

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

ВОРОНЦОВА Дар'я Володимирівна

УДК 514.18

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОФІЛІВ
РОТОРНО-ПЛАНЕТАРНОЇ МАШИНИ,
УЗГОДЖЕНИХ ІЗ ЗУБЧАТОЮ ПЕРЕДАЧЕЮ**

Спеціальність 05.01.01 –
Прикладна геометрія, інженерна графіка

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2009

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному технічному університеті «Харківський політехнічний інститут» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: - кандидат технічних наук, доцент,
Росоха Сергій Володимирович,
докторант кафедри
інженерної та аварійно - рятувальної техніки
(Університет цивільного захисту України, м. Харків).

Офіційні опоненти: - доктор технічних наук, професор
Бадаєв Юрій Іванович,
завідувач кафедри інформаційних технологій,
Київська державна академія
водного транспорту (м. Київ);

- кандидат технічних наук, доцент
Аушева Наталя Миколаївна,
доцент кафедри автоматизації проектування
енергетичних процесів і систем,
Національний технічний університет України
„Київський політехнічний інститут” (м. Київ).

Захист відбудеться "16" червня 2009 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою:

03680, Київ-680, Повітрофлотський проспект, 31, ауд. 466.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою:

03680, Київ-680, Повітрофлотський проспект, 31.

Автореферат розісланий "14" травня 2009 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

О.А.Бондар

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Виробничий потенціал України має бути забезпечений сучасними машинобудівними виробами, виготовлення яких передбачає у тому числі і геометричні розрахунки їх вузлів. Найменш дослідженими з точки зору прикладної геометрії є розрахунки роторно-планетарних машин трохоїдного типу. Причина складності опису геометричної форми їх робочих профілів полягає у тому, що ротор здійснює обертовий рух в корпусі за допомогою планетарного механізму, в результаті чого профілі корпусу і ротора мають вигляд спеціальних кривих - трохоїд та їх обвідних. В роботах В.С.Беніовича, Р.М.Сухомлінова, Г.Д.Апазиді, Б.Н.Бірюкова, А.М.Бойка, та інших вчених наведено описи профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин, а також способи визначення їх продуктивності. Однак, проведені дослідження не дозволили створити інформаційне забезпечення геометричного моделювання різновидів формоутворення деталей обкаткою, утворених за допомогою роторно-планетарного механізму, а також визначити їх диференціальні та інтегральні характеристики. Крім того, не вдалося знайти результати, де б розрахунки роторно-планетарних машин здійснювалися з урахуванням зубчатої передачі внутрішнього зчеплення планетарного механізму.

Однією з причин цього була відсутність геометричних та математичних моделей, які б визначали процес формоутворення, та відсутність математичних процесорів, які б дозволили здійснювати дослідження на аналітичному та графічному рівнях. Кроком до комплексного дослідження роторно-планетарних машин були роботи Л.М.Куценка, С.В.Росохи, О.Б.Васильєва, А.І.Самна, В.В.Суліми, В.Г.Рєви, І.Б.Шелихової, та ін., в яких проведені дослідження із визначення обвідних сім'ї кривих із залученням математичного процесора Maple на прикладі профілювання роторно-планетарної машини. При цьому, ще не зайнятою «науковою нішею» виявилось створення ефективних узагальнюючих алгоритмів профілювання корпусу і ротора з урахуванням зубчатих коліс внутрішнього зачеплення (у тому числі і з несиметричними зубами) як попарно спряжених кривих. Тому актуальною темою є розробка графоаналітичного методу розрахунку робочих профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин з урахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення. Для зручності алгоритмічної реалізації форми спряжених робочих профілів деталей слід описувати рівняннями у неявному вигляді $f(x,y)=0$. Адже тоді можна виявити належність деталі пробної точки $A(x_A, y_A)$ за знаком числа $f(x_A, y_A)$. Параметричний опис контурів профілів такої можливості не надає.

Для визначеності в дисертації розглянуто застосування роторно-планетарних машин як насосів для апаратів штучного кровообігу та штучної нирки. Відомі схеми перифузійних насосів (типу роликівих і лінійних), які використовуються у кардіохірургії відзначаються простотою конструкції. Але

їм притаманний певний недолік, який полягає у тому, що вони давлять червоні кров'яні тільця. Після консультації з фахівцями з'явилася ідея використовувати для медичного насоса роторно-планетарну машину трохойдного типу. При її розробці слід забезпечити ущільнення між ротором і корпусом, а також пульсуючий характер рідини на виході.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу виконано на кафедрі нарисної геометрії і графіки Національного технічного університету «ХПІ» в рамках науково-технічної програми кафедри на замовлення ВАТ „Медтехніка”.

Формулювання наукової задачі, нове розв'язання якої отримано в дисертації. Розробити спосіб розрахунку взаємоспряжених профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин трохойдного типу з урахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є створення теоретичної бази для графоаналітичного методу розрахунку профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин трохойдного типу з урахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення.

Об'єктом дослідження є роторно-планетарні машини трохойдного типу.

Предметом дослідження є спосіб складання алгоритмів геометричного моделювання переміщення ротора і статора машини роторно-планетарного типу з врахуванням спряження профілів, що дотикаються.

Методи дослідження: елементи прикладної геометрії, обчислювальної математики, теорії машин і механізмів та комп'ютерної графіки.

Для досягнення мети у дисертації поставлено такі основні задачі:

- *виконати* огляд робіт з розрахунку машин роторно-планетарного типу та зубчатих передач внутрішнього зачеплення;
- *поглибити* спосіб опису обвідної сім'ї кривих на площині рівнянням у неявному вигляді;
- *розробити* спосіб опису обвідної сім'ї, утвореної в результаті обкатки профілю ротора як негладкої кривої з кутовими точками;
- *розробити* опис профілю корпусу роторно-планетарної машини рівнянням у неявному вигляді;
- *удосконалити* спосіб узгодження зубців зубчатої передачі внутрішнього зачеплення з формами профілів ротора і корпусу машини;
- результати впровадити у ВАТ „Медтехніка” при проектуванні апаратів штучного кровообігу, та у навчальний процес НТУ „ХПІ”.

Наукові положення, розроблені особисто дисертантом та їх новизна.

Дисертація присвячена графоаналітичному методу розрахунку взаємоспряжених профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин з врахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення,

- де *поглиблено* спосіб визначення обвідної параметричної сім'ї кривих, коли на вході є опис елемента сім'ї і закону переміщення його по площині з кінченими значеннями границі зміни параметра;

- де *вперше* запропоновано спосіб опису рівняннями у неявному вигляді профілів ротора й корпусу роторно-планетарної машини трохойдного типу;

- де *удосконалено* спосіб узгодження форми взаємоспряжених робочих профілів деталей роторно-планетарної машини трохойдного типу;

- де *вперше* запропоновано спосіб визначення форми зубців зачеплення з несиметричними профілями зубців для коліс внутрішнього зачеплення.

Вірогідність та обґрунтованість результатів підтверджується доведенням тверджень, аналітичними перетвореннями за допомогою процесора MAPLE, а також побудованими за допомогою комп'ютера зображеннями результатів обкатки для тестових прикладів, і розрахунками в процесі впровадження.

Практичне значення одержаних результатів дисертації полягає в можливості на її теоретичній базі впроваджувати у реальну практику алгоритми профілювання машинобудівних виробів шляхом обкатки заготовок фігурами заданих геометричних форм. Ця інформація допоможе приймати обґрунтовані рішення при конструюванні відповідних виробів і оснащення. Реалізація роботи виконана у ВАТ «Медтехніка», а також у навчальному процесі Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» (далі НТУ «ХПІ»).

Особистий внесок здобувача. Особисто автор виконала теоретичні дослідження з профілювання виробів, зробила огляд методів і розробила версії алгоритмів геометричного моделювання взаємоспряжених профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин з врахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення. Внесок співавторів полягав у обговоренні результатів комп'ютерної реалізації геометричних моделей.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювались на: науковому семінарі кафедри нарисної геометрії та графіки НТУ «ХПІ» під керівн. к.т.н., проф. А.М.Краснокутського (м. Харків, 2006 - 2008 рр.); міській секції графіки під керівництвом д.т.н., проф. Ю.М.Тормосова (м. Харків, 2008 р.); науковому семінарі кафедри прикладної геометрії і інформаційних технологій проектування ім. В.М.Найдиша ТДАТА під керівництвом д.т.н., проф. А.В.Найдиша (м. Мелітополь, 2008 р.); науково-практичних конференціях „Геометричне і комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн” (м. Сімферополь, 2006, 2007 рр.); україно–російській науково–практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Харків, 2007 р.); науково–практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Дніпропетровськ, 2006 р.), науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Луцьк, 2008р.), науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2008 р.);

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 11 робіт (з них 2 одноосібно, 9 у виданнях, які рекомендовано ВАК України).

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 135 найменувань та додатків. Робота містить 134 сторінки машинописного тексту та 48 рисунків.

ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи. Обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовані мета і задачі досліджень. Показано наукову новизну і практичну цінність отриманих розв'язків.

У **першому розділі** наведено огляди методів розрахунку роторно-планетарних машин, а також методів визначення обвідної параметричної сім'ї ліній на площині.

Огляд розрахунку роторно-планетарних машин проведено на основі робіт В.С.Беніовича, Г.Д.Апазиді, Б.Н.Бірюкова, Р.М.Сухомлінова, а також Л.М.Куценка, С.В.Росохи, О.Б.Васильєва, В.В.Суліми, В.Г.Рєви, І.Б.Шелихової, А.І.Самна.

На рис. 1 зображено схему роторно-планетарної машини трохохідного типу (на прикладі двигуна Ванкеля). Роторно-планетарна машина складається із корпусу, дві бокові поверхні якого утворюють робочий простір, в якому рухається ротор трикутної форми. Ротор має форму трикутника Релло, яка забезпечує при його обертанні постійний точковий контакт зі стінками ротора (звичайно це забезпечується підпружиненими штифтами), а також забезпечує двохкамерність конструкції. Рух ротора спричиняється планетарним механізмом, до складу якого входить передача внутрішнього зачеплення.

Таким чином, геометричний розрахунок роторно-планетарної машини повинен забезпечити описи геометричної форми взаємозалежних двох пар взаємоспряжених кривих.

Першу пару взаємоспряжених кривих складають профілі корпусу і ротора. Для спряження першої пари кривих необхідно описати обвідну сім'ю положень трикутного ротора, яка утворюється в результаті його обкатки планетарним механізмом (рис. 2).

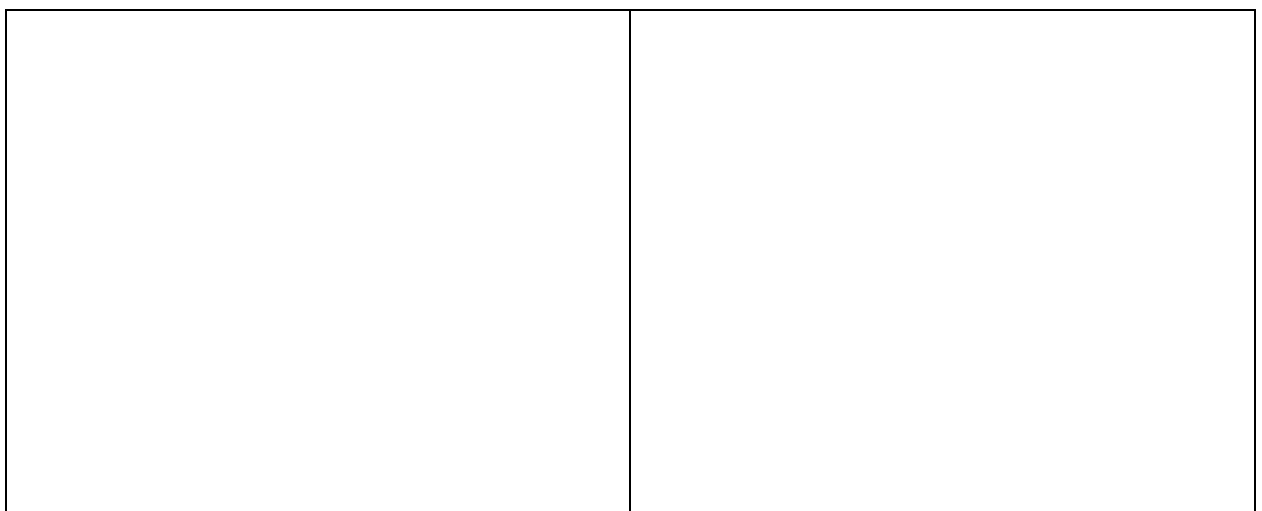


Рис. 1. Схема роторно-планетарної машини трохойдного типу	Рис. 2. Схема обкатки трикутного ротора планетарним механізмом
---	--

Іншою парою взаємоспряжених кривих є профілі зубців зубчатих коліс внутрішнього зачеплення. Для спряження іншої пари кривих необхідно визначити обвідну сім'ї положень контуру зубців на рухомому колесі більшого радіуса, яка також утворюється в результаті обкатки планетарним механізмом (рис. 1).

Для цього в роботі здійснено огляд методів визначення обвідної сім'ї на основі робіт В.А.Залгаллера, А.М.Підкоритова, Л.М.Куценка та ін..

Нехай у прямокутних координатах OXY маємо рівняння $F(X, Y) = 0$ фігури W , що рухається по площині oxy за законом, описаним рівняннями $X = X(x, y, C)$; $Y = Y(x, y, C)$. Тоді $f_{x,y,C} \equiv F_{X(x,y,C), Y(x,y,C)} = 0$ буде рівнянням сім'ї фігур $\{W\}$, елементи якої складають миттєві положення фігури W у процесі її руху. Для визначення обвідної необхідно виключити параметр C із системи рівнянь виду $f_{x,y,C} = 0$; $\frac{\partial f_{x,y,C}}{\partial C} = 0$, що на практиці складає самостійну проблему, за наявності несприятливих випадків, коли елементи сім'ї мають кутові точки (як у випадку трикутного ротора). Наближений опис обвідної сім'ї кривих рівнянням у неявному вигляді за допомогою послідовності R-диз'юнкцій має вигляд

$$\Phi_n(x, y) \equiv \bigvee_{i=0}^n f(x, y, \frac{(n-i)a + bi}{n}) = 0, \quad (1)$$

де $a < b$ - границі зміни параметра C , \bigvee - знак R-диз'юнкції.

Формула (1) складається з n штук R-диз'юнкцій, що з'єднують описи $n+1$ елементів вихідної сім'ї. Для досягнення високої точності опису значення n у формулі (1) необхідно обрати досить великим (порядку декількох десятків штук), в результаті з причини громіздкості втрачаються всі переваги аналітичного опису обвідної рівнянням у неявному вигляді. Тому доцільним буде поглибити зазначений спосіб для менших значень n .

Наведено огляд способів побудови спряжених профілів, які засновані на взаємообвідності спряжених профілів, наслідку з теореми Вілліса (спільна нормаль у точці дотику спряжених профілів проходить через полюс зачеплення); обвідні еквідистантних кривих є також еквідистантними. Зазначено, що для практичної реалізації взаємоспряжених кривих необхідно мати універсальний метод визначення обвідної параметричної сім'ї, яка визначає процес механічного формотворення.

Розглянуто способи опису зубчатих коліс внутрішнього зачеплення. Зазначено, що в процесі їх експлуатації відбувається перерозподіл навантаження від більш до менш навантаженого профілю, варіювання кута зачеплення призводить до утворення масляного демпфера коливань у зчепленні, до збільшення довговічності передачі, а також до зменшення тепловиділення й втрат на тертя.

Розглянуто різновиди артеріальних насосів в схемах підключення апаратів штучного кровообігу. Зазначено, що в якості насоса можна використати модифіковану роторно-планетарну машину.

В **другому розділі** розглянуто проєкційний метод наближеного опису рівнянням у неявному вигляді обвідної сім'ї кривих $f(x, y, C) = 0$, який зберігає початкову точність і структуру формули (1), але „використовує” меншу кількість R-диз'юнкцій. Ідею методу пояснимо так. У системі координат $OxuC$ множину точок $A: f(x, y, C) \geq 0$ можна вважати геометричним тілом. Розглянемо частину тіла $A^*: f(x, y, C) \geq 0$, розташовану між площинами рівня $a = \text{const}$ і $b = \text{const}$ (тут a і b - границі зміни параметра $a \leq C \leq b$). Побудуємо ортогональну проєкцію A^* на координатній площині Oxy . Тоді обрисова лінія отриманої проєкції B^* збігатиметься з обвідною даної параметричної сім'ї ліній. Це є наслідком того, що елементами вихідної сім'ї будуть проєкції множини перетинів поверхні з рівнянням $f(x, y, C) = 0$ площинами рівня $C = \text{const}$.

На аналітичному рівні описати тіло A^* можна рівнянням

$$f(x, y, C) \wedge \left(\frac{b-a}{2} - \left| C - \frac{b+a}{2} \right| \right) = 0, \quad (2)$$

де \wedge - знак R-кон'юнкції.

Рівняння виду (2) називається $[a, b]$ - інтервальним рівнянням сім'ї ліній $f(x, y, C) = 0$. Позначати інтервальне рівняння (3) пропонується як $f[a, b](x, y, C) = 0$.

Слід підкреслити, що в $[a, b]$ - інтервальному рівнянні (2) границі зміни параметра сім'ї кривих враховано на аналітичному рівні. Показано, що для одержання переваг при описі обвідної сім'ї ліній, січні площини $\{K\}$ слід зорієнтувати в просторі параметра C інакше, ніж площини рівня $\{L\}$ (рис. 3).

Подібними будемо називати сім'ї ліній $\{f_i(x, y, C) = 0\}$, у яких обвідні однакові, але їхні елементи будуть

геометрично різні. «Згенерувати» множини сімей ліній, які були б подібними стосовно даної сім'ї $f(x, y, C)=0$, можна за допомогою проєкцій перетинів тіла A^* різними сім'ями паралельних площин $\{K\}$ (тобто площинами, які по різному будуть орієнтованими у просторі параметра C). Пропозиція: сім'ю паралельних січних площин треба орієнтувати так, щоб їхні нормалі збігалися з напрямом, у якому тіло A^* відкидатиме тінь максимальної площі.

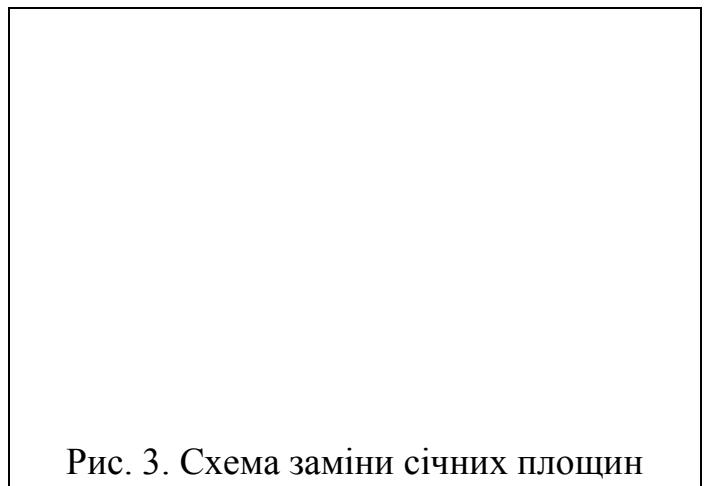


Рис. 3. Схема заміни січних площин

Приклад. «Класичною» обвідною сім'ї кіл $A: R^2 - (x - C)^2 - y^2 = 0$ радіуса R із центрами на осі Ox (рис. 4) є паралельні прями $y = \pm R$ (рис. 5). Обвідною $[0,3]$ - інтервальної сім'ї кіл буде овалоподібна крива (рис. 6).

Рис. 4. Елементи сімей	Рис. 5. Розв'язок з описами $y = \pm 1$

На рис. 7 зображено тіло $A^*: f(x, y, C) = 0$. Лінія обрису тіла A^* збігатиметься із шуканою обвідною параметричної сім'ї $f(x, y, C) = 0$.

Рис. 6. Овалоподібна обвідна	Рис. 7. Усічене тіло A^* при $0 \leq C \leq 3$

На рис. 8 і 9 зображено вибір площин і приклад нової сім'ї з рівнянням (3) де функція $\bar{C}(x, y)$ обирається із умови орієнтації тіла A^*

Рис. 8. Спосіб «генерації» сімей	Рис. 9. Приклад нової сім'ї

якщо сім'ю паралельних площин описати у вигляді $\frac{mx + ny + lC}{\sqrt{m^2 + n^2 + l^2}} = p$, то рівняння сім'ї кривих, подібної до сім'ї $F(x, y, C) = 0$, матиме вигляд

$$F_{[a,b]}(x, y, \frac{1}{l}(p\sqrt{m^2 + n^2 + l^2} - mx - ny)) = 0 \quad (4)$$

Тут $\{m, n, l\}$ - координати вектора нормалі сім'ї січних площин, p - параметр нової подібної сім'ї. Існує вектор $k \{m^*, n^*, l^*\}$, координати якого дозволяють описати обвідну у вигляді (4) зі збереженням тієї ж точності опису, що і за допомогою формули (1), але при значеннях $n = 3...5$.

Було розроблено алгоритм і програму пошуку того напрямку, у якому тіло A^* матиме тінь максимальної площі. На відміну від способу Самна для реалізації обертань використано їх механізм мовою кватерніонів.

Розглянутий спосіб визначення обвідної застосуємо для опису обкатки трикутника Релло планетарним механізмом. Рівняння трикутника Релло в рухомій системі координат ОХУ має вигляд

$$(5)$$

Рівняння обкатки трикутника Релло за допомогою планетарного механізму з відношенням ділительних кіл $R/r = 3/2$ матиме вигляд

$$(6)$$

Враховуючи формулу (6) просторі ОхуС параметрів розглянемо геометричний об'єкт $T: \Phi(x, y, C) \geq 0$ (рис. 10). Взаємність обертань дозволяє замінити задачу пошуку напрямку, у якому тіло A^* відкидатиме тінь максимальної площі на задачу пошуку орієнтації тіла T , за яким воно відкидатиме тінь максимальної площі на координатну площину Оху. На рис. 11 наведено схему, за якою тіло обертається навколо осі λ так, щоб точка A опинилася на осі ОС. Показано, що $\cos \theta = \frac{C_A}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2 + C_A^2}}$ і $\vec{\lambda} = y_A, -x_A, 0$.

Позначимо ... Для опису обертань в рівняння (6) слід підставити вирази

$$(7)$$

де

--	--

Рис. 10. Об'єкт $T: \Phi(x, y, C) \geq 0$ в просторі параметрів $OxyC$	Рис.11. Співвідношення між параметрами повороту осей
--	--

За допомогою складеної програми визначаємо той вектор, у напрямі якого тіло T відкидатиме тінь максимальної площі. На рис. 12 наведено зображення на площині, перпендикулярній цьому вектору. Рівняння зовнішнього контуру проекції тіла T на площину Oxy (рис. 13) в неявному вигляді буде таким.

$$f(x, y) \equiv \left(\sin \left(3 \arccos \left(\frac{B^2 + 9 - d}{6B} \right) \right) + \frac{d}{18} \sqrt{36 - \left(\frac{B^2 + 9 - d}{B} \right)^2} \right)^2 - y^2 = 0, \quad (8)$$

$$\text{де } B = \sqrt[3]{27|x| + \sqrt{729x^2 + d^3 - 27d^2 + 243d - 729}}.$$

Рис. 12. Проекція максимальної площі	Рис. 13. Проекція об'єкта T на площину Oxy (обрисом є профіль корпусу)

Наведемо приклад програмної реалізації описів у неявному вигляді профілю ротора (5), (6) і профілю корпусу (8), в результаті чого можна переконатися у достовірності одержаних рівнянь:

```

m := 12: H := 5: R := 3: a := 7.5: d := 3*a:
Ф := (x, y) -> 2*a^2 - x^2 - y^2 - 2*a*sqrt(y^2 + x^2) *
sin(1/3*arccos(-x*(3*y^2 - x^2)/(sqrt((y^2 + x^2)^3)) + Pi/6) = 0:
A := x -> (27*abs(x) + (-729 + 243*d - 27*d^2 + d^3 +
729*x^2)^(1/2))^(1/3):
F := y^2 - (sin(3*arccos(1/6*(A(x)^2 + 9 - d)/A(x))) +
1/18*d*(36 - ((A(x)^2 + 9 - d)/A(x))^2)^(1/2))^2:
корпус := implicitplot3d(F, x=-9..9, y=-7..7, z=0..H):
for i from 0 to m do
xx := cos(i*4*Pi/m): yy := sin(i*4*Pi/m):

```

```

xt := cos(i*4*Pi/m)+R*cos((i*4*Pi/m)/(R-1)):
yt := -sin(i*4*Pi/m)-R*sin((i*4*Pi/m)/(R-1)):
xp := (x-xx)*cos((i*4*Pi/m)/3) + (y-yy)*sin((i*4*Pi/m)/3):
yp := -(x-xx)*sin((i*4*Pi/m)/3) + (y-yy)*cos((i*4*Pi/m)/3):
kon := implicitplot3d(ϕ(xp,yp), x=-a-1..a+1,y=-a..a,z=0..H,
      scaling=CONSTRAINED, style=PATCHNOGRID):
Gr[i] := display(kon, korpus, scaling=CONSTRAINED):
end do:
display(seq(Gr[i],i=0..m), insequence=true);

```

На рис. 14 наведено залежно від кута обкатки зображення окремих кадрів анімаційного моделювання дії роторно-планетарної машини.

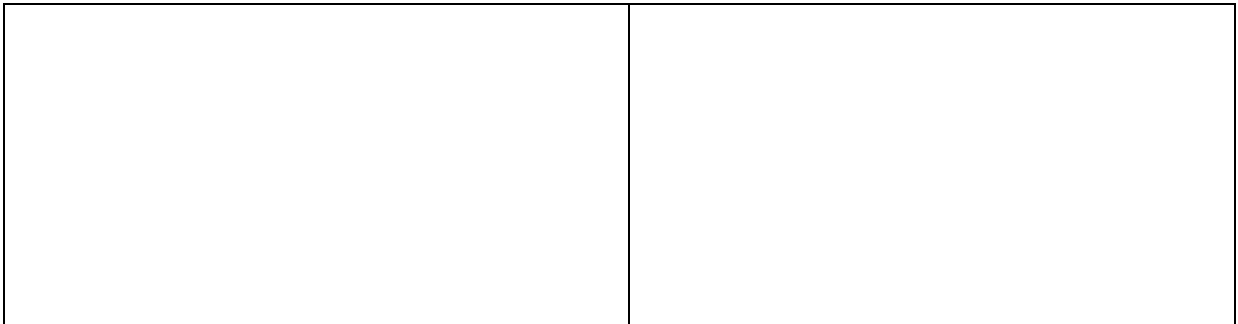


Рис. 14. Результат виконання програми
(циліндрами позначено зубчасту передачу)

Зазначимо, що під час алгоритмічної реалізації профілів деталей, описаних рівняннями у неявному вигляді $f(x,y)=0$, можна виявляти належність тій чи іншій деталі пробної точки $A(x_A, y_A)$ за знаком числа $f(x_A, y_A)$. Параметричний опис контурів профілів такої можливості не надає.

У **третьому розділі** розглянуто геометричне моделювання профілів зубців внутрішнього зубчатого зачеплення як взаємоспряжених кривих. При цьому форма зубців нерухомого (пасивного) колеса з ділільним колом R_1 визначається в результаті комп'ютерної обкатки рухомого (активного) колеса з ділільним колом R_2 , як обвідна миттєвих положень зубців за умови, що обкатка узгоджена відносно спряженості профілів ротора і корпуса роторно-планетарної машини трохоїдного типу.

Нехай множина зубців, які формуються, пов'язані з нерухомою системою координат Oxy , а множина заданих зубців разом з рухомою системою координат OXY здійснює процес обкатки за схемою планетарного механізму. Тобто, так, коли ділільне коло більшого радіуса (із заданими зубцями) котиться без проковзування (рис. 15) своєю внутрішньою частиною по нерухомому ділільному колу меншого радіуса (із зубцями, які формуються). Тоді зв'язок між зазначеними системами має вигляд:

$$\begin{aligned} X &= x \cos C + y \sin C - (R_2 - R_1) \cos 2C; \\ Y &= -x \sin C + y \cos C - (R_2 - R_1) \sin 2C. \end{aligned} \quad 9)$$

Опис спрощених профілів зубців рухомого зубчатого колеса має вигляд:

$$x = Z(t) \cos \varphi; \quad y = Z(t) \sin \varphi, \quad (10)$$

де $Z = Z(t)$ – рівняння *твірного контуру* (не плутати з вихідним контуром).

Залежно від функції $Z(t)$ в роботі розглянуто такі різновиди спрощених профілів зубців рухомого (активного) зубчатого колеса:

а) синусоїдальний

$$Z = R_2 + H \sin\left(\frac{NR_2 t}{2R_1}\right);$$

б) пилоподібний

$$Z = R_2 + H \arcsin\left(\sin \frac{NR_2 t}{2R_1}\right); \quad (11)$$

в) меандровий

$$Z = R_2 + H \operatorname{signum}\left(\sin \frac{NR_2 t}{2R_1}\right).$$

Рис. 15. Формули зв'язку між системами координат

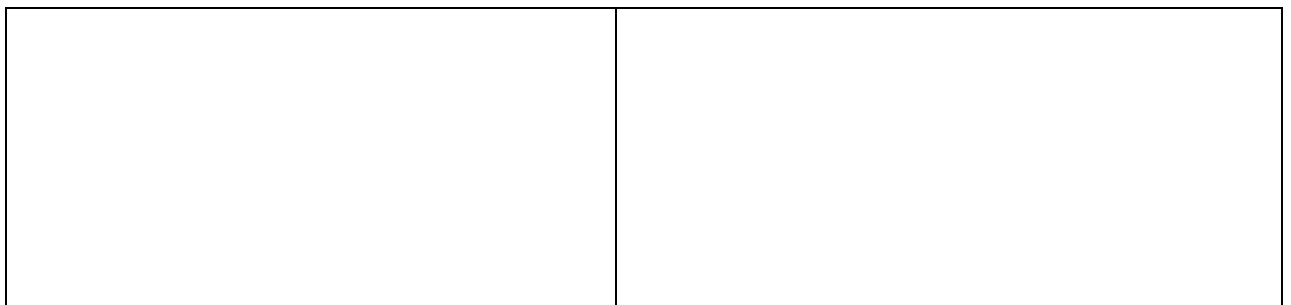
Тут φ - параметр обкатки; t - параметр форми зубців; H - висота зубця рухомого колеса; N - кількість зубців нерухомого (пасивного) колеса; $N_p = NR_2/R_1$ - кількість зубців рухомого (активного) колеса.

На рис. 16 наведено приклади синусоїдального та меандрового зубчатих коліс для рухомого кола радіуса $R_2 = 30$, повної висоти зубця $H = 3$ і $N_p = 30$.

В роботі показано, що обкатку рухомим зубчатим колесом можна описати за допомогою формул

$$x = w_1 \cos \frac{C}{2} + w_2 \sin \frac{C}{2}; \quad y = w_2 \cos \frac{C}{2} - w_1 \sin \frac{C}{2}, \quad (12)$$

$$\text{де } w_1 = Z\left(\frac{NR_2 h_t}{2\pi R_1}\right) \cos t - \sin C; \quad w_2 = Z\left(\frac{NR_2 h_t}{2\pi R_1}\right) \sin t - \cos C.$$



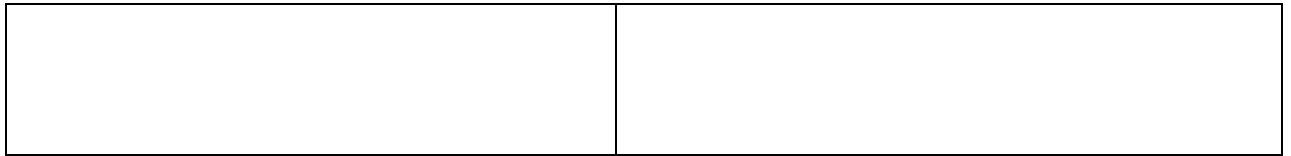


Рис. 16. Приклади синусоїдального та меандрового зубчатих коліс

На рис. 17 наведено окремі фази процесу обкатки меандрового (активного) зубчатого колеса, погодженого з профілями ротора і корпуса.

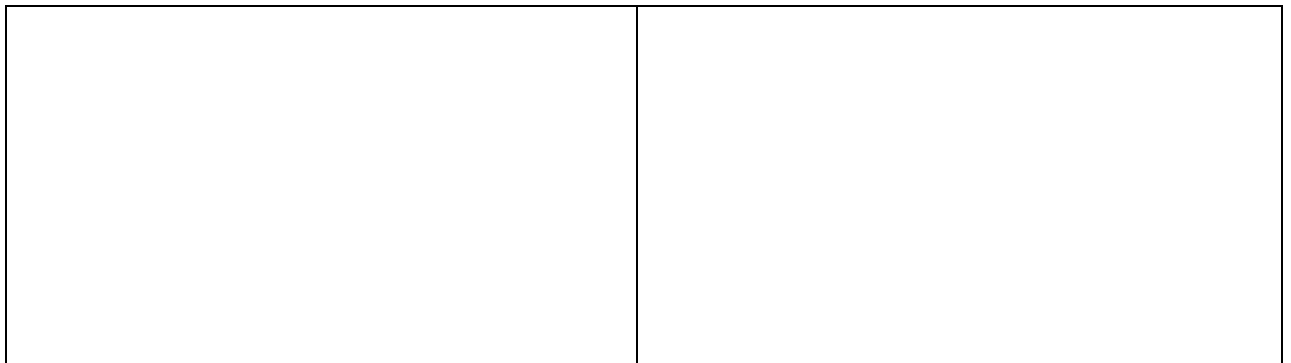


Рис. 17. Окремі фази обкатки зубчатим колесом меандрового типу

Результатом одержаної обкатки буде обвідна, яка збігатиметься з шуканими зубцями нерухомого (пасивного) зубчатого колеса (рис. 18) .

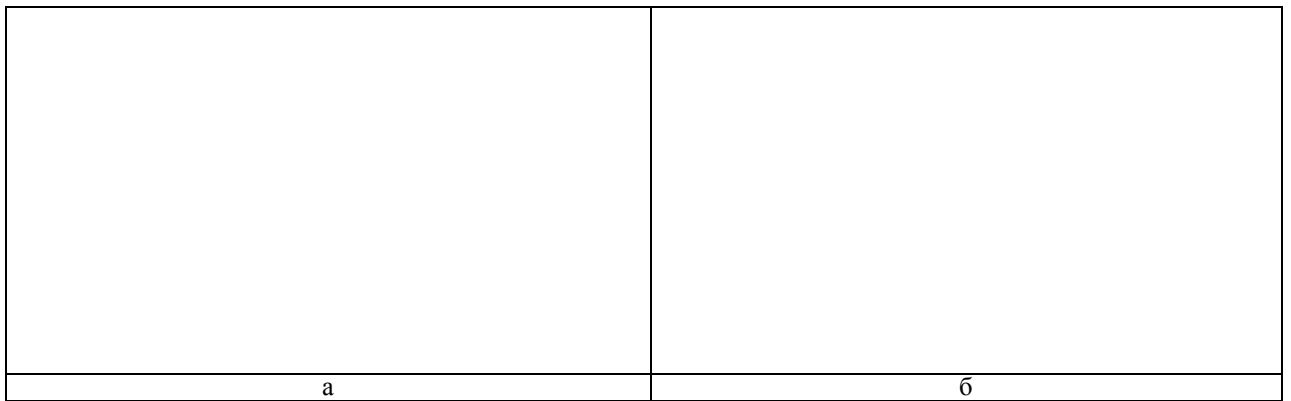


Рис. 18. Форми зубців нерухомого зубчатого колеса для $p = 2$ (а) і $p = 1$ (б)

В роботі показано можливість геометричного моделювання несиметричних зубчатих коліс, твірний контур яких описаний, наприклад, рівнянням

$$Z(t) = R_2 + H \arctg \left(tg \frac{NR_2 t}{2R_1} \right). \quad (13)$$

На рис. 19 зображено рухоме і нерухоме колесо внутрішнього зубчатого зачеплення при $N = 8$ і $H = 2$.

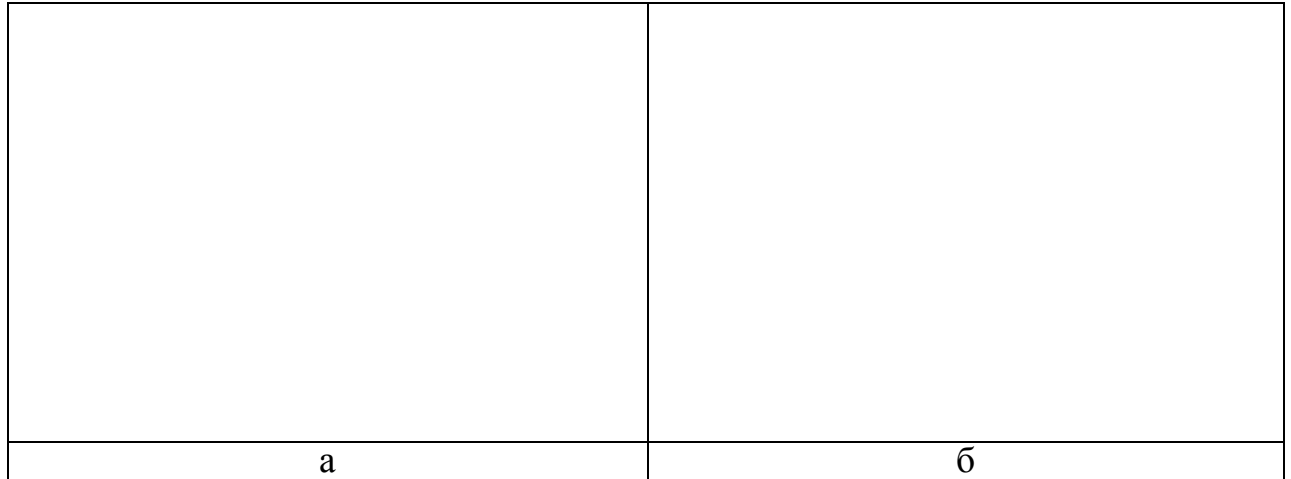


Рис. 19. Рухоме (а) і нерухоме (б) колесо зубчатого зачеплення

В роботі розглянуто загальний випадок (рис. 20) опису несиметричного твірного контуру $Z(t)$, описаного, наприклад, рівнянням

$$f(t) = \begin{cases} f_1(t), & t < h_t / 2 \\ f_2(t), & t \geq h_t / 2 \end{cases} \quad (14)$$

де $f_1 = 6 \sin\left(\frac{t}{2\pi}\right)$; $f_2 = \frac{(t - h_t)^2}{11}$; $h_t = \frac{2\pi R_2}{NR_2 / R_1}$ - крок по контуру.

В результаті в роботі одержано (рис. 21) опис всього несиметричного твірного контуру у вигляді:

$$Z = R_2 + f(t - h_t \cdot \text{floor}(t / h_t)), \quad (15)$$

де floor – оператор обчислення найбільшого цілого, яке менше або рівне числу.

На рис. 22 зображено спрофільовану пару зубчатих коліс для роторно-планетарного механізму (великий розмір зубців обрано для наочності).

Рис. 20. Профіль несиметричного зубця рухомого колеса

Рис. 21. Графік функції $Z(t)$ як профіль твірного контуру

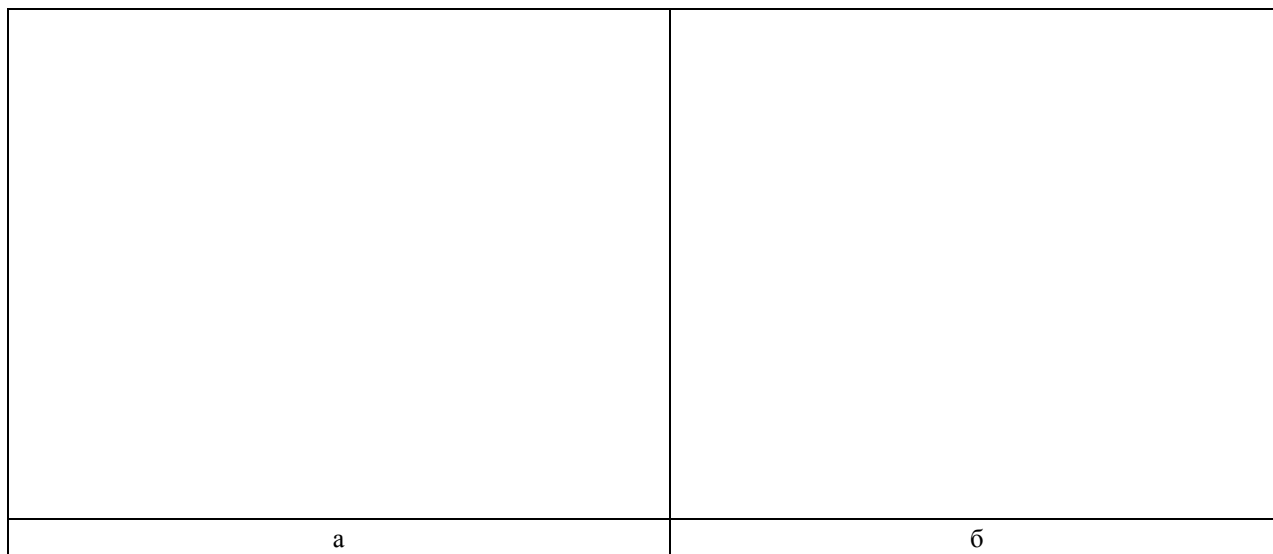


Рис. 22. Спрофільована пара зубчатих коліс внутрішнього зачеплення.

а) рухоме колесо; б) нерухоме колесо

В роботі розглянуто спосіб *точного аналітичного* опису зубців пасивного колеса шляхом визначення обвідної миттєвих положень зубців активного зубчатого колеса, наприклад, синусоїдальних (рис. 16), заданих у вигляді

$$x = (R_2 + H \sin R_2 t) \cos t; \quad y = (R_2 + H \sin R_2 t) \sin t. \quad (16)$$

Рівняння сім'ї миттєвих положень активного зубчатого колеса має вигляд

$$x = R_2 \cos(t - C) + (R_1 - R_2) \sin 3C + \frac{H}{2} \sin(R_2 t - C + t) + \sin(R_2 t + C - t); \quad (17)$$

$$y = R_2 \sin(t - C) + (R_1 - R_2) \cos 3C + \frac{H}{2} \cos(R_2 t - C + t) + \cos(R_2 t + C - t).$$

Для визначення рівняння обвідної сім'ї миттєвих положень активного зубчатого колеса слід обчислити якобіан $J = \begin{vmatrix} x'_C & x'_t \\ y'_C & y'_t \end{vmatrix}$. Прирівнявши значення якобіана до нуля, одержимо рівняння

$$(18)$$

З рівняння (20) визначимо значення параметра C (вираз громіздкий, тому тут не наводиться), яке підставимо в вирази (19), в результаті чого одержуємо точний вираз для обвідної сім'ї миттєвих положень активного зубчатого колеса – тобто аналітичний опис профілю зубців пасивного зубчатого колеса (вираз громіздкий, тому тут також не наводиться).

На рис. 23 наведено зображення профілю зубців пасивного колеса, коли твірним контуром зубців активного колеса буде синусоїда. Параметри зчеплення такі: $R_1 = 20$; $R_2 = 30$; $H = 3$; $N = 8$ (кількість зубців нерухомого колеса); $N_p = 12$ (кількість зубців рухомого колеса).

Рис. 23. Зубці пасивного колеса, коли твірним контуром зубців активного колеса буде

В загальному випадку (для пилоподібного і меандрового твірних контурів) одержано наближений розв'язок у вигляді послідовності точок, належних контуру зубців пасивного колеса.

Для визначення координат точок на контурі пасивного зубчатого колеса було використано одну з основних властивостей зубчатої передачі, згідно якої точка контакту пари зубців знаходиться на дотичній до двох основних кіл коліс (на рис. 24 ця властивість для наочності проілюстрована для зовнішнього зачеплення).

На рис. 25 зображено результат обкатки зубця нерухомого (пасивного) колеса активним зубчатим колесом з великою кількістю миттєвих положень.

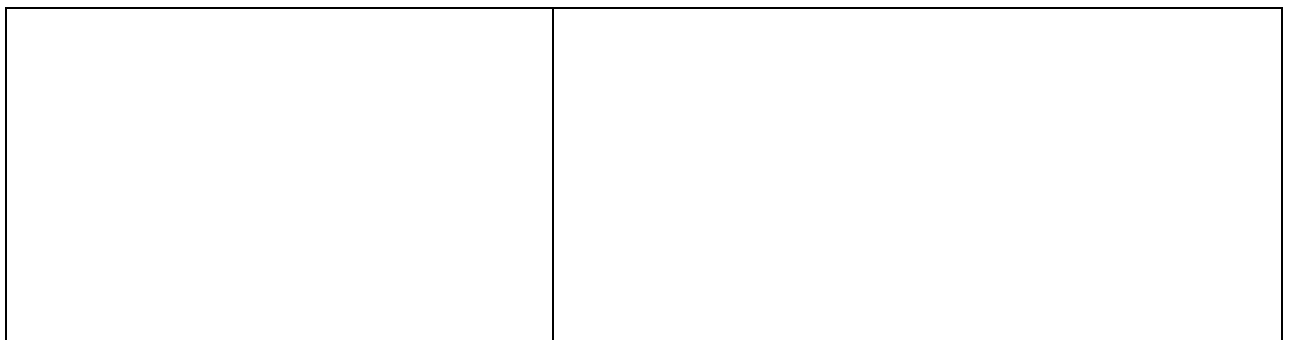


Рис. 24. До властивості зубчатої передачі	Рис. 25. Спрофільований зубець зубчатої передачі з несиметричними зубцями

При цьому в автоматичному режимі обираються точки на контурі зубця нерухомого колеса, які в подальшому можна використати як вузлові точки обчислень методу кінцевих елементів (рис. 26).

а)	б)

Рис. 26. Результат обчислень пружного навантаження зубця:
а) Максимальне напруження $\sigma = 0.7325$ МПа;
б) Максимальне зміщення $d = 1.910 \cdot 10^{-007}$ м

До переваг коліс із несиметричними зубцями слід віднести перерозподіл навантаження між профілями зубців, а також запобігання реверсних напрямів обертання. Саме ці властивості стали причиною для впровадження результатів.

Розроблені комп'ютерні програми передано для впровадження на ВАТ «Медтехніка» при розробці насосів апаратів штучного кровообігу.

ВИСНОВКИ

Дисертацію присвячено новому розв'язанню задачі геометричного моделювання взаємоспряжених профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин трохойдного типу з урахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення.

Значення для науки роботи полягає у подальшому розвитку способів опису профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин з урахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення.

Значення для практики досліджень полягає в скороченні термінів і підвищенні точності при моделюванні коливальних, а також в одержанні моделей, що задовольняють заданим вимогам і прискорюють проектування виробів.

При цьому отримані результати, що мають науково-практичну цінність.

1. Виконано аналіз відомих методів геометричного моделювання дії роторно-планетарних машин, з чого випливає необхідність розробки комп'ютерних програм розрахунку профілів роторів, корпусів та пари коліс зубчатого зачеплення.

2. Поглиблено спосіб опису обвідної сім'ї кривих на площині рівнянням у неявному вигляді, коли вхідними параметрами є описи елемента сім'ї і закону переміщення по площині з фіксованими границями зміни параметра, що дозволило скласти універсальний алгоритм визначення обвідної параметричної сім'ї, коли її параметр змінюється у фіксованих межах.

3. Запропоновано спосіб опису обвідної сім'ї, утвореної в результаті обкатки профілю ротора, як кривої з кутовими точками, що дозволило перевірити спосіб визначення обвідних для негладких кривих.

4. Розроблено опис профілю корпусу рівнянням у неявному вигляді, що надало можливість унаочнити дію роторнопланетарної машини в аксонометрії.

5. Удосконалено спосіб узгодження зубчастої передачі внутрішнього зачеплення з формами профілів ротора і корпусу машини, що дало змогу за допомогою одних і тих же параметрів описати взаємне переміщення двох пар спряжених кривих, а саме - профілів ротора і корпусу, а також зубців пари зубчатих коліс.

6. Результати впроваджено у ВАТ „Медтехніка” при проектуванні апаратів штучного кровообігу, та у навчальний процес НТУ „ХП”.

Основні положення дисертації опубліковано у таких роботах:

1. *Кириченко А.Ф.* Метод определения вида и параметров модификации прямозубых цилиндрических зубчатых колес на стадии проектирования / *Кириченко А.Ф., Бережной В.О., Воронцова Д.В.* / Проблемы механического привода. Вісник НТУ«ХП». - Вип. 22, Харків, 2006.– С. 28-36.

Особисто автором розглянуто шляхи підвищення працездатності прямозубих коліс за допомогою застосування модифікованих зубців.

2. *Кириченко А.Ф.* Геометро-кинематическая модель динамики прямозубых эвольвентных передач с учетом модификации зубьев / *Кириченко А.Ф., Воронцова Д.В., Бережной В.А.* Вестник науки и техники. Харьков: НТУ «ХНИ», ООО «ХДТН», 2006.-Вип.1-2(24-25).-С.11-17.

Особисто автором розроблено геометро-кінематичну модель, яка є базовою для виведення диференціальних рівнянь руху прямозубої евольвентної передачі.

3. *Кириченко А.Ф.* Расчет жесткости зацепления модифицированных прямозубых эвольвентных колес для исследования их динамики / *Кириченко*

А.Ф., Бережной В.О., Воронцова Д.В. / Геометричне та комп'ютерне моделювання. Збірник наукових праць Української асоціації з прикладної геометрії «ХДУХТ». - Вип. 17, Харків, 2007.– С. 139-145.

Особисто автором на базі геометричного моделювання вирішено задачу розрахунку жорсткості зачеплення зубів.

4. *Кириченко А.Ф.* Теоретические и экспериментальные исследования параметров модификации зубьев эвольвентных прямозубых колес / *Кириченко А.Ф., Бережной В.О., Воронцова Д.В.*/ Проблемы механического привода. Вісник НТУ«ХП». - Вип. 21 , 2007.– С. 170-178.

Особисто автором розглянуто експериментальні та теоретичні дослідження параметрів модифікації зубців.

5. *Бережной В.О.* Оценка адекватности упруго-деформированных характеристик зубьев прямозубых эвольвентных колес с сопоставлением расчетных и модельных испытаний / *Бережной В.О., Воронцова Д.В.* / Науковий журнал. Луганськ: СНУ ім. Даля, 2007. Вип. 9(115). – С. 7-11

Особисто автором виконано розрахунки напружено-деформованого стану спрощених аналогів зубів.

6. *Воронцова Д.В.* Геометричний синтез роторно-планетарних машин з урахуванням їхньої динаміки // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Збірник наукових праць Української асоціації з прикладної геометрії «ХДУХТ». - Вип. 20, Харків, 2007. – С. 107-112.

Особисто автором розглянуто новий підхід до розв'язання задачі динаміки та геометричного синтезу роторно-планетарних машин на основі геометричного моделювання.

7. *Воронцова Д.В.* Геометрична інтерпретація динамічних характеристик роторних систем // Сучасні проблеми геометричного моделювання. Міжвузівський збірник. – Вип. 22, Луцьк, 2008. – С. 57 – 63.

Особисто автором розроблено математичну модель роторно-планетарної машини у вигляді системи диференціальних рівнянь.

8. *Росоха С.В.* Геометричне моделювання коливань роторно-планетарних машин / *Росоха С.В., Воронцова Д.В.*/ Праці Таврійського державного агротехнічного університету. Мелітополь:ТДАТУ,2008.Вип. 4.- Т.38.-С.77–83.

Особисто автором розроблено математичне наповнення програми моделювання коливань роторно-планетарних машин.

9. *Росоха С.В.* Геометричне моделювання динамічної схеми зачеплення зубчатої передачі / *Росоха С.В., Воронцова Д.В., Лінчевський Є.А.*/ Праці Таврійської державної агротехнічного університету. Мелітополь: ТДАТУ, 2008. Вип. 4. - Т.39.-С.92 – 101.

Особисто автором здійснено аналіз коливань роторно-планетарних машин.

10. *Бережной В.О.* Влияние модификации в виде проточки вдоль вершины зуба на величину коэффициента k_p / *Бережной В.О.,*

Воронцова Д.В. / Проблемы механического привода. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». - Вип. 28, Харків, 2008. – С. 84-88.

Особисто автором виконано дослідження впливу модифікації у вигляді проточки уздовж вершини зуба.

11. *Воронцова Д.В.* Оцінка модифікації зубчатого зачеплення методами прикладної геометрії // Вісник Херсонського національного технічного університету. Херсон : ХНТУ, 2008. Вип. 2(31), – С. 119 – 123.

Воронцова Д.В. Геометричне моделювання профілів роторно-планетарної машини, узгоджених із зубчатою передачею. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеню кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна, 2009.

Дисертацію присвячено новому розв'язанню задачі геометричного моделювання графоаналітичного методу розрахунку профілів роторів і корпусів роторно-планетарних машин з урахуванням зубчатих передач внутрішнього зачеплення.

Розроблено спосіб опису обвідної сім'ї кривих на площині рівнянням у неявному вигляді, коли входними параметрами є описи елемента сім'ї і закону переміщення по площині з фіксованими границями зміни параметра, що дозволило скласти універсальний алгоритм визначення обвідної параметричної сім'ї, коли її параметр змінюється у фіксованих межах. Розроблено спосіб опису обвідної сім'ї, утвореної в результаті обкатки профілю ротора як кривої з кутовими точками, що дозволило визначати обвідні для негладких кривих. Розроблено опис профілю корпусу рівнянням у неявному вигляді, що надало можливість обирати його раціональні параметри. Розроблено спосіб узгодження зубчатої передачі внутрішнього зачеплення з формами профілів ротора і корпусу машини, що дало змогу за допомогою одних і тих же параметрів описати взаємне переміщення двох пар спряжених кривих, а саме - профілів ротора і корпусу, а також зубців пари зубчатих коліс. Результати впроваджено у ВАТ „Медтехніка” при проектуванні апаратів штучного кровообігу, та у навчальний процес НТУ „ХПІ”.

Ключові слова: роторно-планетарна машина, спряжені криві, зубчата передача, несиметричні профілі зубів, апарат штучного кровообігу.

Воронцова Д.В. Геометрическое моделирование профилей роторно-планетарной машины, согласованных с зубчатой передачей. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина, 2009.

Диссертация посвящена новому решению задачи геометрического моделирования графоаналитического метода расчета профилей роторов и

корпусов роторно-планетарных машин с учетом зубчатых передач внутреннего зацепления.

Наименее исследованными с точки зрения прикладной геометрии являются расчеты роторно-планетарных машин трохойдного типа. Причина сложности описания формы их рабочих профилей состоит в том, что ротор осуществляет свое вращательное движение в корпусе с помощью планетарного механизма, в результате чего профили корпуса и ротора имеют вид специальных кривых - трохойд и их огибающих. Проведенные исследования не позволили создать информационное обеспечение геометрического моделирования разнovidностей формообразования деталей обкаткой, образованных с помощью роторно-планетарного механизма, а также учесть зубчатые передачи планетарного механизма. При этом еще не занятой «научной нишей» оказалось создание эффективных обобщающих алгоритмов профилирования корпуса и ротора с учетом зубчатых колес внутреннего зацепления (в том числе и с несимметричными зубьями). Поэтому целью диссертации является разработка графоаналитического метода расчета профилей роторов и корпусов роторно-планетарных машин с учетом зубчатых передач внутреннего зацепления. Для определенности в диссертации рассмотрено новое направление применения роторно-планетарных машин как насосов для аппаратов искусственного кровообращения и искусственной почки. Известные схемы перифузийных насосов (таких как роликовые и линейные) широко используются в кардиохирургии отмечаются простотой конструкции. Но им присущ недостаток, состоящий в том, что они травмируют (давят) красные кровяные тельца. После консультации со специалистами появилась идея использовать для медицинского насоса роторно-планетарную машину трохойдного типа. При ее разработке необходимо обеспечить уплотнение между ротором и корпусом, а также гарантировать пульсирующий характер жидкости на выходе. Поэтому, возникла задача доработать схему роторно-планетарной машины, чему, в сущности, и посвящена данная работа.

Разработан способ описания огибающей семейства кривых на плоскости уравнением в неявном виде, входными параметрами которого будут описания элемента семейства и закона перемещения по плоскости с фиксированными границами изменения параметра, что позволило составить универсальный алгоритм определения огибающей параметрического семейства, параметр которой изменяется в фиксированных границах. Разработан способ описания огибающей семейства, образованной в результате обкатки профиля ротора как кривой с угловыми точками, что позволило определять огибающие для негладких кривых. Разработано описание профиля корпуса уравнением в неявном виде, что предоставило возможность избирать его рациональные параметры. Разработан способ согласования зубчатой передачи внутреннего зацепления с формами профилей ротора и корпуса машины, что дало возможность с помощью одних и тех же параметров описать взаимное перемещение двух пар сопряженных кривых, а именно - профилей ротора и корпуса, а также зубьев пары зубчатых колес. Результаты внедрены у ВАТ „Медтехника” при проектировании аппаратов искусственного кровообращения, и в учебный процесс НТУ „ХПИ”.

Ключевые слова: роторно-планетарная машина, сопряженные кривые, зубчатая передача, несимметричные профили зубьев, аппарат искусственного кровообращения.

Vorontsova D.V. The Geometrical design of rotor-planter machine's profiles, which matched with gearing. - the Manuscript.

Thesis for a competition toward scientific degree in engineering science (specialty 05.01.01 - Applied geometry, engineering graph) of an engineering science candidate.- National university of construction and architecture of Kiev, Kiev, Ukraine, 2009.

Dissertation is dedicated to a new decision of geometrical design task the grafoanalytics method of calculation types of rotors and of rotor-planetary machine's corps taking into account gearings of the internal toothing.

The method of description rounding families of curves on a plane by equalization in a non-obvious kind is developed, where the parameters of entry conditions will be descriptions of family's element and law of moving on a plane with the fixed scopes of change of parameter. Thiess let make up the universal algorithm of determination of rounding parametric family, parameter of which changes in the fixed scopes. The method of description of rounding the family is developed, where the rounding is the result of rolling of type of rotor as curve formed as a result with angular points. Thiess allowed determining rounding for uneven curves. Description of type of corps is developed by equalization in a non-obvious kind, what gave possibility to elect his rational parameters. The method of concordance the gearing of the internal toothing with the forms of rotor's profiles and corps of machine is developed.

Keywords: rotor-planetary machine, attended curves, gearing, asymmetrical types of gear, vehicle of artificial circulation of blood.