

УДК 621.432

*Е.Е. Александров, д-р техн. наук, В.М. Шатохин, канд. техн. наук,  
Э.В. Гущенко, канд. техн. наук*

## ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ С ДВС

### Введение

Увеличение мощности и быстроходности современных ДВС неизбежно ведет к повышению динамических нагрузок в силовых передачах машинных агрегатов. Анализ и устранение опасных колебаний требуют при построении моделей с одной стороны учета технологических нелинейностей, а с другой – введения упругих муфт и демпфирующих устройств, характеристики которых чаще всего также являются нелинейными. Указанные факторы являются главной причиной многообразия и сложности динамических процессов в силовых передачах машин: смещения резонансов, деформирования резонансных кривых, многозначности колебаний, возникновения субгармонических режимов, что существенно осложняет решение задач анализа и тем более синтеза для многомерных моделей.

Несмотря на значительный прогресс в развитии численных и аналитических методов исследования нелинейных колебаний, универсальные, эффективные и при решении задач синтеза методы расчета установившихся движений в указанных системах разработаны недостаточно. Математические основы используемых в настоящее время алгоритмов, например в [1–3], не отвечают современному уровню развития методов нелинейной механики, плохо приспособлены к использованию более сложных и точных нелинейных моделей, современной вычислительной техники. В большинстве же работ по динамическому синтезу параметров указанных систем рассматриваются линейные модели, например в [1], что в значительной степени обусловлено громоздкостью и трудоемкостью решения задач анализа для нелинейных систем.

Перечисленные факторы затрудняют решение насущных вопросов практики по созданию современных транспортных средств, форсированных, надежных и долговечных машинных агрегатов с ДВС, удешевлению их конструирования и доводки: автоматизации проектирования машин, прогнозирования и улучшения их динамических качеств, принятия решений при сопоставлении аналогичных конструкций и т.п.

Развитие методов решения задач вибрационного синтеза возможно в основном по двум направлениям. Первое связано с поиском наиболее эффективных методов решения задач анализа, второе – с созданием совершенных оптимизационных процедур, требующих минимального числа решений задач анализа.

В статье изложена новая концепция решения задач анализа и синтеза многомерных нелинейных мо-

делей указанных систем; экспериментальные данные и результаты синтеза параметров нелинейной модели машинного агрегата транспортного ДВС.

### Интегральные уравнения движения и их решение

В большинстве случаев модели силовых передач транспортных машин с ДВС имеют значительное число степеней свободы, несколько нелинейных элементов, подвержены периодическим воздействиям сложного негармонического характера.

Применение импульсно-частотных характеристик (ИЧХ) линейных частей моделей, позволяет представить уравнения движения указанных систем в форме интегральных уравнений типа Гаммерштейна, записанных относительно углов закручивания нелинейных соединений [4]. Трудоемкость их решения практически не зависит от размерности линейных контуров модели, что имеет принципиальное значение для решения задач анализа итерационными способами и еще в большей степени для решения задач синтеза.

В матричной форме уравнения имеют вид [4]

$$\mathbf{y}(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau)\mathbf{f}(\mathbf{y})d\tau + \mathbf{g}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)]^T$  – вектор углов закручивания нелинейных соединений ( $s$  – число нелинейностей;  $\tau$  – знак транспонирования);

$\Phi(t-\tau) = [\varphi_{i,j}^{(3)}(t-\tau)]$  ( $i, j = \overline{1, s}$ ) – матрица ИЧХ;

$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = [f_1(y_1), f_2(y_2), \dots, f_s(y_s)]^T$  – нелинейная вектор-функция,

$$f_j(y_j) = c_j y_j - F_j(y_j);$$

$F_j(y_j)$  – нелинейная характеристика  $j$ -го нелинейного соединения;

$c_j, c_j y_j$  – соответственно коэффициент жесткости и упругий момент в линеаризованном соединении;

$\mathbf{g}(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_s(t)]^T$  – вектор-функция реакций линеаризованных нелинейных соединений на внешнее возбуждение;

$$g_j(t) = \sum_{k=1}^m \int_0^T \varphi_{j,k}^{(1)}(t-\tau) M_k(\tau) d\tau;$$

$M_k(\tau), \varphi_{j,k}^{(1)}(t-\tau)$  ( $k = \overline{1, m}$ ) – возмущающие моменты и соответствующие ИЧХ;

$T$  – период колебаний.

При решении интегральных уравнений колебаний хорошо зарекомендовал себя итерационный алгоритм метода Ньютона-Канторовича решения операторных уравнений, который для уравнения (1) имеет вид [4]

$$y_{n+1}(t) = y_n(t) - z_n(t) \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

$$z_n(t) - \int_0^T \Phi(t-\tau) f'_y(y_n) z_n(\tau) d\tau = -I_n(t), \quad (3)$$

$$I_n(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) f(y_n) d\tau + g(t) - y_n(t), \quad (4)$$

где  $f'_y = \text{diag}\{f'_{y_1}, f'_{y_2}, \dots, f'_{y_s}\}$  – диагональная матрица.

**Алгоритм реализации метода на базе координатных функций**

В зависимости от характера решений и вида нелинейностей возможны различные подходы к реализации формул (2)-(4). Наилучшие возможности для целей синтеза в диапазонах частот однозначных режимов предоставляет алгоритм, основанный на использовании координатных функций, благодаря гибкости и экономичности представления искомого решения [4]. Решение уравнения (1) ищется в виде тригонометрического ряда

$$\tilde{y}(t) = a_0 + \sum_{j=1}^m (a_{r_j} \cos r_j \omega t + b_{r_j} \sin r_j \omega t), \quad (5)$$

где  $a_0, a_{r_j}, b_{r_j}$  ( $j = \overline{1, m}$ ) – неизвестные коэффициенты, причем  $r_1 = 1, \omega = 2\pi/T$ .

Рациональный выбор базисных функций облегчает использование резонансных и фильтрующих свойств системы, отраженных в ИЧХ.

Решение задачи сводится к определению вектора

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_{2m+1}]^T = [a_0, a_{r_1}, b_{r_1}, \dots, a_{r_m}, b_{r_m}]^T \quad (6)$$

из дискретного аналога формул (2)-(4) [4].

**Интегральная форма метода гармонической линеаризации**

Если система обладает фильтрующими или резонансными свойствами, последнее характерно для наиболее опасных динамических режимов в рассматриваемых моделях, то приемлемые с практической точки зрения результаты позволяет получать хорошо известный метод гармонической линеаризации. В работе [5] метод распространен на уравнения движения в интегральной форме, благодаря чему он оказался особенно эффективным при синтезе параметров моделей в области многозначности решений.

Как и при традиционном подходе, решение

ищется в виде

$$y_j(t) = A_j^0 + A_j^c \cos \omega t + A_j^s \sin \omega t \quad (j = \overline{1, s}), \quad (7)$$

где  $A_j^0$  – средняя деформация;

$A_j^c, A_j^s$  – косинусная и синусная амплитуды основной гармоники деформации  $j$ -го нелинейного соединения.

Однако теперь выполнение каждой итерации требует решения система линейных алгебраических уравнений порядка  $2s$ , а не  $2n$  ( $n$  – число обобщенных координат) [5].

**Динамический синтез как задача нелинейного программирования**

Задача динамического синтеза нелинейных силовых передачи состоит в определении параметров, обеспечивающих выбранные динамические критерии качества при учете ограничений, накладываемых на варьируемые параметры.

Варьируя вектор параметров  $x = [x_1, x_2, \dots, x_l]^T$  модели, который включает и параметры нелинейностей, необходимо добиться того, чтобы максимальное значение некоторого функционала  $U(x, \omega)$  в заданном частотном диапазоне  $\Omega$  изменения частоты  $\omega$  внешних периодических моментов стало минимальным

$$\min_{x \in X} \max_{\omega \in \Omega} U(x, \omega), \quad (8)$$

где  $X$  – область поиска допустимых решений, которая задается в виде линейных (конструктивных)

$$x_i^* \leq x_i \leq x_i^{**}, \quad x_i > 0 \quad (i = \overline{1, l}) \quad (9)$$

и нелинейных (функциональных)

$$G_i(x) \leq 0 \quad (i = \overline{l+1, m}) \quad (10)$$

ограничений относительно варьируемых параметров;

$x_i^*$  и  $x_i^{**}$  – наименьшее и наибольшее значение  $i$ -го варьируемого параметра  $x_i$ .

Поскольку целью динамического синтеза является снижение динамических нагрузок валопровода, в качестве целевой функции обычно целесообразно брать максимальные по частоте значения амплитуды упругого момента на наиболее нагруженном  $j$ -ом участке рассматриваемой системы

$$F(x) = \max_{\omega \in \Omega} A_{M_j}(x, \omega). \quad (11)$$

Особенности реализации этого подхода, в частности при наличии многозначных решений, характерных для нелинейных систем, изложены в [5].

**Метод пошаговой оптимизации**

Применение описанного алгоритма требует решения относительно большого числа трудоемких задач анализа. Поэтому естественным является стремление к созданию алгоритмов синтеза, требующих



Схема муфты с предварительным натягом изображена на рис.2. В каждом из шести ее окон, расположенных на радиусе  $R$ , установлены параллельно две пружины с предварительным поджатием (диаметр пружины  $D$ ; диаметр проволоки  $d$ ; длина предварительно поджатой пружины  $L_1$ ; рабочий ход  $\delta$ ).

В процессе доводочных испытаний фиксировались динамические крутящие моменты на наиболее нагруженных коренных шейках выпускного и впускного коленчатых валов  $c_3, c_{16}, c_{11}$  (см. рис.1).

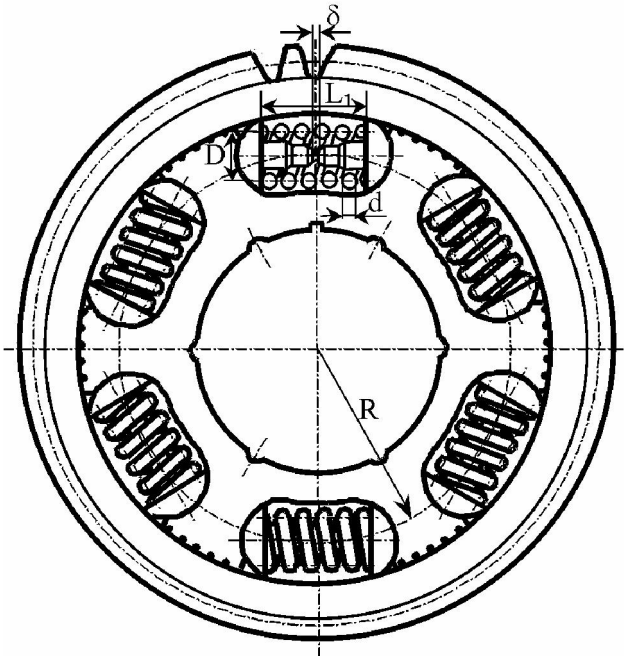


Рис. 2. Нелинейная упругая муфта

Были выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых режимах  $\omega = 37\div 42$  рад/с ( $n = 370\div 420$  мин<sup>-1</sup>), обусловленные интенсивными колебаниями впускного вала с узлом на участке упругой муфты (рис. 3). Размахи момента  $M_{11}$  достигали 16,7 кН·м, а  $M_3 - 13,9$  кН·м. Опыт же использования муфты показал, что при амплитудах момента более 7,5 кН·м она становится неработоспособной.

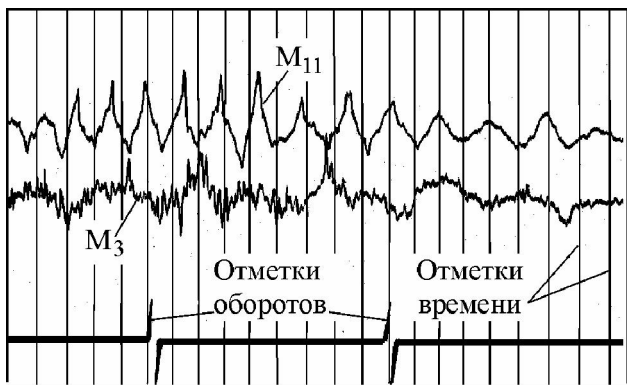


Рис. 3. Осциллограммы упругих моментов на запуске двигателя при проходе через резонанс

На наиболее вероятных эксплуатационных режимах вблизи  $\omega = 260$  рад/с ( $n = 2600$  мин<sup>-1</sup>) выявлены, хотя и меньшие по размахам ( $M_3 = 11,1$  кН·м;  $M_{11} = 3,2$  кН·м), но представляющие опасность субгармонические колебания третьего порядка с узлом на выпускном валу (рис. 4). Интенсивность и положение этого резонанса в наибольшей степени зависит от спектральных свойств высокочастотного контура “выпускной вал–потребители”.

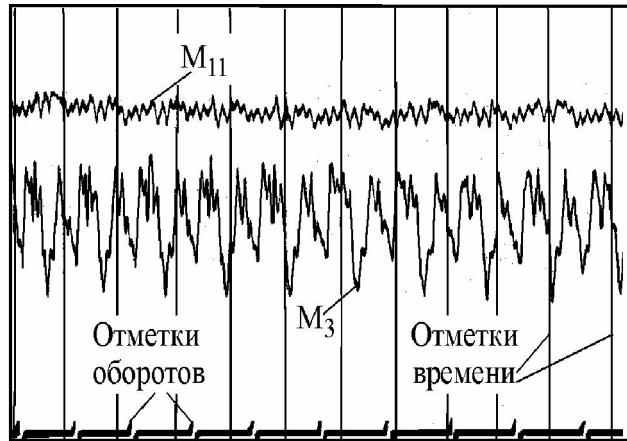


Рис. 4. Осциллограммы упругих моментов при субгармоническом резонансе 3-го порядка

Задача ставилась следующим образом: изменяя параметры упругой муфты и нелинейных соединений к потребителям, необходимо уменьшить интенсивность указанных резонансов и сместить их в менее опасные частотные диапазоны. В результате решения задач оптимизации с учетом конструктивных ограничений получены такие результаты. Следует изменить:  $d$  с 7,5мм до 6мм;  $D$  с 18мм до 17,5мм;  $\delta$  с 1,2мм до 2,3мм;  $c_{19}, c_{20}$  с  $1,7 \cdot 10^6$  Н·м до  $6,1 \cdot 10^6$  Н·м.

На рис. 5 показаны исходные ( $A_M$ ) резонансные кривые и аналогичные кривые для новых значений параметров ( $\tilde{A}_M$ ). Следует иметь в виду, что в области более низких частот не только меньше уровень возмущения, но и проход через резонанс происходит интенсивнее.

Результаты изменения спектральных свойств высокочастотного контура представлены на рис. 6 ( $A_M^{(1)}$  – амплитуда основной гармоники;  $A_M^{(1/3)}$  – амплитуда субгармоники). Увеличение жесткости упоров нелинейностей привело к уменьшению уровня резонансных колебаний, смещению их к верхней границе эксплуатационных оборотов, а также к сужению диапазона субгармонических колебаний.

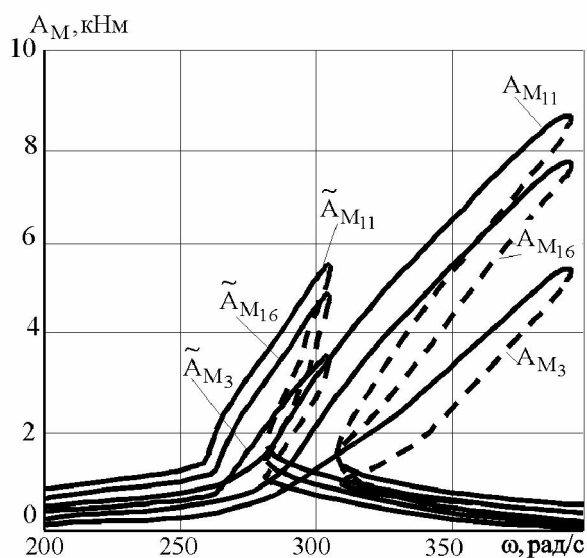


Рис. 5. Амплитуды упругих моментов на резонансе при запуске двигателя

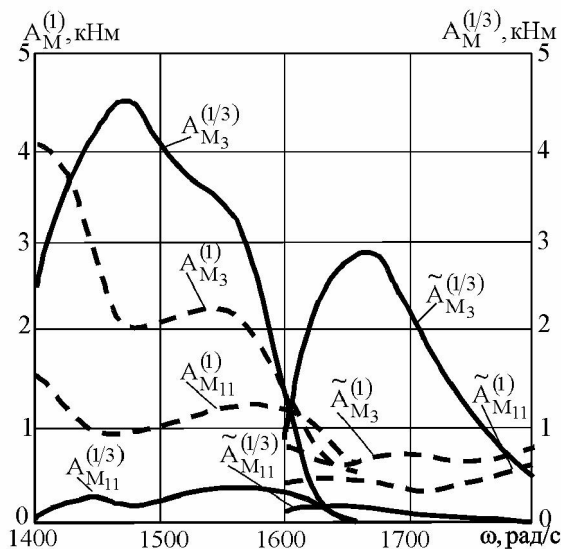


Рис. 6. Амплитуды основной гармоники и субгармоники упругих моментов на резонансе

### Выводы

1. Изложена новая концепция параметрического синтеза нелинейных моделей машинных агрегатов с ДВС.
2. Разработаны математические модели динамических процессов в форме нелинейных интегральных уравнений, записываемых с помощью ИЧХ.
3. Предложены эффективные алгоритмы численного решения указанных уравнений, выбор которых определяется характером динамических процессов.
4. Рассмотрены особенности построения алгоритмов параметрического синтеза.
5. Приведены результаты синтеза параметров нелинейной модели машинного агрегата транспортного ДВС.
6. Обоснована перспективность применения интегральных уравнений движения для решения различных задач анализа и синтеза новых аналогичных конструкций.

### Список литературы:

1. Вейц В.Л., Кочура А.Е. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания. – Л.: Машиностроение, 1978. – 352 с.
2. Основы динамики и прочности машин / Под ред. В.Л. Вейца. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. – 262 с.
3. Алексеева С.В., Вейц В.Л., Кочура А.Е. Силовые передачи транспортных машин: Динамика и расчет. – Л.: Машиностроение, 1982. – 256 с.
4. Шатохин В.М. Застосування інтегральних рівнянь при дослідженні сталих динамічних процесів у нелінійних моделях машинних агрегатів // *Машинознавство*. – 2002. – № 4 (58). – С. 20 – 25.
5. Александров Е.Е., Шатохин В.М. Оптимизация параметров нелинейной модели машинного агрегата с дизелем ЗТД-4 для военных колесных и гусеничных машин // *Сб. науч. тр. военного ун-та*. – Харьков: Военный университет, 2003. – Вып. 5 (43). – С. 355 – 381.