой практический интерес. И не случайно, что решению этих задач посвящено значительное количество работ[x)] [3,4,6,7,19]. Во многих работах (особенно в антенной технике) предложены приближенные методы, основанные на том предположении, что взаимным влиянием рассеивателей можно пренебречь при их достаточном удалении друг от друга. Это позволяет в ряде случаев получить простые аналитические выражения для электродинамических характеристик структуры. Однако, как показали эксперименты, даже в том случае, когда расстояние между рассеивателями заметно превосходит их геометрические размеры, пренебрежение взаимным влиянием элементов структуры может привести к ошибочным результатам. Поэтому при исследовании многоэлементных структур очень важно указать частотные области сильного и слабого взаимодействия элементов. Более последовательным в приближенном исследовании рассматриваемого класса задач является итерационный подход, который впервые был

x) Наиболее полная библиография по этим работам имеется в [6].

предложен Шварцшильдом в работе [24] при исследовании задачи дифракции на щели в бесконечном экране. Дальнейшее развитие этот метод получил в работе [25], в которой исследовались задачи дифракции волн на структурах, образованных различными комбинациями гладких круговых цилиндров. Основным достоинством метода переотражения является его универсальность, а также то, что он позволяет оценить область применимости приближенных методов, основанных на предположении о вневзаимодействии рассеивателей. Недостатком этого метода является то, что бесконечные ряды по порядкам рассеяния, которые весьма громоздкие, удается свернуть лишь в некоторых частных случаях [25].

Строгие подходы к исследованию задач дифракции волн на N рассеивателях, основанные на методе интегральных уравнений, разработаны в основном для частного случая, когда рассеиватели представляют собой либо плоские экраны, лежащие в одной плоскости, либо цилиндры с гладким поперечным сечением. В ряде случаев рассматриваемые задачи сведены к решению связанных систем интегральных уравнений Фредгольма первого и второго рода. (Число уравнений совпадает с числом рассеивателей). Однако численная реализация этих подходов связана с большими вычислительными трудностями. Лишь подход работы [19], с помощью которого задача о дифракции волн на конечном числе лент, лежащих в одной плоскости, сведена к решению одного интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с достаточно простым ядром, обладает высокой алгоритмичностью. В данной диссертации предлагается строгий подход к решению задачи дифракции на конечном числе незамкнутых круговых цилиндрических экранов, отличающийся от известных подходов общностью и высокой алгоритмичностью.

Рассмотрим содержание глав второй части диссертации. Третья глава носит методический характер и посвящена методам

решения задачи дифракции на конечном числе N идеально-проводящих круговых цилиндрических экранов. (Заметим, что один из таких методов был предложен во второй главе). Здесь же решение рассматриваемой задачи в строгой постановке проводится двумя методами, наиболее характерными для многоэлементных структур: методом последовательных переотражений и так называемым самосогласованным методом [25]. В обоих случаях, используя идею частичного обращения оператора с помощью метода задачи Римана-Гильберта [4], применительно к системе парных сумматорных уравнений с ядром в виде тригонометрических функций, рассматриваемые задачи сведены к бесконечной СЛАУ Фредгольма 2-го рода. Неизвестными в этих уравнениях являются коэффициенты Фурье функций плотности поверхностных токов на экранах. В методе переотражений число таких уравнений соответствует числу порядков рассеяния, а в самосогласованном методе имеет место N связанных систем таких уравнений. С помощью полученных систем уравнений электродинамические величины, характеризующие рассматриваемые структуры, могут быть рассчитаны с любой наперед заданной точностью.

Подробно исследованы преимущества и недостатки предложенных методов решения рассматриваемых задач. Эти вопросы обсуждены на примере исследования рассеивающих свойств структуры из двух незамкнутых круговых цилиндров.

В конце главы изложен простой простой приближенный подход для исследования характеристик рассеяния конечной решетки из большого числа круговых цилиндрических экранов.

В четвертой главе на основе строгого метода, предложенного в третьей главе, разработаны вычислительные алгоритмы, позволившие исследовать рассеивающие свойства структур, состоящих из цилиндров с продольной щелью, оси которых лежат в одной плоскости, при дифракции на них плоской H -поляризованной волны. Особое внимание уделено изучению частотных зависимостей поперечников полного σ_S^H и обратного рассеяния σ_S^H. Показано, что эти зависимости имеют ярко выраженный резонансный характер, который обусловлен двумя важными факторами: во-первых, спектром квазисобственных колебаний обычного незамкнутого цилиндра, которые могут быть возбуждены падающей волной, а во-вторых, резонансным взаимодействием экранов. Что касается вопросов спектра квазисобственных колебаний одиночного цилиндра со щелью и их влияния на характеристики рассеяния, то они подробно изучены в работе [4]. В частности, показано, что когда цилиндр имеет узкую продольную щель, то частоты этих колебаний (за исключением низкочастотного колебания) близки к частотам собственных колебаний круглого волновода, т.е. к корням ν'_{mn} производной функции Бесселя $J'_m(x)$, но отличаются от них на малую комплексную добавку, которая обусловлена щелью. Квазистатическое собственное колебание по своей природе аналогично акустическому резонансу Гельмгольца, и его частота (имеется ввиду относительный волновой размер) полностью определяется размером щели. В связи с этим резонансы в характеристиках рассеяния цилиндра, связанные с этим колебанием, называют резонансами щелевого типа.

При рассмотрении задачи дифракции волн на структуре из двух цилиндрических экранов показано, что если эти экраны представляют собой круговые цилиндры с узкой продольной щелью, то решение этой задачи может быть получено в явном виде. Последнее следует из того, что в задаче дифракции волн на цилиндре с узкой щелью искомые коэффициенты Фурье функции тока могут быть определены (с оценкой погрешности), как и в задаче

дифракции на круглом цилиндре, в явном виде. Справедливость полученного решения подтверждена результатами численных расчетов на ЭВМ. Аналитическое решение также позволило установить области изменения параметров 2-х элементной структуры, приводящей к резонансам в частотных зависимостях σ_S^H и дать им наглядную интерпретацию.

Подробное исследование структуры электромагнитного поля (линии равных амплитуд и фаз) вблизи рассеивателей позволило провести классификацию ее квазисобственных колебаний и объяснить возникновение резонансов полного поперечника рассеяния. Наибольшее внимание уделено резонансам в длинноволновой области, которые связаны с возбуждением в элементах структуры низкочастотного квазисобственного колебания.

Исследование характеристик рассеяния сложной структуры из 4-х идентичных рассеивателей (цилиндров со щелью) позволило сделать следующие выводы:

- резонансы σ_S^H такой структуры в длинноволновой области связаны с возбуждением четырех возможных типов колебаний;

- типы колебаний можно разделить на симметричные и антисимметричные, причем в случае наклонного падения волны антисимметричные моды оказываются преобладающими;

- при наклонном падении наблюдается ситуация, когда значительная доля энергии рассеивается в направлении прихода возмущающего поля.

При исследовании задачи дифракции волн на конечной решетке из 7 и II цилиндров со щелью установлено, что эффективности возбуждения крайних и центральных элементов в такой решетке сильно различаются, и как следствие, в частности, максимальное значение σ_S^H может быть значительно меньше алгебраической суммы значений максимумов σ_s^H одиночных экранов.

В пятой главе впервые на основе метода частичного обращения оператора получено строгое решение задачи дифракции плоской H -поляризованной волны на решетке, образованной из частично экранированных диэлектрических цилиндров круглого поперечного сечения (см. рис. 2). Показано, что для такой решетки в длинноволновой области, когда ее элементы представляют собой цилиндры с узкой продольной щелью (с диэлектрическим заполнением), имеет место эффект полного отражения падающей волны. Причем, изменяя диэлектрическую проницаемость цилиндров, частоты резонансного отражения можно заметно сдвинуть в более длинноволновую область.

На основе полученного решения впервые исследованы частотные зависимости коэффициента прохождения $|b_0^H|$ для решетки из круговых цилиндрических лент. Эти зависимости представлены на рис. 4. Из них следует, что в длинноволновой области при определенных частотах имеет место полное отражение падающей волны. Для решетки из плоских лент подобный факт при одних и тех же параметрах не наблюдается. Следовательно, для решетки из круговых цилиндрических лент наблюдается новый дифракционный эффект, который не имеет аналога в теории плоских ленточных решеток. Этот эффект объясняется как резонансным свойством отдельного элемента решетки, так и их взаимодействием. Причем в длинноволновой области взаимодействие элементов играет определяющую роль. Наблюдаемое резонансное явления (при $\varphi_0 = 90^\circ$ см. рис. 4) на уровне половинного прохождения весьма широкополосно. Такие решетки могут быть использованы в антенной технике при разработке эффективных отражателей волн.

Если менять угол ориентации лент φ_0, зафиксировав остальные параметры, то добротности резонансных кривых увеличи-

ваются, обнаруженный эффект становится узкополосным и минимумы $|b_0^H|$ смещаются в сторону меньших значений $\varkappa = l/\lambda$ (l - период решетки). В частности, на рис. 4 (пунктирные кривые) показаны зависимости $|b_0^H|$ от $\varkappa$ для "ножевой" решетки из круговых цилиндрических лент $(\varphi_0 = 0^\circ)$.

Впервые на основе строгого решения также изучены квазисобственные колебания круговой цилиндрической ленты. Электродинамические характеристики последней (поперечники полного и обратного рассеяния и ДН поля) исследованы в широком диапазоне изменения длин волн.

Последний параграф главы посвящен задаче рассеяния H_{10} - волны прямоугольного волновода на незамкнутом круговом цилиндрическом экране, который расположен внутри волновода параллельно его широкой стенке (емкостная неоднородность) (рис. 2). Эта задача тесно примыкает к задаче дифракции волн на решетке из таких экранов. К этой связи приводит метод зеркальных изображений. Пользуясь этим обстоятельством, удалось получить строгое решение рассматриваемой задачи и на его основе изучить свойства поля, рассеянного такой неоднородностью в широком диапазоне изменения параметров структуры. Изучены частотные зависимости коэффициентов прохождения и отражения. При этом обнаружен новый резонансный эффект, заключающийся в том, что неоднородность типа цилиндра малых волновых размеров с узкой продольной щелью может полностью отразить набегающую волну.

Проведенные экспериментальные исследования электродинамических характеристик незамкнутого цилиндра в прямоугольном волноводе позволили сделать, в частности, следующие выводы:

- основное отличие экспериментальных и расчетных данных для тонких цилиндров обусловлено влиянием конечной проводимости стенок,

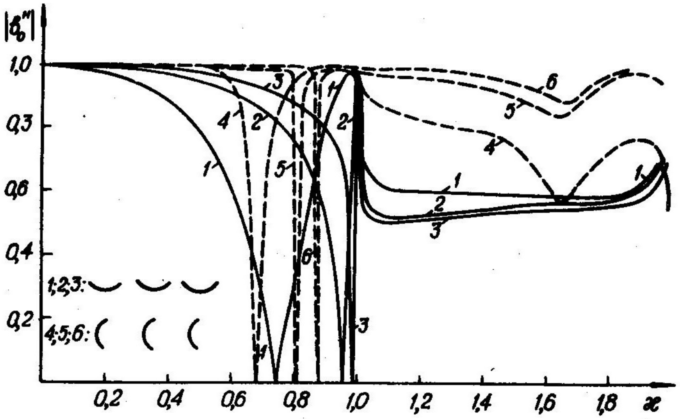

Рис. 4. Зависимости $|b_0''|$ от æ для решетки из цилиндрических лент ($S = 0.5$; $\psi = 0^0$): $\varphi_0 = 90^0$; I - $\theta = 90^0$; 2 - $\theta = 120^0$; 3 - $\theta = 130^0$; $\varphi_0 = 0^0$; 4 - $\theta = 90^0$; 5 - $\theta = 120^0$; 6 - $\theta = 130^0$

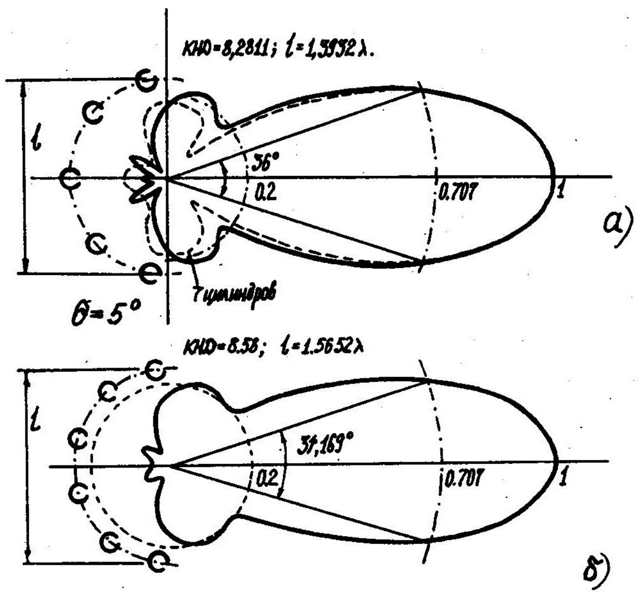

Рис. 5. Нормированные ДН антенн с 5-и (а) и 6-и (б) элементными рефлекторами

- заметное увеличение толщины стенок цилиндра со щелью качественно не изменяет основных характеристик рассеяния поля волновода и приводит к незначительному уменьшению частоты и добротности резонанса за счет влияния торцевой емкости;

- все измерения подтверждают квазистатический характер поля щелевых цилиндрических структур в области длинноволнового резонанса, что важно при практической реализации устройств СВЧ на их основе.

С помощью исследуемой неоднородности разработан электрически перестраиваемый фильтр СВЧ диапазона.

В шестой главе исследуются особенности электромагнитного поля, излучаемого сосредоточенным источником, расположенным вблизи круговых цилиндрических экранов. Исследование такого класса задач в широком диапазоне частот на основе строгого метода представляет большой интерес в теории антенн, поскольку при этом открываются широкие возможности для создания новых и оптимизации существующих типов двумерных рефлекторных антенн. Рассматриваемые структуры можно отнести к классу так называемых резонансных апертурных антенн, которые, в частности, широко применяются в авиационной технике.

В начале главы подробно исследуется ключевая задача возбуждения кругового незамкнутого цилиндра нитью магнитного тока, поскольку многие явления, присущие этой структуре, характерны в целом и для структур из конечного числа таких экранов. Исследование частотной зависимости сопротивления излучения R_u такой антенной системы позволило установить, что особенностью системы из расположенных рядом источника и незамкнутого экрана является наличие как резонансных $(max.R_u)$, так и антирезонансных $(min.R_u)$ явлений. Если первые объясняются возбуждением собственных колебаний экрана, то последние, для которых характерно резкое падение мощности излучения, связаны компенсацией поля источника дифракционным полем. Детально исследована структура поля в ближней зоне в случае антирезонанса, связанного с возбуждением низкочастотного колебания экрана. При этом сохранение конечной амплитуды поля внутри резонатора (незамкнутый цилиндр) в сочетании с резким падением излучательной способности источника дает право говорить о "ловушечных" свойствах такого резонатора.

В последующих параграфах главы исследуются основные антенные характеристики структур, состоящих из конечного числа идентичных незамкнутых цилиндров, которые возбуждаются синфазной нитью магнитного тока. Рассмотрены четыре класса новых дискретных отражателей (рефлекторов) из резонансных рассеивателей, в которых эти рассеиватели расположены в одной плоскости по образующей кругового цилиндра, а также вдоль части круговой, либо параболической цилиндрической поверхности. Такого типа рефлекторы обладают частотно селективным свойством отражения волн. Причем полоса частоты, а также эффективность отражения определяется в первую очередь параметрами отдельных элементов отражателя и их взаимным расположением. Подробное исследование полей в ближней зоне рефлекторов позволило установить, что эффективное отражение волн рассматриваемыми отражателями в узкой полосе частот связано с возникновением фазовых узлов вблизи отдельных его элементов.

Для рассматриваемого типа рефлекторных антенн, в частности, исследованы вопросы, связанные с оптимизацией положения источника и крайних элементов рефлектора для получения максимального значения коэффициента направленного действия. При этом установлено, что круговые дискретные цилиндрические отражатели из цилиндров со щелью (см. рис. 5) обладают уникальным свойством -

в длинноволновой области ($l \leq \lambda$) в резонансном режиме они аналогичны зеркальным рефлекторам, применяемым в области коротких волн ($l \gg \lambda$) (где l - характерный размер отражателя, а λ - длина волны). Подобные свойства рассматриваемых резонансных рефлекторов открывают новые возможности для создания малогабаритных направленных антенн простой конструкции.

Также показано, что в антенной системе с пассивным параболическим рефлектором из цилиндров со щелью и одним активным облучателем (нитью тока) может быть получено сверхнаправленное излучение.

На основе круговой решетки из цилиндров со щелью предложен новый резонансный радиолокационный отражатель. По многим параметрам такой отражатель превосходит известные аналоги.

<u>В заключении</u> сформулированы основные результаты диссертации и следующие из них выводы, указаны дальнейшие перспективы развития предложенного метода.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ РАБОТЫ

I. Развит математически строго обоснованный метод решения задач дифракции волн на многоугольных цилиндрах и на структурах из ленточных и круговых цилиндрических экранов, которые сводятся к парным интегральным и сумматорным уравнениям и системам таких уравнений с тригонометрическим ядром.

I.I. Разработан новый и достаточно общий подход решения парных уравнений с тригонометрическим ядром. В его основу положены идеи метода частичного обращения оператора и метода моментов. Важнейшей особенностью метода является его алгоритмичность, обеспечивающая удобную реализацию решений на ЭВМ.

I.2. Развита методика приближенного и строгого решения задач дифракции волн на совокупности резонансных рассеивателей, прикладной электродинамике, ориентированное на эффективное решение широкого круга граничных задач современной радиофизики.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р.Миттры. М.: Мир, 1977.-485 с.

2. Численные методы теории дифракции (Сб.статей. Математика. Новое в зарубежной науке. Вып. 29). М.: Мир, 1980.-200 с.

3. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. Численный анализ дифракции радиоволн. М.: Радио и Связь, 1982.-184 с.

4. Шестопалов В.П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. Киев: Наук. думка, 1983.-252 с.

5. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М.: Изд-во МГУ, 1983.-232 с.

6. Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. Киев: Наук. думка, 1984.-344 с.

7. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев: Наук. думка, 1984.-240 с.

8. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А. Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции. Киев: Наук. думка, 1984.-296 с.

9. Линии передачи сложных сечений / Г.Ф.Заргано, А.М.Лерер, В.П.Ляпин, Г.П.Синявский. Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 1983.-320 с.

I0. Васильев Е.Н., Ильинский А.С., Свешников А.Г. Численные методы решения задач дифракции на локальных неоднородностях. В кн. Вычислительные методы и программирование М.: Изд-во МГУ, 1975.-Вып.24. С. 3-23.

II. Ильинский А.С., Свешников А.Г. Численные методы в задачах дифракции на неоднородных периодических структурах. В кн. Прикладная электродинамика. М.: Высшая школа. 1977.-Вып.I. С. 51-93.

I2. Никольский В.В. Проекционные методы в электродинамике. В кн. Прикладная электродинамика. М.: Высшая школа. 1977.-Вып. I. С. 4-49.

I3. Васильев Е.Н. Алгоритмизация задач дифракции на основе интегральных уравнений. В кн. Прикладная электродинамика. М.: Высшая школа. 1977.-Вып.I. С. 94-128.

I4. Фельд Я.Н. Дифракция электромагнитных волн на незамкнутых экранах // ДАН СССР. - 1973. - 212, №1. С.79-82.

I5. Фельд Я.Н. Дифракция скалярных волн на незамкнутых поверхностях // Радиотехника и электроника. - 1973. - 18, №9.- С.1785-1793.

I6. Фихманас Р.Ф., Фридберг П.Ш. Использование аналитических свойств преобразования Фурье при численной реализации вариационных принципов // Радиотехника и электроника. - 1978. - 23, №7. С. 1465-1476.

I7. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов.радио, 1966.-431 с.

I8. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974.-327 с.

I9. Сологуб В.Г. Рассеяние электромагнитных волн ограниченными экранами с плоской или осевой симметрией // Автореф. дис. ... докт. физ.-мат.наук, Харьков, 1976.-32 с.

20. Уфлянд Я.С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. Ленинград: Наука, 1977.-220 с.

2I. Mei K.K. and Van Blade J.G. Scattering by perfectly conducting rectangular cylinders // IEEE Trans. -1963. AP-11, No 2. -P.183-193.

22. Миттра Р., Гао В., Рахмат-Саний. Применение интегральных преобразований в теории рассеяния электромагнитных волн // ТИИЭР. 1979, - 67, №II.-С. 20-40.

23. Шестопалов В.П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. Т.I. Открытые структуры. Киев: Наук. думка, 1985.-216 с.

24. Schwarschild K. Die Bengung und Polarisation des Lichts durch einen Spalt.I. // Mathematische Annalen. -1902. 55. -S.177-247.

25. Tversky V. Multiple scattering of radiation by an arbitrary configuration of parallel cylinders // J. Acoust. Soc. Am. -1952. 24, No.1. -P.42-46.

Основные публикации по теме диссертации

I. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Дифракция волн на круговом цилиндре с продольной щелью (длинноволновое приближение для щели произвольных размеров) // ДАН УССР. -Сер.А. - 1978. № 5. - С. 448-452.

2. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Явление полного отражения малым емкостным цилиндром со щелью // Письма в ЖТФ. - 1979. - 5, №3. - С. 175-179.

3. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Рассеяние H_{10}-волны прямоугольного волновода цилиндром с продольной щелью // ЖТФ. - 1979. - 49, №6. - С. 1167-1177.

4. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Эффект аномального излучения круговой решетки из цилиндров с продольными щелями // ЖТФ. - 1979. - 49, №8. - С. 1754-1757.

5. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Возбуждение круговой решетки из цилиндров с продольными щелями // Изв. вузов. Радиофизика. - 1980. - 23, №2. - С. 202-213.

6. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Эффект полного длинноволнового отражения плоских волн дифракционной решеткой из цилиндрических лент // Письма в ЖТФ. - 1980. - 6, №21. - С.1327-1330.

7. Велиев Э.Н., Веремей В.В., Шестопалов В.П. Дифракция волн на конечном числе незамкнутых цилиндрических экранов // ДАН УССР. - Сер.А. - 1981. №10. - С. 62-66.

8. "Ловушечный" эффект в электродинамике. /Велиев Э.И., Веремей В.В., Носич А.И., Шестопалов В.П. // ДАН УССР. - Сер.А.- - 1981. №3. - С.47-50.

9. "Ловушечный" эффект при облучении незамкнутого экрана заданным источником /Велиев Э.И., Веремей В.В., Носич А.И., Шестопалов В.П. // Изв. вузов. Радиофизика. - 1982. - 25, №4, - С. 418-426.

10. Велиев Э.И., Веремей В.В., Шестопалов В.П. Решение задачи дифракции волн на конечной решетке из большого числа элементов // ДАН УССР. - Сер.А. - 1982. №6. - с.63-66.

II. Велиев Э.И., Веремей В.В., Шестопалов В.П. Аномальное рассеяние волн конечным числом цилиндров малых волновых размеров со щелью // Письма в ЖТФ. - 1982. - 8, №22. - С.1349-1353.

12. Ахмедов Т.М., Велиев Э.И. Решение одного класса парных интегральных уравнений в задачах теории дифракции // ДАН УССР.- - Сер.А. - 1983. №3, - С. 55-58.

13. Экспериментальное исследование электродинамических свойств незамкнутого цилиндра в прямоугольном волноводе / Велиев Э.И., Коваленко А.Г., Хлопов Г.И., Шестопалов В.П. // Радиотехника и электроника. - 1983. - 28, №6. - С.1038-1043.

14. Ахмедов Т.М., Велиев Э.И. Решение парных интегральных уравнений в задаче дифракции E -поляризованной электромагнитной волны на плоской ленте // Известия АН Азерб. ССР. - 1983. - 4, №5. - С.120-125.

15. Велиев Э.И., Коваленко А.Г., Костенко А.А., Хлопов Г.И. Экспериментальное исследование электродинамических свойств незамкнутого цилиндра в прямоугольном волноводе // В кн.: Физика и техника мм и субмм волн. - Киев: Наук. думка. 1983. - С. 133-138.

16. Ахмедов Т.М., Велиев Э.И. Решение задачи дифракции электромагнитных волн на системе плоских лент // Известия АН Азерб. ССР. 1984. - 5, №4. - С. 114-119.

17. Велиев Э.И., Веремей В.В., Шестопалов В.П. Основные характеристики малогабаритной антенны на незамкнутых цилиндрических экранов. // Изв. вузов. Радиофизика. - 1984. - 27, №6. - С.758-770.

18. Велиев Э.И. Веремей В.В. Влияние резонансных режимов конечного числа незамкнутых цилиндров на их рассеивающие свойства // В кн.: Распространение и дифракция волн в мм и субмм диапазонах. - Киев: Наук. думка. 1984. - С. 166-172.

19. Велиев Э.И., Веремей В.В. Особенности возбуждения конечной решетки из незамкнутых цилиндрических экранов плоской волной и сосредоточенным источником. // В кн.: Распространение и дифракция волн в мм и субмм диапазонах. - Киев: Наук. думка. 1984. - С.172-181.

20. Велиев Э.И. Дифракция электромагнитных волн на решетке из частично экранированных диэлектрических брусьев круглого поперечного сечения. // ДАН УССР. - Сер.А. - 1985. №1. - С.41-46.

21. Велиев Э.И. Решение одного класса парных сумматорных уравнений в теории дифракции. // ДАН УССР. - Сер.А. - 1985. №2. - С.50-55.

22. Велиев Э.И. К теории двумерной дифракции волн на многоугольном цилиндре. // ДАН СССР. - 1985. - 285, №2. - С.319-323.

√ 23. Велиев Э.И., Шестопалов В.П. Дифракция волн на пересекающихся круговых цилиндрических телах. // ДАН СССР. - 1985. - 282, №5. - С.1094-1098.

24. Велиев Э.И. Дифракция волн на многоугольных цилиндрах, образованных пересечением круговых цилиндров с плоскостями. // ДАН УССР. - 1985. - Сер.А. - 1985. С. 43-48.

Эльдар Исмаил оглы Велиев
ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МНОГОУГОЛЬНИКАХ, ЛЕНТОЧНЫХ И КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭКРАНАХ

Ответственный за выпуск Л.А.Рудь
Подписано в печать 7 июля 1987 г.
БЦ № 08501 , Формат 60 90 1/16.
Зак.183, тир.100 экз.
Объем 2 физ.п.л. Бесплатно

Ротапринт ИРЭ АН УССР
г.Харьков-85, ул.акад.Проскуры,12