

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
„ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”**

**Ткачук Антон Миколайович**

УДК 539.3

**МЕТОДИ АНАЛІЗУ КОНСТРУКЦІЙНОЇ МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН ПРИ  
ТЕРМОМЕХАНІЧНОМУ КОНТАКТІ**

Спеціальність 05.02.09 – динаміка та міцність машин

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Харків – 2011

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі динаміки та міцності машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор  
**Львов Геннадій Іванович,**  
Національний технічний університет «Харківський  
політехнічний інститут», завідувач кафедри  
динаміки та міцності машин

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор  
**Морачковський Олег Костянтинович,**  
Національний технічний університет «Харківський  
політехнічний інститут», завідувач кафедри  
теоретичної механіки

доктор технічних наук, доцент  
**Верещака Сергій Михайлович,**  
Сумський державний університет,  
доцент кафедри опору матеріалів  
і машинознавства

Захист відбудеться «29» червня 2011 р. о 16<sup>30</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.050.10 у Національному технічному університеті «Харківський політехнічний інститут» за адресою: 61002, м. Харків, вул. Фрунзе, 21

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» за адресою: 61002, м. Харків, вул. Фрунзе, 21

Автореферат розісланий «    » травня 2011р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради \_\_\_\_\_

В.Г. Сукіасо

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Сучасні машини працюють в умовах високих механічних і температурних навантажень. У складі їх конструкцій містяться елементи, які знаходяться між собою у контактній взаємодії. Ця обставина змушує для аналізу їх конструкційної міцності визначати термопружний стан (ТПС) при термомеханічному контакті (ТМК). На відміну від класичних постановок термічних і пружних крайових задач, локальні постановки яких трансформуються до еквівалентних варіаційних рівнянь, контактні задачі вимагають розвитку таких підходів, наприклад, на основі теорії варіаційних нерівностей (ТВН). Це порівняно новий напрямок у механіці, і тому не всі типи задач з односторонніми обмеженнями одержали розв'язок, зокрема, з точки зору обґрунтування методів дискретизації.

На даний час для дослідження різноманітних фізико-механічних полів за наявності обмежень на границях типу нерівностей найбільш ефективним є варіаційне формулювання таких задач, у т.ч. охоплююче механічний та термічний контакти. Проте у реальних умовах експлуатації елементів машин і механічне, і термічне навантаження діють у сукупності. А це призводить до необхідності розв'язання зв'язаної задачі термомеханічного контакту, для якої варіаційне формулювання відсутнє. З іншого боку, велике розповсюдження на практиці має випадок ТМК тіл з поверхнями узгодженої (конгруентної, співпадаючої) форми, що часто призводить до появи кромочного контакту на границях спряжених ділянок поверхні. У цих зонах спостерігаються потенційні особливості (сингулярності) у розподілі шуканих величин навіть у звичайних розв'язках контактних пружних задач чи задач термічного контакту. Проте порядок особливостей у задачах зв'язаного ТМК досліджено недостатньо, а потреби практики вимагають розвитку можливостей моделювання термопружного стану елементів машин з урахуванням термомеханічної контактної взаємодії.

Таким чином, виникає актуальна науково-практична задача удосконалення методів дослідження зв'язаного термомеханічного контакту і визначення особливостей термопружного стану для елементів машин з поверхнями узгодженої форми, що визначило напрямок дисертаційного дослідження.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконувалася в НТУ „ХПІ” згідно з планом фундаментальних та прикладних науково-дослідних робіт МОН України: „Розробка методів дослідження нелінійного деформування і пошкоджуваності елементів конструкцій із однорідних та композиційних матеріалів” (ДР № 0109U002382); „Розробка теоретичних основ комп'ютерних кластерних технологій та унікального програмно-апаратного комплексу для дослідження складних та надскладних механічних систем” (ДР № 0107U006813), а також в рамках господарського договору „Розробка системи автоматизованої генерації твердотільної та скінченно-елементної моделі для дослідження НДС зварної рами вітроенергетичної установки” (ВАТ „Головний спеціалізований конструкторсько-технологічний інститут” (ГСКТІ), м. Маріуполь) та договорів про співпрацю з Харківським конструкторським бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова (ХКБМ), ДП „Завод ім. В.О. Малишева” та ГСКТІ, де здобувач був виконавцем окремих етапів.

**Мета і завдання дослідження.** *Мета роботи* полягає в удосконаленні методів та моделей для

аналізу зв'язаних задач термомеханічного контакту елементів машинобудівних конструкцій по поверхнях узгодженої форми, а також визначення особливостей термопружного стану для оцінки конструкційної міцності.

Для досягнення мети поставлені наступні *задачі*:

- 1) на основі аналізу традиційних методів розробити узагальнений підхід до визначення термопружного стану з урахуванням термомеханічного контакту елементів машин;
- 2) розробити загальну варіаційну постановку та математичні моделі термопружного стану з урахуванням зв'язаного термомеханічного контакту;
- 3) провести числову реалізацію математичних моделей термопружного стану;
- 4) розв'язати прикладні задачі аналізу ТПС з урахуванням зв'язаного термомеханічного контакту для машинобудівних конструкцій та встановити закономірності розподілу полів механічних та температурних величин;
- 5) провести експериментальне дослідження контактної взаємодії і впровадити результати дисертаційних досліджень в практику проектування елементів машинобудівних конструкцій.

*Об'єкт дослідження*: процес термомеханічного контакту та термопружний стан елементів машинобудівних конструкцій.

*Предмет дослідження*: методи і моделі термопружної контактної взаємодії елементів машин з урахуванням особливостей на границях контакту та визначення фізичних закономірностей термопружного стану при термомеханічному контакті досліджуваних тіл по поверхнях узгодженої форми.

*Методи дослідження*. У роботі використовуються методи ТВН для розв'язання контактної задачі; метод скінченних елементів (МСЕ) для дискретизації задачі контактної взаємодії; для отримання характеру особливостей в кутових точках залучається метод інтегрального перетворення Мелліна; методи твердотілого просторового моделювання – для побудови геометричних моделей досліджуваних тіл, теорії оболонок – для опису контактної взаємодії тонкостінних елементів конструкцій. Експериментальне дослідження НДС проводилось методами голографічної інтерферометрії, електротензометрії та контактних відбитків. Комп'ютерні обчислення проводились у середовищі програм ANSYS (ліцензія НТУ „ХПІ” від фірми EMT U, 2010 р.) та SolidWorks (сертифікат № SEN0213 18/02-2006, ліцензія 9710 0044 1189 7468).

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у тому, що в роботі запропоновано узагальнене варіаційне формулювання та математична модель зв'язаної термопружної контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій. Вперше:

- визначено характер розподілу особливостей при термомеханічному контакті двох клинів з довільними кутами та встановлена незалежність порядку особливості у розподілі контактного тиску від порядку особливості теплових потоків;
- на прикладі контакту довгої циліндричної оболонки з бандажем встановлені характерні випадки топології ділянок контакту та відставання оболонки, а також виявлено наявність трьох характерних розмірів, які визначають різко відмінні масштаби зміни компонент термопружного стану.

Одержали подальший розвиток:

- моделі для опису ТМК тонкостінних елементів конструкцій, які удосконалені та відрізняються від ра-

ніше відомих тим, що умови контакту записані для точок на контактній поверхні з більш коректним урахуванням стискання стінки вздовж нормалі, а також введенням додаткового ступеня вільності для опису розподілу температури по товщині;

– оболонковий скінченний елемент (СЕ), який відрізняється від традиційних удосконаленим способом урахування контактних умов на лицьовій поверхні замість серединної, що дає можливість моделювати контакт без традиційного використання тривимірних елементів, причому зі збереженням фізичних особливостей розподілу змінних стану в контакті.

**Практичне значення одержаних результатів** для машинобудування:

1) розроблені та реалізовані у вигляді моделей та алгоритмів методи розв’язання практично важливих задач визначення ТПС елементів машин при термомеханічному контакті, що є основою при обґрунтуванні проектних рішень з умов конструкційної міцності;

2) запропоновані рекомендації із проектування елементів прес-форм (ПФ) та елементів трансмісії гусеничних машин, які забезпечують їх конструкційну міцність, працездатність, жорсткість та високі технічні характеристики, що є підтвердженням ефективності розроблених у дисертації підходів, методів і моделей та їх практичної спрямованості;

3) розроблені методи і моделі володіють достатньою універсальністю, ефективністю та застосовністю для розв’язання задач термомеханічного контакту з метою обґрунтування параметрів широкого класу проєктованих машинобудівних виробів, які містять елементи, що контактують уздовж поверхонь узгодженої форми.

Результати досліджень впроваджені на ВАТ „Азовмаш”, ВАТ „ГСКТИ” та у практику наукових досліджень і навчальний процес кафедри динаміки та міцності машин НТУ „ХП”.

**Особистий внесок здобувача.** Усі наукові положення і основні результати досліджень, які виносяться на захист, отримані здобувачем особисто, серед яких: розвиток підходів та засобів для числового і розрахунково-експериментального дослідження термопружного стану елементів машинобудівних конструкцій з урахуванням контакту по поверхнях узгодженої форми; обґрунтування методів розв’язання термомеханічної контактної задачі, їх числова реалізація та результати числових розрахунків, їх аналіз та узагальнення; розробка числових моделей для аналізу ТПС елементів машин; постановка та розв’язання задачі аналізу ТПС тонкостінних елементів конструкцій. Початкова постановка задач та обговорення результатів дисертаційної роботи здійснені спільно з науковим керівником.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення та результати роботи доповідались на міжнародних науково-практичних конференціях (МНТК): XIV-XVIII МНТК „Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров’я” (м. Харків, 2006-2010 рр.); VII, IX міжнародних симпозіумах українських інженерів-механіків (м. Львів, 2007, 2009 рр.); МНТК пам’яті академіка В.І. Моссаковського „Актуальні проблеми механіки суцільного середовища та міцності конструкцій” (м. Дніпропетровськ, 2007 р.); „Машинобудування та техносфера XXI століття” (м. Севастополь, 2007 р.); „Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій” (м. Львів, 2008 р.); 40-41 МНТК „Проблеми якості та довговічності зубчастих передач, редукторів, їх деталей і вузлів” (м. Севастополь, 2009, 2010 рр.); 3rd GACM Colloquium on Computational Mechanics, Hannover,

21th of September 2009; МНТК „Университетская наука-2010” (м. Маріуполь, 2010 р.); МНТК „Новые наукоемкие технологии, оборудование и оснастка для обработки материалов давлением” (м. Краматорськ, 2010 р.), 3<sup>й</sup> міжнародній конференції з нелінійної динаміки „ND-KhPI2010” (м. Харків, 2010 р.).

**Публікації.** Основні наукові положення і результати дисертаційних досліджень опубліковані у 22 наукових працях, серед яких 16 статей у фахових наукових виданнях ВАК України.

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертація складається зі вступу, п’яти розділів, загальних висновків, додатків та списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації – 180 сторінок. Дисертація містить 79 рисунків і 10 таблиць у тексті та 25 рисунків на 10 окремих сторінках. У дисертації – 2 додатки на 5 сторінках. Список використаних джерел із 147 найменувань міститься на 14 сторінках.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У *вступі* обґрунтована актуальність теми дисертації, науково-практичне значення, сформульована мета, задачі та окреслені об’єкт, предмет і методи дослідження.

*Розділ 1* присвячено аналізу стану питання в літературі та обґрунтуванню шляхів розв’язання поставлених задач дисертаційного дослідження.

Проаналізовані методи розв’язання контактних задач. Серед них високими потенційними можливостями володіє теорія варіаційних нерівностей (роботи Ліонса, Гловінські, Стампак’я, Кравчука), що дає можливість природним чином переходити до формулювань задач з нелінійностями, відкриває широкі можливості дискретних варіантів, в т.ч. скінченно-елементних постановок. Проте стандартні технології МСЕ за наявності зв’язаного ТМК можуть дати суттєву похибку. Отже, виникає задача узагальнення варіаційної постановки термопружної задачі з урахуванням зв’язаного ТМК та її адаптації до дискретизації.

Проведено аналіз методів розв’язання контактних задач з особливостями на границях областей узгоджених поверхонь контактної взаємодії, наприклад, про дію плоского штампа на пружну напівплощину (роботи Галіна, Штаермана, Мухелішвілі) з кореневою особливістю на краях штампу, для яких ефективні методи комплексних потенціалів Колосова-Мухелішвілі, інтегральних перетворень Фур’є та Мелліна. Але недостатньо досліджень, присвячених взаємному впливу сингулярності температурного поля та поля напружень, тоді як такі задачі актуальні для багатьох конструкцій.

Проаналізовано методи моделювання контактної взаємодії оболонок, для яких важливим чинником є вибір тієї чи іншої теорії оболонок. Так, застосування класичної теорії оболонок Кірхгофа-Лява призводить до появи особливостей на границі контакту з обмеженнями узгодженої форми (роботи Пелеха, Григолюка, Сухорольського). При застосуванні теорій типу Тимошенка та за урахування обтискання цих оболонок даного ефекту можна уникнути. Оглянуті формулювання і для термопружних задач оболонок. Установлено, що, попри досить розвинений математичний апарат, зв’язані задачі термопружного контакту оболонок мають відкриті актуальні проблеми: залежність топології контактних зон та особливостей розподілу контактних тиску і теплового потоку при механічному і ТМК від обраної теорії оболонок; розробка оболонкових СЕ, що більш коректно

описують ТПС та умови ТМК.

Проведений аналіз дав можливість сформулювати задачі дисертаційних досліджень, розв'язання яких викладено у розділах 2-5.

Другий розділ присвячено побудові математичної моделі термопружного стану з урахуванням зв'язаного термомеханічного контакту. Формулюється зв'язана термопружна контактна задача в локальній та варіаційній постановках. На прикладі частинних задач для двох плоских клинів та циліндричної оболонки визначено порядок особливостей в розподілі контактної тиску і теплових потоків. У сукупності це складає математичну модель для дослідження ТПС елементів машин з урахуванням ТМК.

Наведена локальна постановка зв'язаної термопружної контактної задачі. На прикладі контакту двох тіл 1 і 2, що займають у просторі області  $V_1$ ,  $V_2$  (рис.

1), записані основні співвідношення:

- геометричні (Коші) – 
$$2\varepsilon_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}; \quad (1)$$

- фізичні (Дюамеля-Неймана та Фур'є) –

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl}(T - T_{ref})), \quad (2) \quad q_i = -\lambda_{ij}(T) \cdot T_{,j}; \quad (3)$$

- рівняння рівноваги та балансу енергії –

$$\sigma_{ij,j} + X_i = 0; \quad (4) \quad -q_{i,i} + w = c\rho\dot{T} + 3K\alpha T\dot{\theta}; \quad (5)$$

- граничні умови для механічних величин –

$$u|_{S_u} = u^*; \quad (6) \quad \sigma_{ij}n_j|_{S_F} = X_{vi}; \quad (7) \quad u_i^{(1)}n_i - u_j^{(2)}n_j \leq \delta; \quad (8) \quad \tau^{(1,2)} = 0; \quad (9)$$

- температурні граничні умови (можуть бути 3-х типів) –

$$T|_{S_T} = T^*; \quad (10) \quad q_i n_i|_{S_q} = q^*; \quad (11) \quad \beta(T - T_{bulk})|_{S_{conv}} = q_i n_i; \quad (12)$$

- умови неідеального термомеханічного контакту –

$$(T^{(1)} - T^{(2)})|_{S_\sigma} = h_c \sigma_N \bar{q}_i n_i; \quad q_i^{(1)} n_i = -q_j^{(2)} n_j. \quad (13)$$

Тут  $u_i$ ,  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  ( $i, j = \overline{1,3}$ ) – компоненти вектора переміщень та тензорів напружень і деформацій,  $3\theta = u_{i,i}$  – об'ємна деформація;  $T$  – температура в точках тіла;  $\sigma_N$ ,  $\tau$  – нормальні та дотичні напруження;  $E, \nu, \alpha, \rho, c, \lambda_{ij}$  – модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, коефіцієнт лінійного розширення, густина, теплоємність та теплопровідність відповідно;  $X_{iv}$  – поверхневе навантаження;  $\beta$  – коефіцієнт тепловіддачі;  $S_u, S_F$  – частини поверхні тіла, де задані кінематичні, силові та контактні умови;  $S_T, S_q, S_{conv}$  – частини поверхні тіла, де задані температури, теплові потоки і конвекція відповідно;  $S_\sigma$  – поверхня неідеального температурного контакту.

Система співвідношень (1)-(13) задає повну систему рівнянь, початкових і граничних умов, контактних обмежень для нестационарної зв'язаної термопружної контактної задачі. Вона містить співвідношення типу рівність та нерівність. Нерівності зумовлюють основну складність даної зада-

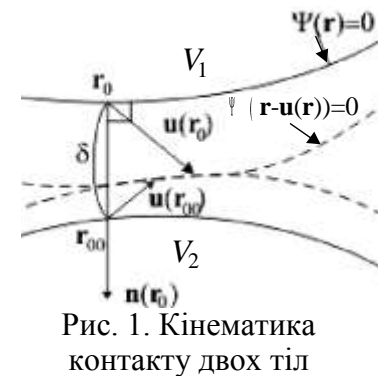


Рис. 1. Кінематика контакту двох тіл

чі, оскільки роблять невідомими також самі області контакту. Слід зауважити, що співвідношення типу (13) зв'язують температуру (або тепловий потік) і контактний тиск на частині поверхні  $S_c$ , тому зв'язаними є компоненти ТМК, а, значить, і опосередковано – ТПС усіх взаємодіючих тіл. У цьому контексті дану задачу можна розглядати як зв'язану.

Для розв'язання таких задач застосовано методи ТВН. Для цього вводиться у розгляд простір Соболева функцій  $v = \{v^{(1)}, v^{(2)}, \dots, v^{(N)}\}$  ( $N$  – число тіл у контакті), які мають узагальнені похідні, що сумуються з квадратом, і задовольняють граничним умовам типу рівності, та підмножину  $K^\wedge$  в цьому просторі, причому

$$\|v^{(\alpha)}\| = \left[ \int_{V_\alpha} v_i v_i dV + \int_{V_\alpha} v_{i,k} v_{i,k} dV \right]^{1/2}; \quad K^\wedge = \{v^\alpha \mid v^\alpha \in V; (v_i^\alpha - v_i^\beta) n_i^{(\alpha)} \leq \delta^{(\alpha\beta)}\}. \quad (14)$$

Для пружної задачі ( $\lambda, \mu$  – параметри Ляме) справедлива варіаційна нерівність

$$A \mathfrak{A}, v - u \geq L(v - u) \quad \forall v \in K, u \in K, \quad (15)$$

$$A \mathfrak{A}, v = \int_V 2\mu \varepsilon_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(v) + \lambda \theta(u) \theta(v) dV; \quad L(v) = \int_V X_i v_i + \alpha T \mathfrak{A} + \frac{2}{3} \mu \varepsilon_{ii}(v) dV + \int_{S_F} X_{v_i} v_i dS,$$

що еквівалентна проблемі пошуку аргументу з умови мінімізації функціоналу

$$J(u) = \frac{1}{2} A \mathfrak{A}, u - L(u), \quad u \in K. \quad (16)$$

Для термопружної задачі (для системи двох тіл):

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^2 \left\{ \int_{V^e} (-q_i^e \delta T_{,i}^e + w^e \delta T^e) dV + \int_{S_q^e} q^{*e} \delta T^e dS + \right. \\ & \left. + \int_{S_{conv}^e} [\mathfrak{A}/\beta \mathfrak{A}^e - T_{bulk} \delta T^e] dS \right\} + \int_{S_c} [1/h_c(\sigma_N) (\bar{T}^1 - T^2) (\delta T^1 - \delta T^2)] dS = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\sum_{e=1}^2 \left\{ \int_{V^e} \{ [E_{ijkl}^e u_{i,j}^e \delta u_{k,l}^e - (E_{ijkl}^e \alpha_{kl}^e T^e)_{,j}] \delta u_i^e \} dV - \int_{V^e} X_i^e \delta u_i^e dV + \int_{S_F^e} X_{v_i}^e \delta u_i^e dS \right\} + \delta I_c^u = 0, \quad (18)$$

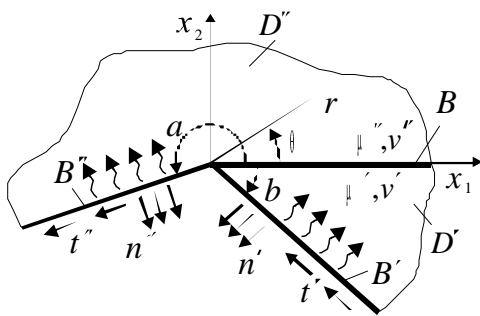


Рис. 2. Система двох клинів

$$I_c^u = \int_{S_c} \sigma_N [(u_i(r_0) - u_i(r_{00})) n_i - \delta] dS. \quad (19)$$

Таким чином, співвідношення (1)-(19) складають локальні та слабкі форми рівнянь для термопружної задачі з ТМК.

Як один із важливих частинних випадків досліджено термопружний контакт двох клинів (рис. 2) довільних кутів розхилу, з'єднаних вздовж однієї з граней. Клини виготовлені з двох різних матеріалів, а по спільній грані реалізується умова

ідеального теплового контакту. На вільних гранях відомі теплові потоки, нормальні і дотичні навантаження. Напруження  $\tau$  і температура  $T$  задовольняють умовам регулярності:  $T, \tau_{rr}, \tau_{\theta\theta}, \tau_{r\theta} = O(r^{-1-\delta})$  при  $r \rightarrow \infty$  для будь-якого  $\delta > 0$ . Потрібно визначити вплив температурних деформацій на порядок сингулярності напружень у вершині клинів, що здійснюється у наступній послідовності.

Спочатку розв'язана задача теплопровідності. До рівняння теплопровідності  $\nabla^2 T = 0$  застосовано перетворення Мелліна (трансформанта (образ) Мелліна від деякої функції  $f(r)$



визначається як  $\mathfrak{I}\{f; s\} = \int_0^{\infty} f(r)r^{s-1}dr \equiv \hat{f}$ . Тоді вихідне рівняння перетвориться на звичайне диференціальне з розв'язком:

$$(s^2 + d^2/d\theta^2)\hat{T} = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{T}(s, \theta) = a(s)\sin(s\theta) + b(s)\cos(s\theta). \quad (20)$$

Підстановка (20) у граничні умови дає систему рівнянь з визначником  $D$ :

$$D(a, b, \gamma, s) = \sin s(a+b) + \gamma \sin s(a-b), \quad \gamma = \frac{\lambda' - \lambda''}{\lambda' + \lambda''}, \quad (21)$$

де співвідношення коефіцієнтів теплопровідності  $\gamma \in (-1; 1)$ .

Корені рівняння  $D(a, b, \gamma, s) = 0$  є дійсними. Асимптотика теплового потоку може мати форму  $\rho^{-1-p}$ , якщо у  $D(a, b, \gamma, s)$  на проміжку  $-1 < s < 0$  є корені, та бути скінченою в протилежному випадку.

Для задачі термопружності для тих же двох клинів (рис. 2), використовуючи функції напружень Ері  $\phi'$  і  $\phi''$ , для кожної з них одержано:

$$\nabla^4 \phi + [(\alpha E)/(1-2\nu)]\nabla^2 T = 0, \quad \nabla^2 T = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^4 \phi = 0. \quad (22)$$

На основі перетворення Мелліна із (22) –

$$(s^2 + d^2/d\theta^2)[(s+2)^2 + d^2/d\theta^2]\hat{\phi} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \phi(s, \theta) = a(s)\sin(s\theta) + b(s)\cos(s\theta) + \\ + c(s)\sin(s\theta + 2\theta) + d(s)\cos(s\theta + 2\theta). \end{cases} \quad (23)$$

Задоволення граничним умовам приводить до визначення невідомих констант інтегрування, і тоді напруження аналітичні всюди, за виключенням полюсів визначника  $D$  системи з граничних умов, який (що важливо!) *не залежить* від температури. Порядок сингулярності напружень при  $r \rightarrow 0$  визначається залежно від величини кутів клинів  $a, b$  та 2-х комбінацій 4-х пружних констант матеріалів. Залежно від кореня  $s_1$  асимптотика компонент напружень як функція  $\rho$  поблизу вершини клина може приймати одну із наступних форм: а –  $\rho^{s_1-1}$ , якщо  $s_1$  дійсне і  $0 < s_1 < 1$ ; б –  $\rho^{\xi-1} \cos(\eta \ln \rho)$  або  $\rho^{\xi-1} \sin(\eta \ln \rho)$ , якщо  $s_1 = \xi + i\eta$  комплексне та  $0 < \xi < 1$ ; в –  $\ln \rho$ ; г – const (включаючи нуль).

*Частинні випадки.* При  $\gamma = 0$  визначник  $D = \sin(s(a+b))$ , коренями якого є послідовність  $s_i = i(a+b)/\pi, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Максимальний корінь  $s = (a+b)/\pi$ , і відповідно з установленими раніше умовами регулярності розв'язку теплові потоки залишаються скінченими при  $a+b \leq \pi$ .

Якщо  $a+b > \pi$ , то порядок особливості  $\sigma$  визначається за формулою  $\sigma = (a+b)/\pi - 1$ . Для всіх інших випадків існування особливості розв'язку можна встановити за знаком  $D(a, b, \gamma, s)$  на лівій границі смуги  $s = -1$ . Щоб тепловий потік залишався скінченим, необхідна і достатня умова:

$$\sin s(a+b) + \gamma \sin s(a-b) \Big|_{s=-1} \geq 0. \quad (24)$$

Важливий випадок:  $a = \pi, b = \pi/2$ . Порядок особливості залежно від  $\gamma$  – на рис. 3. Відносно  $a$  і  $b$  залежність  $\sigma$  при різних  $\gamma$  представима у вигляді ліній рівня поверхні (рис. 4).

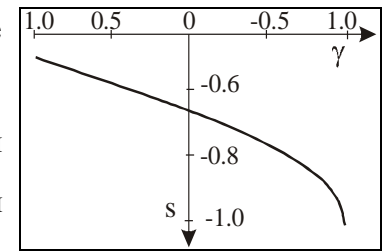


Рис. 3. Порядок особливості залежно від  $\gamma$

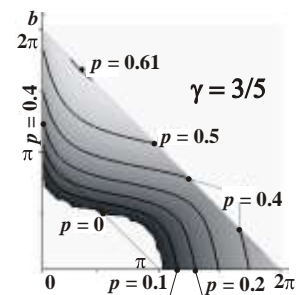


Рис. 4. Порядок особливості залежно від кутів  $a, b$

У розділі наведена схема розв’язання термопружної контактної задачі для тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій, яка враховує наступні особливі чинники: 1) застосування того чи іншого типу кінематичних гіпотез деформації; 2) форма умов спряження на поверхні контакту, в першу чергу –

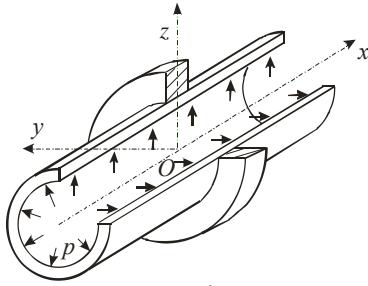


Рис. 5. Циліндрична оболонка з бандажем

спосіб урахування податливості тонкостінної конструкції у напрямі нормалі; 3) спосіб урахування зв’язаних умов ТМК. У роботі на прикладі циліндричної оболонки спочатку досліджується вплив перших двох чинників на її поведінку в механічному контакті, а потім – вплив третього. Об’єкт дослідження – осесиметричний контакт жорсткого бандажа шириною  $2a$ , насадженого без зазору, натягу і тертя на нескінченну оболонку радіусом  $R$  і товщиною  $h$ , навантажену тиском  $p$  (рис. 5).

Ставиться задача виявлення можливих конфігурацій зон контакту та визначення параметрів, при яких вони реалізуються. Для розв’язання залучено декілька теорій оболонок. Основні співвідношення при цьому: диференціальні рівняння вигину в області контакту і вільній від контакту; фізичні співвідношення; граничні умови і спряження розв’язків на сусідніх ділянках. На проміжку, вільному від контакту, прогин оболонки  $w$  задовольняє рівнянню

$$Lw = p + Y(d^2 p / dx^2). \quad (25)$$

Тут  $L = D(d^4 / dx^4) + P(d^2 / dx^2) + K$  – оператор задачі, параметри  $D, P, K, Y$  – в табл. 1. Загальний розв’язок однорідного рівняння (25)

$$w = e^{-sx} [c_1 \cos rx + c_2 \sin rx] + e^{sx} [c_3 \cos rx + c_4 \sin rx],$$

де  $s, r$  – дійсна та уявна частина коренів характеристичного рівняння  $D\lambda^4 + P\lambda^2 + K = 0$ . Частинний розв’язок для  $p = \text{const}$  –  $w_p = p / K$ . Границі зон контакту  $a_i$  та константи інтегрування визначаються із граничних умов при  $x = 0; x = \infty$  та спряження при  $x = a_i$ . Топології контакту – на рис. 6. На рис. 7 – одержана загальна діаграма їх варіантів залежно від параметрів оболонки та бандажу.

Побудовано аналітичний розв’язок термопружної контактної задачі про взаємодію циліндричної оболонки з бандажем. Враховано 2 чинники:

1) вплив гіпотез розподілу шуканих величин за товщиною; 2) спосіб урахування умов контакту. Розрахункова схема – на рис. 8 ( $T_k$  – температура бандажу,  $T_0$  – торцевих поверхонь оболонки).

Запропоновано лінійну апроксимацію деформацій та квадратичну – температури:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + z\kappa_1; \varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + z\kappa_2; \gamma_{xy} = \gamma_{xy0} + z\kappa_{12};$$

$$T = T_1 + zT_2 + \{[z^2 - h^2/2] / (2hk)\} (q^+ - q^-). \quad (26)$$

Дані апроксимації задовольняють 3-вимірні рівняння термопружності інтегрально до 4-го ступеня по  $z$ . Тоді при коефіцієнті лінійного розширення  $\alpha$  визначальне рівняння:

Таблиця 1

Параметри	Тип теорії	
	Класична/ Рейснера-Власова	Типу Тимошенка
$D$	$Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$	
$P$	0	$Eh^3 / 5R^2(1 - \nu^2)$
$K$	$Eh / R^2$	
$Y$	0	$h^2 / 5(1 - \nu)$

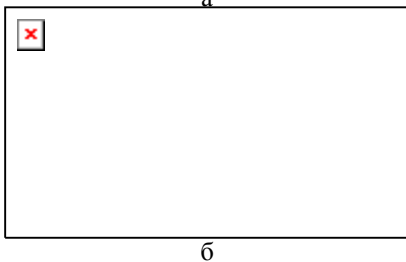
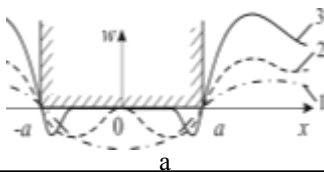


Рис. 6. Топології контакту для класичної теорії та типу Тимошенка (а) і типу Рейснера-Власова (б)

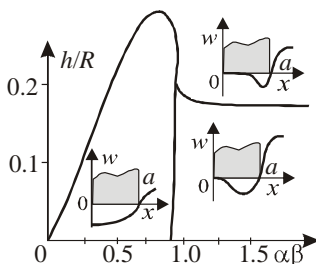


Рис. 7. Діаграма типів контактів

$$Dw^{IV} + Kw = p - D\alpha(1-\nu)\bar{T}_2'' + K\alpha T_1 R. \quad (27)$$

В зоні контакту переміщення на зовнішній поверхні повинні відповідати зазору в контакті:  $w^+ = w_k$ . Після інтегрування  $\varepsilon_z$  по товщині

$$w^+ = w + (\nu h^2 / 8)(d^2 w / dx^2 + \alpha T_2) - (13hp^+ / 32E) + \alpha(3hT_1 / 8 + 23h^2 T_2 / 96), \quad (28)$$

де  $p^+$  – контактний тиск на зовнішній поверхні. Звідси

$$Dw^{IV} + Bw'' + (K + C)w = C\{w_k - \alpha h[3T_1 / 8 + 23/96 + \nu / 8 \bar{h}T_2]\} - D\alpha(1-\nu)(T_2)'' + K\alpha T_1 R.$$

Тут  $C = 32E / 13h$ ;  $B = 4Eh\nu / 13$ . Рівняння для температурного поля:

$$\begin{cases} kh(T_1)'' + q^+ + q^- = 0; \\ kh^2(T_2)'' / 12 - kT_2 + (q^+ - q^-) / 2 = 0, \end{cases} \quad (29)$$

$q^+$ ,  $q^-$  – теплові потоки на верхній та нижній поверхнях відповідно. Умови  $T^+ = T_1 + (h/2)T_2 = T_k$  або

$\bar{h}_c^{-1} q^+ = T_k - [T_1 + (h/2)T_2]$  діють для ідеального та неідеального теплового контакту. Топологія контактних зон визначаються граничними та умовами спряження розв'язків на окремих ділянках. Для ідеального ТМК при конфігурації, що на рис. 9 (тут 1 – вільна ділянка; 2 – зона контакту; 3 – зона відриву):

$$T_1^{(1)} = C_1 + C_2 x; \quad T_2^{(1)} = C_3 \operatorname{sh} \beta_{t0} x + C_4 \operatorname{ch} \beta_{t0} x;$$

$$w^{(1)} = C_5 \operatorname{ch} \beta x \cos \beta x + C_6 \operatorname{ch} \beta x \sin \beta x + C_7 \operatorname{sh} \beta x \cos \beta x + C_8 \operatorname{sh} \beta x \sin \beta x + w_{t1}^{(1)} + w_{t2}^{(1)};$$

$$w_{t1}^{(1)} = \alpha R(C_1 + C_2 x), \quad \beta_{t0} = (2\sqrt{3}) / h; \quad \beta = \sqrt[4]{3(1-\nu^2) / R^2 h^2};$$

$$w_{t2}^{(1)} = -[(C_3 \operatorname{sh} \beta_{t0} x + C_4 \operatorname{ch} \beta_{t0} x) \alpha (1-\nu) \bar{h}_c^{-2} / [(\beta_{t0})^4 + 4\beta^4]].$$

Остання компонента дає швидко затухаючий розв'язок виду  $e^{-\beta_{t0} x}$  з характерним розміром  $h$ ;  $w_{t1}^{(1)}$  змінюється з характерним розміром  $b$ ; а загальний розв'язок має характерний розмір осциляції  $\sqrt{Rh}$ . Таким чином, на першому інтервалі поєднується три доданки з різко відмінними масштабами  $b \gg \sqrt{Rh} \gg h$ , що затрудняє числове моделювання розв'язків подібних задач. На другому інтервалі характерний розмір осциляції  $1/r \sim h$ , а на ділянці 3 – аналогічно першій. Одержані співвідношення, виявлені якісні ефекти та установлені кількісні оцінки дають змогу, по-перше, перейти напряму до дискретизації задачі, по-друге, є тестами для оцінки дискретних моделей, а по-третє, визначають раціональний характер дискретизації.

У комплексі всі описані вище підходи, методи та моделі складають теоретичну основу для розв'язання зв'язаних задач ТМК.

У третьому розділі описано числове моделювання ТПС машинобудівних конструкцій. Запропоновано чисельно-аналітичний спосіб вичленення сингулярностей шляхом представлення розв'язку у вигляді су-

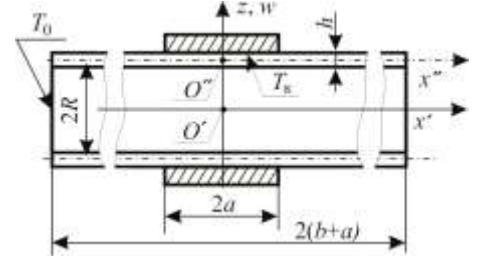


Рис. 8. Термопружний контакт оболонки з бандажем

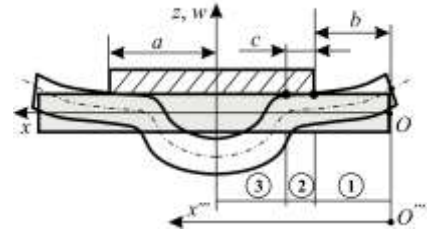


Рис. 9. Характерна картина розподілу прогинів оболонки і контактних зон на фіксованій конфігурації контакту з однією зоною відриву

ми „регулярної” та „сингулярної” частини, поведінка якої визначається із аналітичного розв’язку задачі (див. розд. 2) та на основі аналізу послідовності числових розв’язків на згущуваних сітках СЕ.

Наведена просторова і часова дискретизація зв’язаної контактної задачі за допомогою МСЕ на прикладі модифікованих двовимірних чотирикутних білінійних СЕ у переміщеннях. Віртуальний контактний тепловий потік дискретизується без використання додаткових ступенів вільності і враховується безпосередньо в матриці ефективної теплопровідності. Інтеграція за часом – модифікованим автором варіантом  $\beta$ -методу Ньюмарка зі стабілізацією осцилюючого контактного тиску і теплових потоків, яка досягається інтегруванням контактних величин тільки в неявному вигляді. Умови додатності контактного тиску записуються в половинні кроки часу:

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_{Tu} & D_{TT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uT} \\ 0 & \tilde{K}_{TT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u + f_c \\ f_T \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\mathbf{z} \leq \mathbf{0}; \quad \mathbf{M}^T \mathbf{d} - \mathbf{g}_N \geq \mathbf{0}; \quad \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{d} - \mathbf{g}_N = \mathbf{0}. \quad (31)$$

Тут  $M_{uu} = \int_V \rho \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV$  – матриця мас,  $\tilde{K}_{TT} = K_{TT} + K_{TT}^c$  – матриця теплопровідності з ураху-

ванням контакту; а  $f_c = \mathbf{Mz}$  – вектор вузлових контактних навантажень. Покро-

кове інтегрування методом трапецій з використанням неявного вигляду для контактних величин узгоджується з умовами Каруша-Куна-Таккера в половинному кроці:

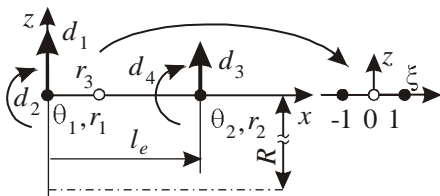
$$\mathbf{z}_{n+1/2} \leq \mathbf{0}; \quad \mathbf{M}^T \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{g}_N \geq \mathbf{0}; \quad \mathbf{z}_{n+1/2}^T \mathbf{M}^T \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{g}_N = \mathbf{0}. \quad (32)$$

У запропонованому алгоритмі „механічні” та „теплові” нелінійності розпадаються, надаючи певні вигоди при ітераційному задоволенні розв’язувальних рівнянь.

Представлене зв’язане формулювання має переваги: сумісна апроксимація системи рівнянь, числова стійкість і ефективність порівняно з існуючими пакетами МСЕ.

Для моделювання термопружної контактної взаємодії циліндричних оболонок у розділі запропоновано осесиметричний оболонковий СЕ з більш коректним записом контактних умов та усуненням поганої обумовленості задачі (т.з. „локінг”). Враховуються поперечні деформації (через контактний тиск) і розподіл температури по товщині (2 параметри - (26)). Застосування методу Гальоркіна до рівнянь (27) і (29) дає:

$$\begin{cases} \int_{\Omega} (w'' D \cdot \delta w'' + w K \cdot \delta w) dx = \int_{\Omega} [(p - D\alpha(1-\nu)(T_2)'' + K\alpha T_1 R) \cdot \delta w] dx; \\ \int_{\Omega} kh(T_1)' \cdot \delta(T_1) dx = \int_{\Omega} (q^+ + q^-) \cdot \delta(T_1) dx; \\ \int_{\Omega} [(kh^2/6)(T_2)' \cdot \delta(T_2)' + kT_2 \cdot \delta(T_2)] dx = \int_{\Omega} (q^- - q^+) \cdot \delta(T_2) dx, \end{cases} \quad (33)$$



або в матричному вигляді

$$\mathbf{w} = \mathbf{d}^{(T)} \mathbf{N}^{(d)}; \quad \mathbf{T}_1 = \mathbf{N}^{(\theta)} \boldsymbol{\theta}; \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{N}^{(r)} \mathbf{r}, \quad (34)$$

$$\mathbf{K}^e [\mathbf{d} \quad \boldsymbol{\theta} \quad \mathbf{r}]^T = [\mathbf{f}_d \quad \mathbf{f}_\theta \quad \mathbf{f}_r]^T, \quad (35)$$

Рис. 10. Геометрія пропонованого СЕ в природних і власних координатах

де  $\mathbf{N}$  – функції форми,  $\mathbf{K}^e$  – матриця жорсткості СЕ.

Для дискретизації створено СЕ, наведений на рис. 10 ( $d_1, d_3$  – вузлові прогини;  $d_2, d_4$  – кути повороту;  $\theta_1, \theta_2$  – вузлові значення середньої температури;  $r_1, r_2, r_3$  – вузлові значення для градієнту температури по товщині). Ура-

хування контактних умов проводиться в даному СЕ в точках лицьової поверхні. У контакті задовольняються температурні та механічні контактні умови (рис. 11), записані щодо своїх дискретних значень (аналогічно (28)). Звідси виводиться матриця контактної жорсткості  $K_i^T$ , яка є несиметричною і містить зв'язані термопружні компоненти, і контактна сила – вектор  $f_i^T$ . Додавання цих матриці та вектору до відповідних компонент у системі (35) завершує формування розв'язувальних співвідношень. Звідси – більш коректне моделювання без втрати якісних фізичних особливостей ТПС з урахуванням ТМК саме цими СЕ, а не 2D або 3D, що різко скорочує обчислювальні витрати (при збереженні точності розв'язку). Проведене тестування продемонструвало високу точність та ефективність запропонованого СЕ.

У розділі 4 описано розв'язання прикладних задач про моделювання ТПС елементів пресформ і гільз циліндрів гідропередачі. При дослідженні ПФ розв'язувалося 3 задачі: стаціонарна (3D) задача (кольорове лиття); нестационарна 2D-задача (кольорове лиття); термопружна контактна 3D задача (лиття термопластів).

Перша задача розв'язана для ПФ (рис. 12), на яку діють механічні і температурні навантаження. Важлива послідовність їх прикладання: зусилля замикання, заповнення у форму, витримка деталі (зусилля підпресовування), охолодження виливка, охолодження. Розглянуто блок прес-форми для лиття деталі типу „кришечка”. Деталь - із силуміну товщиною стінки 3 мм і габаритами 100x170 мм. Деталі ПФ – із сталі 4X5МФС та 20Л. Зусилля запирання ПФ – 1,6 МН, а пресування – 160 кН, температура заливки – 650°C, цикл діє 60 с. Були одержані результати СЕ моделювання ТПС протягом усієї історії навантаження (рис. 13). Це дає змогу на основі багатоваріантного аналізу установити конструктивні та технологічні параметри ПФ за критеріями міцності, відсутності локального розкриття на площині рознімання (може призвести до появи облою), габаритів тощо.

Друга задача – нестационарна осесиметрична для ПФ (рис. 14). Розраховано її температурний режим, а також враховані температурні деформації. Геометрична модель складається з виливки 1, вкладишів 2, 3, обойм 4, 5, а також рухомої і нерухомої плит 6, 7. Матеріал ПФ – сталь 4X5МФС, виливка – Al2. Перед початком першого циклу форма вважалася холодною ( $T_{\phi} = 20^{\circ}\text{C}$ ). У ході розрахунків були отримані розподіли компонент ТПС в різні моменти часу (рис. 15-17). З аналізу результатів можна зробити наступні висновки: 1) температурний режим усталюється після 5-10 циклів; 2) температурні деформації істотно підвищують контактний тиск навколо ливарної порожнини і покращують зімкнення форми; 3) на ливарній поверхні ПФ діють

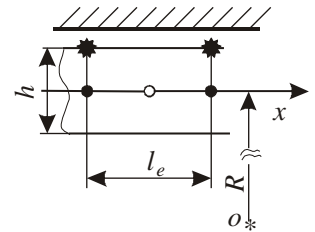


Рис. 11. Точки ідентифікації контакту на зовнішній поверхні: ● – вузол зі змінною  $w(x)$ ; ○ – додатковий вузол із температурною змінною; ★ – місце ідентифікації контакту

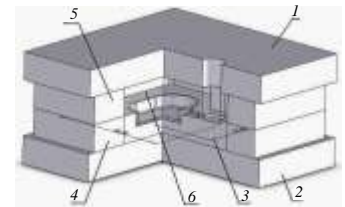


Рис. 12. Схема ПФ: 1, 2 – рухома і нерухома плити; 3 – гніздо; 4, 5 – нерухома і рухома півматриці; 6 – площина рознімання

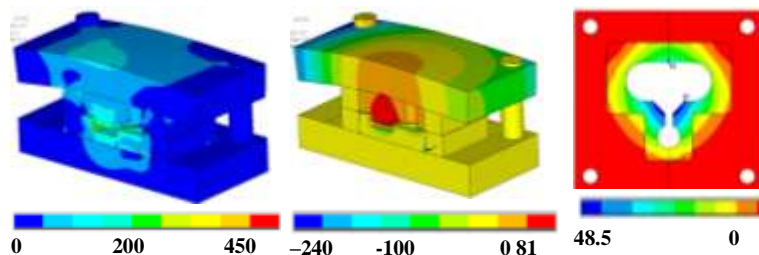


Рис. 13. Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа), осьові переміщення (мкм), зазор у контактному спряженні (мкм) по площині рознімання ПФ

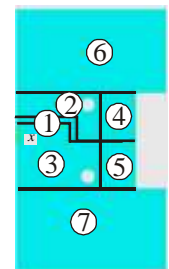


Рис. 14. Геометрична модель ПФ

на ливарній поверхні ПФ діють

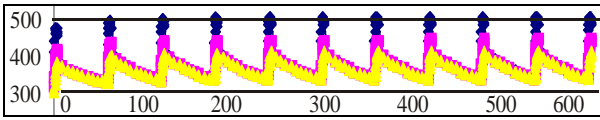


Рис. 15. Температура різних точок ПФ протягом перших 10-ти технологічних циклів

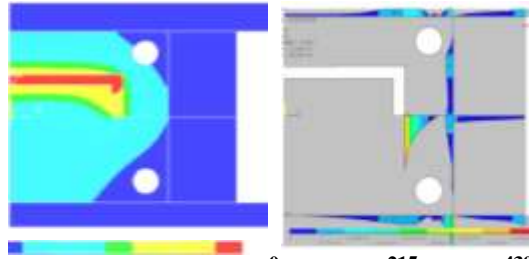


Рис. 16. Температурне поле (К) в ПФ

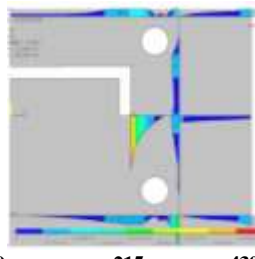


Рис. 17. Контактний тиск (МПа) у спряженнях ПФ

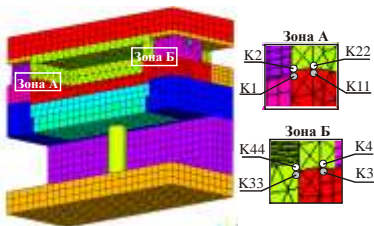


Рис. 18. Схема розташування контрольованих точок ПФ та її СЕМ

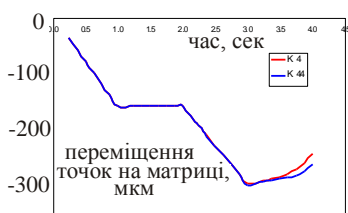


Рис. 19. Розкриття зазору між точками К4 і К44 в ПФ (див. рис.18)

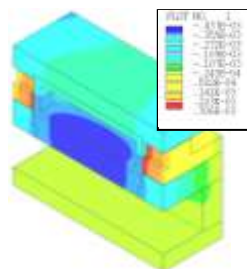


Рис. 20. Осьові переміщення в ПФ

підвищені температури, і питання її міцності необхідно досліджувати з урахуванням зміни властивостей при підвищених температурах.

Завершує дослідження ПФ приклад реалізації, адаптованої до використання у промисловості в умовах проектування ПФ для термопластавтоматів: автоматизований препроцесінг, багатоваріантність розрахунків ТПС, постпроцесінг та синтез структури і параметрів ПФ, і разом з тим – зі збереженням усіх можливостей моделювання ТМК. Для цього на прикладі ПФ для термопластів розроблено комплекс програм і моделей, що інтегруються в систему ANSYS, управляються через мову APDL, мають інтерфейс через Delphi-програму та обробляють дані через Excel.

Основними силовими чинниками, що впливають на ПФ (рис. 18), є зусилля обтискання півматриць гвинтами, закріпленими в обоймі (зусилля  $T$ ); зусилля закриття ПФ  $P_3$ ; тиск упорскування розплаву ( $p$ ) і нагрів елементів

ПФ. Через невисокий рівень температурних деформацій (нагрів – у межах 120°C-180°C) основна увага була зосереджена на перших трьох чинниках. Відповідно, досліджуються 3 етапи прикладання навантаження у діапазонах:  $T = 0 \div 30$  кН,  $P_3 = 0 \div 1$  МН і  $p = 0 \div 10$  МПа. Як контрольовані параметри виступають переміщення деяких точок у спряженні півматриць.

На рис. 19, 20 представлені результати розрахунків. Особливості НДС ПФ: 1) осьові (нормальні) переміщення точок півматриць, з одного боку, і плит, з іншого, є узгодженими по поверхнях їх спряження, тобто між ними не виникає зазорів; 2) бічні (тангенціальні) переміщення точок півматриць терплять розриви уздовж площини рознімання; 3) по площині роз'єму півматриць у середній частині між бічними опорами виникають зони відриву (відбувається локальне розкриття стику), що може призводити до утворення облою. Вертикальні переміщення всіх точок півматриць поводяться

ідентично: осідання приблизно на 300 мкм від дії зусиль обтискання і закриття ПФ, а потім тільки незначні зміни переміщень (до 50 мкм) від дії тиску упорскування матеріалу з утворенням локальних зазорів (до 50 мкм).



Рис.21. Гідропередача ГОП-900

У розділі розв'язана також задача контактної взаємодії втулки (гільзи) з циліндром високонавантаженої гідропередачі ГОП-900 конструкції ХКБМ (рис. 21). Справа в тому, що для зменшення тертя та підвищення міцності циліндри гільзуються, тобто в їх тілі розміщуються з попереднім натягом тонкі оболонки-вставки з високоміцного матеріалу. Виникає складна задача визначення їх

ТПС (рис. 22 – між характерними точками 1-7 задані розподіли натягу  $\Delta$ , температури  $T$  і тиску  $p$ ).

Моделювання ТМК втулки ГОП з бандажем здійснюється з використанням параметричної моделі, яка дає змогу варіювати компоненти навантаження та визначати ТПС. Один із розв'язків проводився за наступних значень параметрів:  $R = 32$  мм;  $p = 35$  МПа;  $m = 35$  мм;  $b = 30$  мм;  $l = 40$  мм;  $L = 72$  мм;  $h = 3$  мм;  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ;  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ ; матеріал втулки – Сталь 40ХГС. На рис. 23 – порівняльні результати, одержані в середовищі ANSYS (I) та за допомогою розробленої програми,

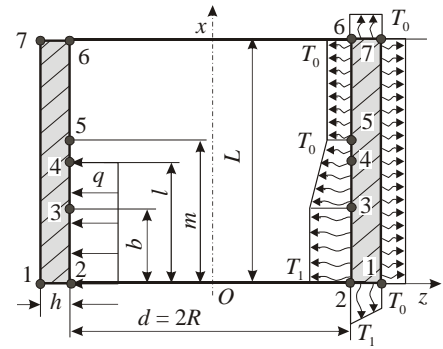


Рис.22. Розрахункова схема гільзи

яка використовує авторський оболонковий СЕ (II). Аналіз результатів дає підставу для таких висновків: 1) найбільший контактний тиск спостерігається у зоні дії високого тиску  $p$ ; 2) відрив від бандажа відбувається в районі точок 4, 5; 3) спостерігається якісна і кількісна відповідність результатів, одержаних на моделях I і II (відмінність – не більше 5-10%).

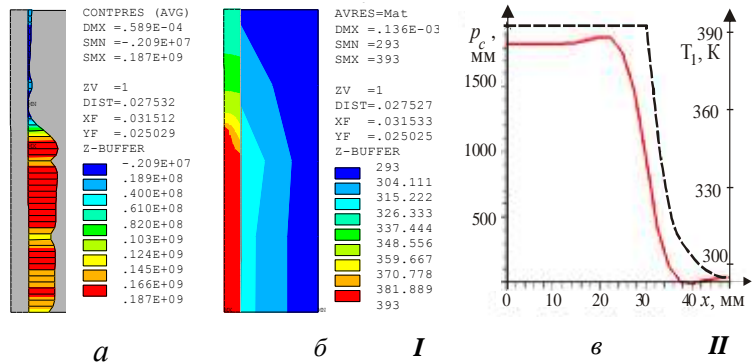


Рис.23. Порівняльні розподіли контактного тиску (а) і температури (б), одержані в середовищі ANSYS при моделюванні ТПС з використанням осесиметричних СЕ (I) та авторськими (II) засобами:  $p_c$  — контактний тиск, ---- температура (авторська програма + СЕ)

Таким чином, розв'язання прикладних задач продемонстрували працездатність, точність, оперативність, ефективність та практичність запропонованих моделей.

У розділі 5 описано розрахунково-експериментальні дослідження НДС моделі прес-форми методами голографії та тензометрування. Навантаження здійснювалися на пресі П-125 зусиллями  $P_3$  рішній тиск рідини  $P_{\text{рід}}$ , що імітує матеріал деталі, яка виготовляється, – від 0 МПа до 9,8 МПа.

Типова інтерферограма – на рис. 25 (перепад притискної сили 1000÷875 кН,  $P_{\text{рід}} = 9,8$  МПа).

Порівняльний аналіз результатів числових і експериментальних досліджень елементів ПФ (рис. 26) продемонстрував задовільну їх відповідність: відмінність – до 15-20%.



Рис. 24. Дослідження ПФ на столі преса П-125



Рис. 25. Голографічна інтерферограма ПФ

Також проведені дослідження контактної взаємодії стержня з жорсткою вставкою. На рис. 27, 28 наведені схема дослідної установки, робочі моменти експерименту та одержані контактні відбитки. Видно, що якісно підтверджена поведінка контактних зон та контактного тиску у спряженні тонкостінного елемента з жорстким тілом: з ростом жорсткості по нормалі контактні зони зменшуються, а максимальний тиск – росте.

Наведені результати розрахунково-експериментальних досліджень у цілому підтверджують достовірність і точність одержаних у роботі числових результатів.

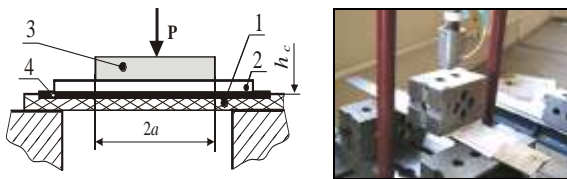


Рис. 27. Вимірювання контактної тиску між бандажом та стержнем: 1- стержень; 2-прокладка; 3- призма; 4 - плівка



Рис. 28. Приклади контактних відбитків при зменшенні жорсткості пружного шару в 2 і 4 рази (від базової зліва направо)

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі поставлена та розв'язана термопружна контактна задача в локальній і варіаційній формах, розроблені аналітичні та числові методи і моделі для аналізу термомеханічного контакту елементів машин з урахуванням особливостей на границях контакту, а також досліджено термопружний стан окремих машинобудівних конструкцій для оцінки конструкційної міцності.

Аналіз одержаних результатів дозволяє зробити наступні висновки.

1. Аналіз стану питання виявив недостатній розвиток методів дослідження ТМК елементів машин по поверхнях узгодженої форми. Для усунення сформованого протиріччя у дисертації окреслено і розв'язано комплекс нових завдань.

2. У роботі запропоновано варіаційне формулювання термопружної контактної задачі, яке відрізняється тим, що в функціоналах присутні і механічні, і температурні змінні, а зв'язок полів здійснено в записі зв'язаних умов термомеханічного контакту на границі спряження елементів машинобудівних конструкцій. Розроблена комплексна математична модель містить також частинні напрями. По-перше, поставлена і розв'язана нова задача про ТМК плоских клинів. Від традиційних постановок її відрізняє те, що контакт розглядається для випадку довільних кутових розхилів клинів з різними властивостями контактуючих тіл, а також застосуванням інтегрального перетворення Мелліна для визначення характеру особливостей у кутових точках контакту. Встановлено, що порядок особливості розподілу контактної тиску у вершині клинів не залежить від порядку особливості теплового потоку. По-друге, на прикладі циліндричних оболонок поставлена і розв'язана задача про особливості ТМК тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій. Виявлено характерні, якісно різні картини ТПС, що характеризуються топологічно різними видами розподілу зон контакту і відриву. Установлено, що для даних задач у випадку довгих оболонок можна виділити три різко відмінні характерні масштаби зміни механічних і температурних полів: 1-й – порядку  $h$  (товщина оболонки), 2-й – порядку  $\sqrt{Rh}$  ( $R$  – її радіус) і 3-й – порядку  $b \gg \sqrt{Rh} \gg h$  ( $b$  – довжина оболонки).



3. При числовій реалізації математичної моделі запропоновано адаптований двовимірний скінченний елемент та модифікований варіант  $\beta$ -методу Ньюмарка для інтегрування розв'язувальних співвідношень нестационарної термомеханічної контактної задачі. Вони відрізняються від традиційних алгоритмів більшою числовою стійкістю. Крім того, розроблено оболонковий SE для моделювання ТПС з урахуванням ТМК, в якому, на відміну від традиційних підходів, умови контакту формуються не у вузлових точках серединної поверхні, а в спеціально підібраних на лицьовій поверхні. Також на основі більш коректних фізично адекватних моделей враховується поперечне обтискання тонкостінних елементів у зоні контакту. Вводиться додатковий ступінь вільності, який відповідає градієнту температури вздовж нормалі до серединної поверхні. Такий підхід дозволяє адекватно проводити числове моделювання контакту із застосуванням оболонкових скінченних елементів замість тривимірних, істотно знижуючи при цьому розмірність задачі та зберігаючи точність розв'язку.

4. Установлено фізичні закономірності картини ТПС при термомеханічному контакті на прикладі елементів ПФ і гільз циліндрів гідропередачі: перерозподіл контактного тиску при врахуванні термічних деформацій (наприклад, зі 100 МПа до 360 МПа при температурі в ПФ 520° С); вихід на квазіусталений режим при термоциклічному контактному навантаженні (наприклад, за 10 циклів напруження в прес-формі перерозподіляються, усталюються і зменшуються з 775 МПа до 695 МПа); зміна напружень у гільзі циліндра гідропередачі при урахуванні термомеханічного контакту на 10% порівняно з традиційною постановкою.

5. При розрахунково-експериментальному дослідженні контактної взаємодії елементів прес-форм, а також стержня з призмою, установлено якісна і кількісна відповідність результатів числового моделювання та експериментально вимірюваних компонент напружено-деформованого стану. Відповідають один одному не тільки чисельно й експериментально отримані розподіли компонент НДС, але й тенденції їх зміни при варіюванні тих чи інших чинників (технологічних, конструктивних, експлуатаційних). Виявлена похибка моделювання напружень і переміщень не перевищує 20%.

6. Одержані результати впроваджені у ході проектування штампів, ПФ, гідропередач у ВАТ „ГСКП” і „Азовмаш” та у практику НДР в НТУ „ХП”. Результати роботи можуть бути використані в ході НДДКР на машинобудівних підприємствах, в НДІ та КБ.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Ткачук А.Н. Специализированная система анализа и синтеза и расчетно-экспериментальное исследование элементов пресс-форм / И.Я. Храмова, А.Н. Ткачук, Н.А. Ткачук, С.Т. Бруль, Е.А. Орлов, А.Д. Чепурной // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХП”, 2005. – № 60. – С.151-178.

*Здобувачем розроблена система автоматизованого аналізу і синтезу розрахункових моделей і елементів конструкцій ПФ з урахуванням специфіки проєктованих виробів.*

2. Ткачук А.Н. Численное моделирование полета пули на траектории / А.Н.Ткачук, А.Ю. Васильев, О.Е. Шаталов, А.Ю. Ларин // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – Киев: Конструкторское бюро „Артиллерийское вооружение”, 2005. – № 3. – С. 38-42.

*Здобувачем реалізовано алгоритм числового інтегрування диференціальних рівнянь руху з апостеріорною оцінкою похибки.*

3. Ткачук А.Н. Расчетно-экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния пространственных крупногабаритных конструкций / В.И. Головченко, Е.Н. Барчан, М.М. Пеклич, А.Н. Ткачук // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХП”, 2006. – № 3. – С.49-57.

*Розроблено та реалізовано підходи до розрахунково-експериментального обґрунтування параметрів скінченно-елементних моделей досліджуваних тіл*

4. Ткачук А.Н. О влиянии кинематических гипотез на характер контактного взаимодействия цилиндрической оболочки с бандажом / Г.И. Львов, А.Н. Ткачук // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2006. – № 32. – С.98-104.

*Здобувачем розроблені методи дослідження типів взаємодії тонкої циліндричної оболонки з жорстким бандажем, посадженим без попереднього натягу.*

5. Ткачук А.Н. Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей с кинематически генерируемыми поверхностями / Н.Н. Ткачук, М.М. Пеклич, А.Н. Ткачук // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. – Луганск: Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля, 2007. – № 9. – С.217-223.

*Здобувачем запропоновано використання розрахунково-експериментальних досліджень для порівняння тенденцій зміни компонент НДС.*

6. Ткачук А.Н. Исследования термоупругих контактных задач элементов пресс-форм для литья под давлением с учетом фазовых превращений в отливке / А.Н. Ткачук // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2008. – № 2. – С.144-158.

7. Ткачук А.Н. Численное решение тестовых термоупругих контактных задач для элементов пресс-форм / А.Н. Ткачук // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2008. – № 9. – С.118-124.

8. Ткачук А.Н. Методы, алгоритмы и модели для исследования физико-механических процессов при изготовлении деталей литьем / Н.А. Ткачук, А.Н. Ткачук, В.А. Заболотских, А.А. Капустин // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2009. – № 12. – С.129-148.

*Запропонована технологія розрахунково-експериментальних досліджень прес-форм.*

9. Ткачук А.Н. Элементы разделительных штампов: методы и модели для исследования напряженно-деформированного состояния / Н.А. Ткачук, А.Я. Мовшович, Ткачук А.Н. // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. – М.: ООО „Тисо Принт”, 2009. – № 2. – С. 16-25.

*Запропонована технологія розрахунково-експериментальних досліджень елементів штампів.*

10. Ткачук А.Н. Моделирование контактного взаимодействия системы тел при сложном нагружении / А.Н. Ткачук // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2009. – № 28. – С.128-132.

11. Ткачук А.Н. Термоупругий осесимметричний концевий елемент для рішення контактних задач циліндричних оболонок / А.Н. Ткачук // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2009. – № 1. – С.157-163.

12. Ткачук А.Н. Об аналитическом решении термоупругой контактной задачи о взаимодействии цилиндрической оболочки с бандажом / Г.И. Львов, А.Н. Ткачук // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут”. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2009. – № 30. – С.88-95.

*Здобувачем розроблено та реалізовано методи аналітичного розв’язання термопружної контактної задачі для циліндричної оболонки з жорстким бандажем.*

13. Ткачук А.Н. Термоупругие контактные задачи для элементов штампов и пресс-форм / А.Н. Ткачук, И.Я. Мовшович, Н.А. Ткачук // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. – М.: ООО „Тисо Принт”, 2009. – № 12. – С. 25-32.

*Здобувачем запропоновано та реалізовано метод інтегральних перетворень Мелліна для*

*розв'язання термопружних контактних задач.*

14.Ткачук А.Н. Термоупругие контактные задачи для элементов штампов и пресс-форм (продолжение) / А.Н.Ткачук, И.Я.Мовшович, Н.А.Ткачук // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. – М.: ООО „Тисо Принт”, 2010. – № 1. – С. 19-28.

*Здобувач провів числове моделювання та аналіз результатів контактної взаємодії елементів штампів і прес-форм.*

15.Ткачук А.Н. К вопросу о контактном взаимодействии плоского штампа с полупространством / Н.Н. Ткачук, А.Н. Ткачук // Східно-європейський журнал передових технологій. – Харків: УДАЗТ, 2010. – № 3/9 (45). – С.50-53.

*Проведено аналіз впливу жорсткості поверхневого шару на поведінку контактної тиску.*

16.Ткачук А.Н. Моделирование контактного взаимодействия элементов штамповой оснастки / Н.А. Ткачук, Н.А. Демина, Ю.Д. Сердюк, А.Н. Ткачук, Г.А. Кротенко // Обработка материалов давлением: збірник наукових праць. – Краматорськ: ДДМА, 2010. – № 2 (23). – С. 240-248.

*Здобувачем запропоновано підхід до побудови зсушуваних сіток скінченних елементів для визначення НДС на кромках пуансонів та матриць.*

17.Ткачук А. Проектирование великогабаритных сварных конструкций за критериями долговечности та мінімальної маси / А. Чепурний, В. Головченко, А. Ткачук // VIII міжн. симп. укр. інж.-мех. – Львів:КІНПАТРИ ЛТД, 2007. – С. 91.

*Запропоновано підхід до параметричного опису досліджуваних конструкцій.*

18.Ткачук А.М. Контактна термопружна задача: теорія, методи та алгоритми дослідження / А.М. Ткачук // Тез. доп. міжн. наук.-практ. конф. пам'яті ак. В.І.Моссаковського „Актуальні проблеми механіки суцільного середовища та міцності конструкцій”. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2007. – С. 78.

19.Ткачук А. Моделювання контактної взаємодії складнопрофільних тел: методи, моделі, алгоритми / М. Ткачук, І. Артёмов, А. Ткачук // Пр. міжн. наук.-практ. конф. „Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій”. – Львів:КІНПАТРИ ЛТД, 2008. – С. 198-199.

*Здобувачем запропоновано форму запису кінематичних умов контактної взаємодії тіл.*

20.Ткачук А. Синтез геометрії і аналіз напружено-деформованого стану тіл з урахуванням контактної взаємодії / М. Ткачук, А. Ткачук, О. Кохановська // 9-й міжн. симпозіум укр. інж.-мех. у Львові: Праці. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2009. – С. 182.

*Запропоновано технологію багатоваріантних досліджень контактної взаємодії для обґрунтування раціональних параметрів елементів машин.*

21.Ткачук А.Н. Термоупругое контактное взаимодействие втулки с цилиндром гидрообъемной передачи / А.Н. Ткачук, А.В. Мартыненко, А.В. Ткачук, Т.В. Полищук // Междун. науч.-техн. конф. „Университетская наука-2010”: Сб. тез. докл. В 3-х томах. Том II. – Мариуполь: ПГТУ, 2010. – С. 90.

*Здобувачем запропоновано підхід та моделі до аналізу контактної взаємодії тонких гільз з матеріалом блоку циліндрів гідروпередачі.*

22.Tkachuk A. A contact-stabilized Newmark method for coupled dynamical thermo-elastic problem / A. Tkachuk // Proceedings of the 3d International Conference on Nonlinear Dynamics. – 2010. – Kharkov – P. 497-500.

## АНОТАЦІЇ

**Ткачук А.М. Методи аналізу конструкційної міцності елементів машин при термомеханічному контакті. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю

05.02.09 – динаміка та міцність машин. Національний технічний університет „Харківський політехнічний інститут”, Харків, 2011.

У роботі розв’язана задача аналізу термопружного стану елементів (ТПС) машинобудівних конструкцій з урахуванням зв’язаного термомеханічного контакту (ТМК) їх елементів по поверхнях узгодженої форми. Запропоновано ї нові зв’язані термопружні локальні та варіаційні форми. Окремо досліджено питання наявності особливостей розподілу компонент ТПС на границі області контакту тонкостінних елементів та тіл з кутовими точками. На основі отриманих варіаційних форм побудовано загальний зв’язаний елемент та запропоновано модифікацію методу Ньюмарка, пристосовану для зв’язаних задач ТМК. Для тіл з кутовими точками поставлена та розв’язана задача ТМК двох плоских клинів довільних кутів. Отримано залежність особливостей розв’язку для контактних тисків та теплових потоків від параметрів задачі та встановлено, що порядок особливостей контактного тиску не залежить від порядку особливості теплових потоків. На прикладі задачі контакту циліндричних оболонок отримано аналітичні розв’язки у широкому діапазоні параметрів та встановлено особливості розподілу компонент ТПС. Запропоновано фізично обґрунтовані умови контактного спряження тонкостінних елементів та відповідний цим умовам скінченний елемент. Практичні результати були отримані на прикладі прес-форм та гільз циліндрів гідропередачі. Установлені фізичні закономірності перерозподілу контактного тиску та ТПС. Отримані результати були підтверджені у ході експериментальних досліджень моделей прес-форми та тонкостінних елементів.

*Ключові слова:* прикладна теорія пружності, міцність машин, термопружний стан, контактна взаємодія, поверхні узгодженої форми, метод скінченних елементів, прес-форма

**Ткачук А.Н. Методы анализа конструкционной прочности элементов машин при термомеханическом контакте. – Рукопись.**

Диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук по специальности 05.02.09 – динамика и прочность машин. Национальный технический университет „Харьковский политехнический институт”, Харьков, 2011.

В работе решена задача совершенствования и реализации методов анализа напряженно-деформированного состояния машиностроительных конструкций с учетом связанного термомеханического контакта их элементов по поверхностям согласованной формы. Учитывая, что в таких конструкциях часто встречаются тонкостенные элементы, а зоны контакта ограничены кромками, отдельно исследованы особенности распределения давлений и тепловых потоков вблизи границ областей контакта для оболочек и тел с угловыми точками.

Для анализа задачи в общем случае предложены новые локальная и вариационная постановки. В отличие от существующих подходов, они учитывают зависимость термического контактного сопротивления от величины контактного давления, что позволяет реалистичнее описать связанный процесс деформирования и теплопередачи в машинах, а, соответственно, более точно анализировать их конструкционную прочность.

На основе предложенных вариационных формулировок построен общий двумерный конечный элемент для решения связанных термомеханических задач. Для интегрирования полученной системы алгебро-дифференциальных уравнений предложена модификация метода

Ньюмарка, позволяющая исключить нефизические осцилляции контактных величин.

В работе получено аналитическое решение задачи об идеальном термоупругом контакте двух клиньев произвольных углов раствора. Для решения задачи привлечен метод интегрального преобразования Меллина. Определен вид и порядок особенностей в распределении контактных давлений и тепловых потоков вблизи угловой точки, а также установлено, что порядок особенности напряжений не зависит от порядка особенности тепловых потоков. Данный результат может быть распространен на случай кромочного контакта в трехмерном случае.

Также предложен численно-аналитический метод вычленения особенности из решения дискретизированной задачи путем анализа поведения численного решения на последовательно сгущающихся вложенных сетках конечно-элементной дискретизации.

На примере задачи о контакте цилиндрической оболочки и бандажа получены аналитические решения контактной задачи о взаимодействии с жестким бандажом в широком диапазоне параметров. Установлено влияние применяемой теории оболочек на особенности распределения контактных величин и предложены новые физически мотивированные условия сопряжения тонкостенных элементов в термомеханическом контакте. С использованием этих условий был построен новый осесимметричный оболочечный контактный конечный элемент. Его преимущество перед традиционными оболочечными состоит в том, что условия термомеханического контакта формируются на лицевой (контактирующей) поверхности, а не на срединной. За счет этого повышается точность моделирования условий контактного взаимодействия, а получаемые соотношения для компонент термоупругого состояния более адекватны реальным физическим состояниям и процессам термомеханического контакта.

Практические результаты применения предложенных в работе методов получены на примере пресс-форм и гильз цилиндров объемной гидропередачи. Были получены закономерности перераспределения контактных давлений при изменении параметров задачи и определено влияние учета температуры.

Решены стационарные и нестационарные термоупругие задачи о взаимодействии расплавленного материала с формующей полостью пресс-формы. Выявлены особенности поведения контактного давления, температуры, напряжений и перемещений элементов пресс-форм, их распределения в пространстве и времени. Эта информация является базовой для выявления особенностей технологического процесса изготовления деталей литьем в пресс-форме, поскольку дает возможность определять возможные раскрытия стыка между полуматрицами пресс-формы, уровень и локализацию действующих напряжений и температуру в различных зонах пресс-форм.

Решена задача о контакте тонкой оболочки (гильзы) с блоком цилиндров гидрообъемной передачи. На гильзу действует предварительный натяг, давление и неоднородное температурное поле. Построена параметрическая модель, позволяющая изменять конструктивные, технологические и эксплуатационные параметры, обрабатывать получаемые результаты вычисления и формировать на их основе рекомендации по обоснованию рациональных параметров гидропередачи.

Экспериментальная часть работы включала исследование уменьшенной модели пресс-формы методом голографической интерферометрии и модели контакта тонкостенных элементов методом контактных отпечатков. Полученные расшифровки интерферограмм и контактных отпечатков подтверждают полное качественное и удовлетворительное количественное соответствие результатов расчетных и экспериментальных исследований.

Разработанные методы и модели внедрены в практику научных исследований в НТУ „ХПИ”, ОАО „Азовмаш” и „Головной специализированный конструкторско-технологический институт” (г. Мариуполь) при проектных исследованиях ПФ, штампов, гидropередач и других конструкций. Получены акты внедрения.

*Ключевые слова:* прикладная теория упругости, прочность машин, термоупругое состояние, контактное взаимодействие, поверхности согласованной формы, метод конечных элементов, пресс-форма

**Tkachuk A. Methods of structural strength analysis for machine elements under the thermomechanical contact. – Manuscript.**

Candidate's thesis in engineering science, specialization 05.02.09 – dynamics and strength of machines. National Technical University „Kharkiv Polytechnical Institute”, Kharkiv, 2011.

A solution of coupled problem of thermal and stress-strain analysis of structures with contact over adjacent surfaces is given in the present thesis. A special attention is given to study of singularities of contact stress and heat flux distribution close to boundaries of contact zone for thin-walled structures and bodies with corners. New weak and local formulation for general coupled thermomechanical contact problem are derived. Based on the proposed weak forms, a new plane element is built and a modification of Newmark method for coupled contact problem is proposed. A general solution for ideal thermoelastic frictionless contact of two infinite wedges is given. It was shown that contact pressure and heat fluxes may have singularity at the wedge corner. Dependency of the orders of singularities on problem parameters was obtained. From the general solution also follows that an order of singularity of contact pressure does not depend on order of singularity of heat fluxes. On the example of contact of cylinder shells, analytical solutions for contact for wide range of parameters of thin-walled structures are obtained, which includes contact pressures and contact zone topologies, cases when singularities of contact pressures and heat fluxes occur. A new physically motivated contact interface relation for thin-walled structures is derived. The relation was applied for derivation of a new axisymmetric shell contact element for coupled thermo-elastic problems. Usage of the method for practical application was shown on example of press-moulds and sleeves of hydrodynamic transmission. Patterns of redistributions of contact pressures and stresses are obtained. An experimental study of scaled press-mould model proved good accuracy of the proposed methods, while an experimental study of contact of thin-walled model proved consistency of the derived contact interface relations. Thus, qualitative and numerical correspondence between numerical and experimental results is obtained.

*Keywords:* applied theory of elasticity, strength of machines, thermal and stress state, contact interaction, adjacent surfaces, finite element method, press-mould

**Ткачук Антон Миколайович**

**МЕТОДИ АНАЛІЗУ КОНСТРУКЦІЙНОЇ МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ  
МАШИН ПРИ ТЕРМОМЕХАНІЧНОМУ КОНТАКТІ**

АВТОРЕФЕРАТ

Відповідальний за випуск:

доц. к.т.н., Трубаєв О.І.

Підп. до друку 22.04.2011 р. Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Друк - різнографічний. Ум. друк. арк. 0,9. Гарнітура Таймс.

Наклад 100 прим. Замовлення №058402

---

Надруковано у СПД ФО Ізрайлев Є.М.

Свідоцтво № 24800170000040432 від 21.03.2001 р.

61024, м. Харків, вул. Фрунзе, 16.

---