

$$A = A_0 - 1,3 \cdot \frac{V_n}{V_{\text{охл}} - V_n} (\alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \tau + \gamma \cdot T) \quad (6)$$

При отсутствии утечек из внутреннего контура системы охлаждения и пополнения его водой без присадок выражение с учетом характеристик лабораторной установки уравнение (5) будет иметь вид

$$A = A_0 - 1,3 \cdot \frac{V_n}{V_{\text{охл}}} (\alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \tau + \gamma \cdot T) \quad (7)$$

Выбор режимных параметров ( $\Delta p$ ,  $T$ ,  $K_p$ ,  $K_t$ ) позволяет проанализировать влияние повышения гидравлического сопротивления внутреннего контура систем охлаждения вследствие его усложнения и включения в него дополнительных элементов (охлаждителя надувочного воздуха), а так же перехода на высокотемпературное охлаждение на возможную продолжительность эксплуатации присадок.

Решение о необходимости улучшения качества жидкости или его замены принимают в результате сопоставления эксплуатационных показателей, характеризующих основные направления ее старения, с их предельно допустимыми значениями.

Практическое использование предложенной математической модели, разработанной на основании термофлуктуационной теории, позволяет прогнозировать срок службы охлаждающих жидкостей, содержащих комплексные присадки, проводить обоснованную регенерацию или замену теплоносителя системы охлаждения, повышает качество технической эксплуатации транспортных ДВС.

#### **Заключение**

Процесс деструкции присадок происходит в результате тепловых и турбулентных флуктуаций молекул полимеров и ПАВ и микрообъемов ОЖ, что соответствует термофлуктуационной теории разрушений. Математическая модель старения компонентов присадок представляет собой систему регресси-

онных уравнений, описывающих изменения основных эксплуатационных свойств охлаждающих жидкостей во времени в зависимости от параметров системы охлаждения.

На основании предложенных физической и математической моделей динамики старения охлаждающей жидкости разработана расчетная методика оценки долговечности присадок, учитывающая конструктивные параметры систем охлаждения ДВС, особенности их эксплуатации, и обеспечивающая возможность прогнозирования длительности применения охлаждающей жидкости до достижения установленных предельных значений.

Актуальность мероприятий по поддержанию качества ОЖ будет возрастать с расширением использования высокотемпературного охлаждения транспортных ДВС.

#### **Список литературы:**

1. Безюков О.К. Обеспечение и контроль эксплуатационных свойств охлаждающих жидкостей / О.К. Безюков, В.А. Жуков, О.В. Жукова // Двигатели внутреннего сгорания. – № 1. – 2008. – С. 148-152.
2. Журков С.Н. О физических основах температурно-временной зависимости прочности твердых тел / С.Н. Журков, В.А. Петров // Докл. АН СССР. – 1978. – Т. 239, N. – С. 1316-1319.
3. Регель В.Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / Регель В.Р., Слуцкер А.Н., Томашевский Э.Б. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
4. Жуков В.А. Экспериментальное исследование старения охлаждающих жидкостей двигателей внутреннего сгорания / В.А. Жуков, О.В. Жукова // Актуальные проблемы современной науки. Труды 3-го международного форума. Естественные науки. Часть 3: Механика. Машиностроение. – 2007. – С.33-37.
5. Безюков О.К. Экспериментальное исследование изменений теплофизических свойств охлаждающих жидкостей судовых ДВС / О.К. Безюков, В.А. Жуков, О.В. Жукова // Исследования, проектирование и эксплуатация судовых ДВС. Труды 2-го международного научно-технического семинара. – 2008. – С. 70-76.

УДК 62.755

*А.Н. Горбенко, канд. техн. наук*

### **АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОБАЛАНСИРОВКИ РОТОРА НА ОСНОВЕ ТОЧНОГО РЕШЕНИЯ ЧАСТНОЙ ЗАДАЧИ**

**Постановка проблемы. Анализ существующих исследований. Цель работы.**

Автобалансирующие устройства (АБУ) пассивного типа находят применение в роторных машинах

(РМ) для снижения уровня их вибрации. Их практическое применение сталкивается с проблемой обеспечения устойчивости автобалансирующего режима движения механической системы (МС) ([1-4]). В

свою очередь, решение этой проблемы обуславливает необходимость развития аналитической теории АБУ.

В данной работе рассматривается проблема устойчивости автобалансировки простейшего ротора, совершающего плоско-параллельное движение. Анализ ограничивается частным случаем расположения компенсирующих масс (КМ) АБУ, при котором геометрический параметр  $D=0$  (определение параметра см. ниже). Практическая целесообразность такого ограничения обусловлена следующим.

В процессе эксплуатации РМ происходит неизбежный рост дисбаланса ротора, в результате чего изменяются автобалансирующие положения КМ в АБУ и значение  $D$ . Как следствие изменяются и границы устойчивости. Изучение характера изменения границы устойчивости ([2, 3, 4]) показало, что из всего возможного диапазона значений  $D=0 \dots 1$  частный случай  $D=0$  является наиболее опасным. При этом область устойчивости автобалансировки наиболее узкая.

Таким образом, исследование этого частного случая позволит получить наиболее важную информацию для эффективной эксплуатации АБУ, практически гарантирующую его устойчивость в течение заданного ресурса. Кроме того, рассмотрение частных случаев упрощает аналитическое исследование динамики МС, что расширяет возможности получения приближенных и даже точных выражений для границ устойчивости.

Целью данной работы является получение точного аналитического решения для границ устойчивости автобалансировки ротора с АБУ для случая  $D=0$  и его анализ, а также получение приближенного решения.

#### Уравнения возмущенного движения

Рассмотрим однодисковый ротор на двух изотропных опорах (рис. 1). Статически неуравновешенный диск ротора расположен посередине между опорами и совершает плоское движение. В плоскости диска расположен автобалансир с КМ в виде шариков или маятников. Количество КМ  $n$  произвольное, но не менее двух. Число степеней свободы данной МС равно  $(2+n)$ .

Данная механическая система характеризуется следующими физическими параметрами:  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора, рад/с;  $M$  – масса диска, кг;  $r$  – эксцентриситет, м;  $K$  – жесткость вала и его

опор, приведенная к центру диска, Н/м;  $\beta_m, \beta$  – коэффициенты внешнего вязкого демпфирования ротора, кг·с<sup>-1</sup> и с<sup>-1</sup>;  $p$  – критическая скорость вращения ротора без АБУ (но с массой диска, увеличенной на массу всех КМ), рад/с;  $x_A, y_A$  – текущие координаты геометрического центра диска, м;  $m, n$  – масса одной КМ (кг) и их количество;  $R$  – радиус окружности движения центров масс КМ в АБУ, м;  $h_\phi$  – коэффициент внутреннего вязкого сопротивления движению КМ в АБУ, с<sup>-1</sup>;  $\alpha_j$  – постоянные угловые положения КМ относительно диска в режиме автобалансировки, рад;  $\phi_j$  – текущая угловая координата  $j$ -й КМ относительно оси  $x$ , рад.

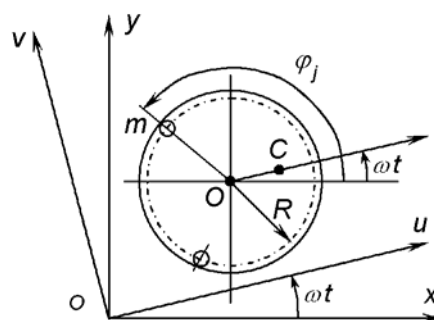


Рис. 1. Механическая система «ротор – автобалансир»

Устойчивость режима автобалансировки исследуем традиционным методом Ляпунова по первому приближению уравнений возмущенного движения. В работе [5] в рамках единого подхода получена система уравнений возмущенного движения для произвольной роторной машины с пассивным АБУ. Переход к предложенным там же «суммарным» обобщенным координатам КМ позволяет максимально сократить количество уравнений системы, причем независимо от числа КМ.

Для рассматриваемой механической системы ротора с АБУ система уравнений возмущенного движения в неподвижной системе координат принимает следующий вид:

$$M_\Sigma \{\delta\ddot{q}\} + \beta_m \{\delta\dot{q}\} + K \{\delta q\} + mR \{\ddot{f}_a\} = \{0\};$$

$$\{\ddot{f}_a\} + (h_\phi[E] - 2\omega[E_c])\{\dot{f}_a\} - (\omega^2[E] + h_\phi\omega[E_c])\{f_a\} + \frac{1}{2R}[T][d_c][T]^{-1}\{\delta\ddot{q}\} = 0,$$

где

$$\{\delta q\} = \begin{Bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{Bmatrix}; \quad \{f_a\} = \begin{Bmatrix} f_{as} \\ f_{ac} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sum_{j=1}^n \psi_j \sin(\omega t + \alpha_j) \\ \sum_{j=1}^n \psi_j \cos(\omega t + \alpha_j) \end{Bmatrix};$$

$$M_\Sigma = M + nm; \quad [d_c] = \begin{bmatrix} (n - D_c) & -D_s \\ -D_s & (n + D_c) \end{bmatrix};$$

$$D_c = \sum_{j=1}^n \cos 2\alpha_j; \quad D_s = \sum_{j=1}^n \sin 2\alpha_j;$$

$$D = \frac{1}{n^2} (D_c^2 + D_s^2);$$

$$[E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [E_c] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$[T(t)] = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix};$$

$\{\delta q\}$  – вектор вариаций обобщенных координат диска;  $\{f_a\}$  – вектор вариаций суммарных обобщенных координат КМ;  $\psi_j$  – вариация обобщенной координаты j-й КМ;  $[d_c]$  – геометрическая матрица, характеризующая автобалансирующие расположения КМ.

Здесь параметр  $D$  обобщенно характеризует геометрию автобалансирующего расположения КМ в автобалансире. Его составляющие  $D_c$  и  $D_s$  входят в систему (1).

Из (1) видно, что в общем случае уравнения возмущенного движения имеют периодические коэффициенты, что существенно затрудняет их аналитическое исследование. Поэтому в подавляющем большинстве исследований устойчивости АБУ осуществлялся переход к уравнениям с постоянными коэффициентами во вращающейся системе координат. Это, в свою очередь, приводит к существенному усложнению выражения для коэффициентов характеристического уравнения.

Однако, при частном значении параметров  $D_c = D_s = 0$  и, следовательно  $D=0$ , периодические матрицы  $[T(t)]$  и  $[T(t)]^{-1}$  в (1) сокращаются и все коэффициенты системы становятся постоянными, что позволяет исключить дополнительный этап трудоемкого преобразования. В этом случае уравнения возмущенного движения (1) принимают простой вид:

$$\begin{aligned} \{\delta \ddot{q}\} + \beta \{\delta \dot{q}\} + p^2 \{\delta q\} + \mu R \{\ddot{f}_a\} &= \{0\}; \\ \{\ddot{f}_a\} + (h_\phi [E] - 2\omega [E_c]) \{\dot{f}_a\} - & \\ - (\omega^2 [E] + h_\phi \omega [E_c]) \{f_a\} + \frac{n}{2R} \{\delta \ddot{q}\} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\beta = \frac{\beta_m}{M_\Sigma}; \quad p^2 = \frac{K}{M_\Sigma}; \quad \mu = \frac{m}{M_\Sigma};$$

$\mu$  – относительная масса одной КМ.

### Характеристическое уравнение и его формы

Характеристическое уравнение (ХУ), соответствующее системе (2), после преобразований выпишем в форме определителя от блочной матрицы:

$$\begin{vmatrix} (\lambda^2 + \beta\lambda + p^2)[E] & \mu R \lambda^2 [E] \\ \frac{n}{2R} \lambda^2 [E] & k(\lambda)[E] - \omega(2\lambda + h_\phi)[E_c] \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

где  $k(\lambda) = \lambda^2 + h_\phi \lambda - \omega^2$ ;  $\lambda$  – собственное число МС.

Здесь определитель состоит из четырех блоков размером (2,2) каждый. Диагональные блоки соответствуют подсистеме ротора и подсистеме КМ АБУ, а внедиагональные блоки характеризуют взаимосвязь между подсистемами МС.

Важно отметить, что ХУ (3) имеет вид существенно более простой, чем традиционное ХУ после перехода к вращающимся координатам. Это дает возможность довести анализ устойчивости до точного решения.

Используя известные свойства блочных определителей [6-8 и др.], ХУ (3) может быть представлено в следующем эквивалентном виде:

$$\begin{aligned} & \left\{ (\lambda^2 + \beta\lambda + p^2) \left\{ (\lambda^2 + h_\phi \lambda - \omega^2)[E] - \omega(2\lambda + h_\phi)[E_c] \right\} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} n \mu \lambda^4 [E] \right\} = 0 \end{aligned}$$

или

$$\left\{ (\lambda^2 + h_\phi \lambda - \omega^2 - \frac{1}{2} n \mu L(\lambda)) [E] - \omega(2\lambda + h_\phi)[E_c] \right\} = 0, \quad (4)$$

где

$$L(\lambda) = \frac{\lambda^4}{\lambda^2 + \beta\lambda + p^2}; \quad (\lambda^2 + \beta\lambda + p^2) \neq 0.$$

Здесь размер определителя ХУ понижен с (4,4) до (2,2).

Раскрывая определитель (4), получаем

$$\left(\lambda^2 + h_\varphi \lambda - \omega^2 - \frac{1}{2} n\mu L(\lambda)\right)^2 + \omega^2 (2\lambda + h_\varphi)^2 = 0,$$

откуда ХУ принимает вид алгебраического уравнения с комплексными коэффициентами:

$$\lambda^2 + (h_\varphi + 2ik\omega)\lambda - \omega^2 + ih_\varphi k\omega - \frac{1}{2} n\mu L(\lambda) = 0, \quad (5)$$

где  $k = \pm 1$ .

### Точное аналитическое решение для границ устойчивости

Проанализируем ХУ (5). На границах устойчивости вещественная часть одного или нескольких собственных чисел равна нулю, т.е. имеют место равенства

$$\lambda = \lambda_s = i\omega_s; \quad \text{Re}(\lambda_s) = 0; \quad \text{Im}(\lambda_s) = \omega_s; \quad \omega = \omega_k, \quad (6)$$

где  $\omega_k$  – критическая скорость вращения, являющаяся границей устойчивости автобалансировки.

Далее подставляем (6) в (5) и после отделения вещественной и мнимой частей ХУ получаем следующую систему уравнений, справедливую для границ устойчивости:

$$(\omega_s + k\omega_k)^2 + \frac{1}{2} n\mu \text{Re}(L_s) = 0; \quad (7)$$

$$h_\varphi (\omega_s + k\omega_k) - \frac{1}{2} n\mu \text{Im}(L_s) = 0, \quad (8)$$

где

$$L_s = L(\lambda_s); \quad \text{Re}(L_s) = -\frac{(\omega_s^2 - p^2)\omega_s^4}{(\omega_s^2 - p^2)^2 + \beta^2\omega_s^2};$$

$$\text{Im}(L_s) = -\frac{\beta\omega_s^5}{(\omega_s^2 - p^2)^2 + \beta^2\omega_s^2}. \quad (9)$$

Система уравнений (7), (8) может быть приведена к системе равенств нулю двух полиномов относительно  $\omega_s$ :

$$\left(h_\varphi^2 - \frac{1}{2} n\mu\beta^2\right)\omega_s^6 - h_\varphi^2(3p^2 - \beta^2)\omega_s^4 + p^2 h_\varphi^2(3p^2 - \beta^2)\omega_s^2 - h_\varphi^2 p^6 = 0; \quad (10)$$

$$(\beta + h_\varphi)\omega_s^2 + \beta k\omega_k \omega_s - h_\varphi p^2 = 0.$$

Здесь первое уравнение получено путем исключения из (7), (8) величины  $(\omega_s + k\omega_k)$  с последующей подстановкой  $\text{Re}(L_s)$  и  $\text{Im}(L_s)$  из (9). Вто-

рое уравнение получено на основе рассмотрения отношения  $\text{Re}(L_s)/\text{Im}(L_s)$ .

В систему (10) входят две неизвестные величины: искомая граница устойчивости  $\omega_k$  (по скорости вращения ротора) и частота собственных колебаний МС  $\omega_s$  (соответствующая той форме собственных колебаний, по которой происходит потеря устойчивости).

Важная особенность полученной системы (10) состоит в том, что величина  $\omega_k$  присутствует только в одном из коэффициентов второго уравнения. Это дает возможность после исключения  $\omega_s$  из системы (10) получить уравнение для  $\omega_k$  минимальной степени. Для исключения  $\omega_s$  удобно воспользоваться понятием результата, известного из курса высшей алгебры [8].

После выполнения указанных преобразований приходим к бикубическому уравнению относительной границы устойчивости автобалансировки:

$$c_0 x^3 + c_1 x^2 + c_2 x + c_3 = 0, \quad (11)$$

где

$$x = \omega_k^2; \quad c_0 = \beta^2 \left( h_\varphi^2 - \frac{1}{2} n\mu\beta^2 \right);$$

$$c_1 = -\beta^2 h_\varphi \left[ h_\varphi (3p^2 - \beta^2 - 2h_\varphi (h_\varphi + \beta)) + \frac{1}{2} n\mu (\beta^2 h_\varphi + 3p^2 h_\varphi + 6p^2 \beta) \right];$$

$$c_2 = \beta h_\varphi^2 \left[ \beta (p^2 (3p^2 - \beta^2) + h_\varphi^2 (h_\varphi + \beta)^2) - \frac{1}{2} n\mu p^2 (4\beta^2 h_\varphi + 6p^2 h_\varphi + 3\beta h_\varphi^2 + 9p^2 \beta) \right];$$

$$c_3 = -p^2 h_\varphi^2 \left[ \beta (h_\varphi (h_\varphi + \beta) + p^2) + \frac{1}{2} n\mu h_\varphi p^2 \right]^2.$$

Отсюда получаем точные аналитические выражения, определяющие в явном виде границы устойчивости:

$$\omega_{k1}^2 = A + B;$$

$$\omega_{k2,3}^2 = -\frac{1}{2}(A + B) \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}(A - B), \quad (12)$$

где

$$A = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{Q}}; \quad B = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{Q}};$$

$$Q = \left(\frac{1}{3}p\right)^3 + \left(\frac{1}{2}q\right)^2; \quad p = \frac{1}{c_0^2} \left(-\frac{1}{3}c_1^2 + c_0c_2\right);$$

$$q = \frac{1}{c_0^3} \left(\frac{2}{27}c_1^3 - \frac{1}{3}c_0c_1c_2 + c_0^2c_3\right).$$

Согласно решению Кардано при  $Q > 0$  среди трех корней кубического уравнения (11) имеется один действительный корень  $x_1$  и два комплексно сопряженных корня  $x_{2,3}$ , а при  $Q \leq 0$  – три действительных корня (при  $Q = 0$  имеется кратный корень).

Анализ показывает, что при характерных диапазонах значений параметров МС  $\beta$ ,  $n$ ,  $\mu$ ,  $h_\phi$  (см. [2-4]) величина  $Q$  положительна. Этот же анализ выявил, что коэффициенты  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  не изменяют своего знака, в то время как коэффициент  $c_0$  может быть как положительным, так и отрицательным. Последнее дает возможность, применяя правило знаков Декарта [8], установить количество положительных и отрицательных корней кубического уравнения (11).

Анализ полученного решения позволяет сделать заключение, что при характерных значениях параметров МС и  $D=0$  возможны следующие два случая.

1. Существует одна (нижняя) граница устойчивости автобалансировки  $\omega_{k1}$ . При этом  $c_0 > 0$ ,  $Q > 0$ ,  $x_1 = \omega_{k1}^2 > 0$ .

2. Граница устойчивости отсутствует. При этом  $c_0 < 0$ ,  $Q > 0$ ,  $x_1 = \omega_{k1}^2 < 0$ . В этом случае автобалансировочный режим движения неустойчив при любой частоте вращения ротора и параметрах МС.

Критическим фактором, разделяющим первый и второй случаи, является знак коэффициента  $c_0$ .

Таким образом, можно сформулировать следующее положение – автобалансировка ротора не может быть устойчива ни при какой частоте вращения, если

$$D=0 \text{ и } h_\phi^2 \leq \frac{1}{2}n\mu\beta^2 \text{ или } K_b = \frac{1}{2}n\mu\frac{\beta^2}{h_\phi^2} \geq 1. \quad (13)$$

Физическое явление невозможности устойчивой автобалансировки (полученное здесь в виде точных соотношений (13)) согласуется с достаточным асимптотическим условием устойчивости, полученным в работе [1] приближенно методом малого параметра.

Отметим, что математически формально имеется также возможность существования трех и двух границ устойчивости. Однако эти случаи соответ-

ствуют нетипичным (или даже физически невозможным) значениям параметров МС и требуют дополнительного анализа.

### Приближенное аналитическое решение для границ устойчивости

Полученное точное решение (12) ненаглядно. Поэтому имеет смысл получить приближенное решение, дающее более ясное представление о характере влияния параметров МС на границу устойчивости.

Вернемся к системе уравнений (10). Для подавляющего большинства РМ имеет место соотношение  $\beta^2 \ll 3p^2$ . Принимая, что  $(3p^2 - \beta^2) \approx 3p^2$ , из точной системы (10) приходим к приближенным уравнениям вида:

$$\begin{aligned} (\omega_s^2 - p^2)^3 - K_b \omega_s^6 &= 0; \\ (1 + \gamma_b) \omega_s^2 + k\omega_k \omega_s - \gamma_b p^2 &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\gamma_b = \frac{h_\phi}{\beta}; \quad K_b = \frac{1}{2}n\mu\frac{\beta^2}{h_\phi^2} = \frac{1}{2}n\mu\frac{1}{\gamma_b^2}.$$

Здесь первое уравнение существенно упростилось в сравнении с исходным вариантом, что позволяет получить из (14) аналитическое решение в явной форме.

Приближенная формула для границы устойчивости автобалансировки, полученная из (14), имеет вид:

$$\omega_k = \pm p \frac{1 + \gamma_b \sqrt[3]{K_b}}{\sqrt{1 - \sqrt[3]{K_b}}} \quad (15)$$

или через параметры МС:

$$\omega_k = \pm p \frac{\sqrt[3]{\beta} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}n\mu h_\phi}}{\sqrt{\sqrt[3]{h_\phi^2} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}n\mu\beta^2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{h_\phi}{\beta}}. \quad (16)$$

Полученная формула имеет наглядный вид и отражает свойство отсутствия устойчивости при условии (13).

Для сравнения полученных результатов с известными был проведен расчетный анализ, результаты которого представлены на рис. 2. Расчеты выполнялись с использованием безразмерных параметров МС:

$$\Omega = \frac{\omega}{p}; \quad B = \frac{\beta}{p}; \quad n\mu = \frac{nm}{M + nm}; \quad B_0 = \frac{h_\phi}{p}. \quad (17)$$

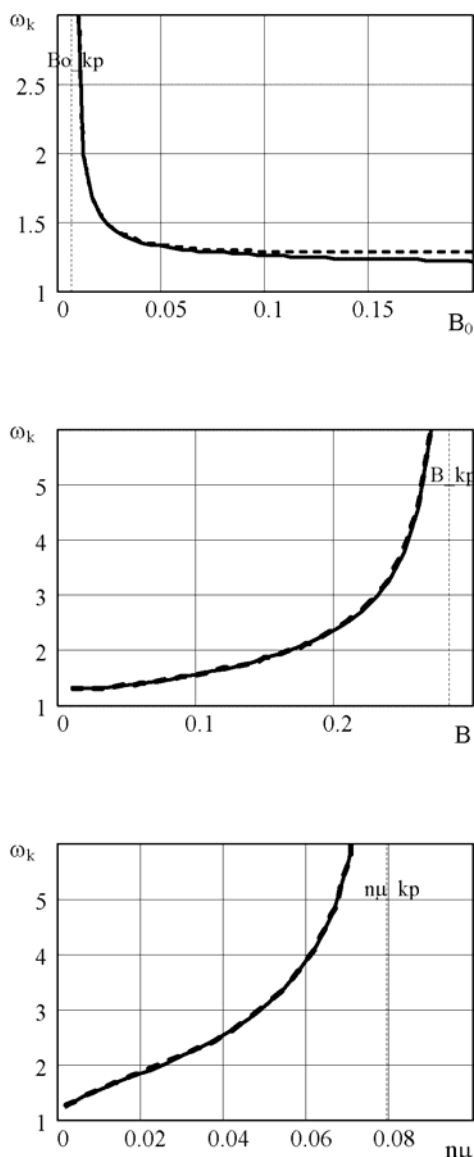


Рис. 2. Граница устойчивости автобалансировки в зависимости от параметров ротора и АБУ

Диапазоны значений параметров:  $B=0,01\dots0,3$ ;  $n\mu=0,001\dots0,1$ ;  $B_0=0,01\dots0,2$ . Базовые значения параметров:  $B=0,1$ ;  $n\mu=0,01$ ;  $B_0=0,02$ .

Для вычисления границы устойчивости (критической скорости вращения) использовались:

- традиционное известное ХУ ([2, ф.(5.90)] или [3, ф.(10)]), полученное для общего случая параметра D (сплошные кривые);

- приближенная формула (16), полученная для частного случая D=0 (пунктирные кривые).

Сравнение результатов расчетов показывает, что приближенная формула (16) обладает хорошей

точностью. В указанных пределах значений параметров МС её погрешность не превышает 8 %.

Кроме того, на рисунке 2 наглядно показано наличие критических значений параметров МС, при переходе через которые автобалансировка не может быть устойчивой. Исходя из (13), критические значения параметров МС могут быть вычислены по формулам:

$$B_{0\text{kp}} = B \sqrt{\frac{1}{2} n\mu} ; \quad B_{\text{kp}} = B_0 \sqrt{\frac{2}{n\mu}} ; \quad n\mu_{\text{kp}} = \frac{2B_0^2}{B^2}.$$

При указанных базовых значениях параметров их критические значения следующие:  $B_{\text{kp}}=0,283$ ;  $n\mu_{\text{kp}}=0,080$ ;  $B_{0\text{kp}}=0,0071$ .

Заключение

1. Показано, что рассматриваемая задача допускает точное аналитическое решение (12), которое в явном виде определяет зависимость границы эксплуатационной устойчивости автобалансировки от значений параметров ротора и АБУ.

2. Установлено, что в пространстве параметров МС существует область (13), в пределах которой невозможно обеспечить устойчивость автобалансировки ни при какой частоте вращения ротора.

3. Полученная приближенная формула наглядно отражает влияние параметров ротора и АБУ на границу устойчивости и обладает хорошей точностью.

#### Список литературы:

1. Филимоныхин Г.Б. К устойчивости основного движения двухматричного автобалансира / Г.Б. Филимоныхин // Доклады НАН Украины, Сер.А. – 1996. - № 8. - с.74-78.
2. Філімоныхин Г.Б. Зрівноваження і видрозахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами / Г.Б. Филимоныхин. – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352 с.
3. Горбенко А.Н. Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков / А.Н. Горбенко // Проблемы прочности – 2003. – № 3 (363). – С. 120-129.
4. Горбенко А.Н. Изменение границы устойчивости автобалансировки ротора шарами в процессе эксплуатации / А.Н. Горбенко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – Вып. 8 (55). - С. 156-159.
5. Горбенко А.Н. Основы общего подхода к анализу устойчивости роторных машин с пассивным автобалансиром / А.Н. Горбенко. – Керчь, 2008. - 52с. - Рус. - Деп. в ГНТБ Украины 07.07. 08, №108 – Ук2008.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
7. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера / В.П. Сигорский. – Киев: Техника, 1977. – 768 с.
8. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с.