

А.Л. Григорьев, А.А. Прохоренко, И.В. Рыкова

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И СХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ФОРСУНКИ ДИЗЕЛЯ

На основе анализа упрощенной математической модели ЭГФ проведено исследование по выбору рационального метода и шага численного интегрирования дифференциальных уравнений для решения математических моделей ТА с электромагнитным управлением. Выявлена динамическая устойчивость анализируемого узла.

**Вступление и постановка задачи.** При численном решении жесткой задачи возникают известные трудности, связанные с обеспечением устойчивости и сходимости этого решения [1].

*Стойкость* численного решения системы дифференциальных уравнений при использовании явного метода достигается выбором такого шага интегрирования  $\Delta t$ , при котором каждое из комплексных значений  $\Delta t \lambda_j$  ( $j = 1, 2, \dots, k$ ), где  $\lambda_j$  – частота или постоянная времени для линеаризованной системы, лежало бы внутри соответствующей области устойчивости данного метода интегрирования. Причем, следует иметь в виду, что значение шага может оказаться настолько малым, что провести численное решение на значительном интервале времени интегрирования окажется практически невозможным из-за значительных затрат временных ресурсов.

*Сходимость* решения определяется условием  $|\Delta t \lambda_j| < 0,1$  для низких частот колебательных процессов в системе, отвечающей современному уровню развития вычислительных методов высшей математики.

В этой работе рассматриваются явные методы интегрирования дифференциальных уравнений типа Рунге-Кутты, область устойчивости которых определяется неравенством [2]:

$$\left| 1 + \Delta t \lambda_j + \frac{1}{2} (\Delta t \lambda_j)^2 + \frac{1}{6} (\Delta t \lambda_j)^3 + \frac{1}{24} (\Delta t \lambda_j)^4 \right| \leq 1. (1)$$

При учете первых двух членов полинома (1) получим границу области устойчивости метода Эйлера, трех - Рунге-Кутта 2-го порядка, четырех - Рунге-Кутта 3-го порядка, пяти - Рунге-Кутта 4-го порядка точности.

На рис. 1 приведено построение областей устойчивости перечисленных методов на основе анализа выражения (1). Как видно из рисунка, переход от метода Эйлера к методу Рунге-Кутта 2-го порядка не расширяет область устойчивости для жестких систем, но позволяет применить его для систем с большей колебательностью. Для расширения области устойчивости при расчете жестких систем необходимо переходить к методам Рунге-Кутта 3-го и 4-го порядков.

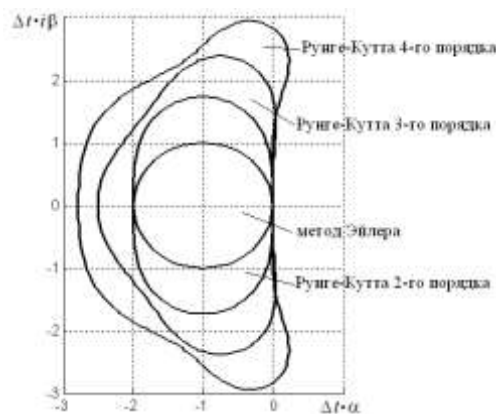


Рис. 1. Области устойчивости численных методов интегрирования дифференциальных уравнений

Для перечисленных методов был проведен анализ на устойчивость и сходимость решения системы дифференциальных уравнений, которые описывают процессы в электрогидравлической форсунке, то есть, в сущности, являются ее математической моделью. По результатам такого анализа можно сделать вывод о приемлемости или неприемлемости того или другого численного метода решения дифференциальных уравнений для расчетов процессов в топливной аппаратуре с электромагнитным управлением.

**Упрощенная математическая модель электрогидравлической форсунки (ЭГФ).** Принимая некоторые упрощения, процессы в пустотах ЭГФ можно описать системой дифференциальных уравнений [3]:

$$\begin{cases} \alpha_{сск} V_{2к} \frac{dp_{2к}}{dt} = -f_m u_1 - \mu f_{ф} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{2к} - p_u)} - f_u \frac{dx}{dt}; \\ \alpha_{сск} V_2' \frac{dp_2'}{dt} = -f_m u_{шт} - \mu f_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_2' - p_1)}; \\ \alpha_{сск} V_1 \frac{dp_1}{dt} = \mu f_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_2' - p_1)} - \mu f_{экв} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_0)} + f_1 \frac{dx_m}{dt} + f_{ш} \frac{dx_{ск}}{dt}; \\ m \frac{d^2 x}{dt^2} = p_{2к} f_u + p_0 (f_1 - f_u) - p_1 f_1 - K_{пр} (x_{пр} + x); \\ m_{ск} \frac{d^2 x_{ск}}{dt^2} = P_{эм} - K_{прв} (x_{прв} + x_{ск}) + K_{прн} (x_{прн} - x_{ск}) + (p_1 - p_0) f_{ш}. \end{cases} (2)$$

Соответствующая расчетная схема ЭГФ представлена на рис. 2.

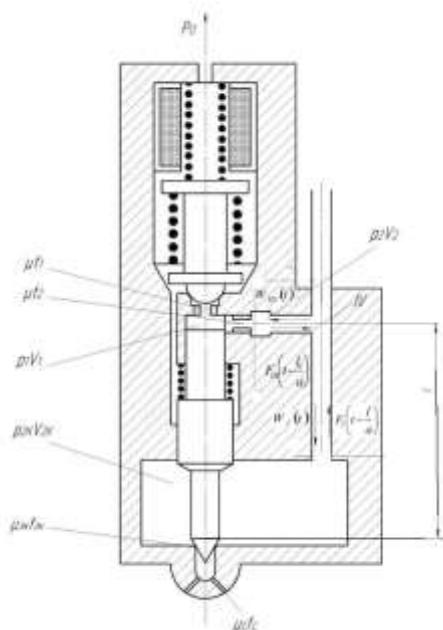


Рис.2. Упрощенная расчетная схема ЭГФ

Решение системы уравнений (2) состоит в определении текущих значений величин:  $p_{2к}$  – давления топлива в полости кармана распылителя;  $p'_2$  – давления топлива в кармане перед полостью камеры управления;  $p_1$  – давления топлива в полости мультипликатора;  $x$  – перемещения иглы форсунки;  $x_{кл}$  – перемещения управляющего клапана. Для этого система уравнений (2) должна быть дополнена уравнениями для определения переменных величин, которые входят в ее уравнения и перечислены ниже.

Скорости потока в сечениях, соответственно, перед карманом распылителя и перед камерой управления:

$$u_1 = \frac{1}{\alpha p} [p_{2к} - p_a + 2W_1], \quad u_{ш} = \frac{1}{\alpha p} [p'_2 - p_a + 2W_{ш}], \quad (3)$$

где  $W_1, W_{ш}$  – отраженная волна давления в сечениях, соответственно, перед карманом распылителя и перед камерой управления.

Эффективное проходное сечение в распылителе:

$$\mu f_{\phi} = \frac{\mu f_{зк} \cdot \mu f_p}{\sqrt{(\mu f_{зк})^2 + (\mu f_p)^2}}. \quad (4)$$

Эффективное проходное сечение в запирающем конусе:

$$\mu f_{зк} = \mu_{зк} \pi \left( d_{ко} + \frac{x \sin \alpha_u}{2} \right) x \sin \frac{\alpha_u}{2}. \quad (5)$$

Эквивалентное эффективное проходное сечение в управляющем клапане:

$$\mu f_{экр} = \frac{\mu f_0 \cdot \mu f_{клев} \cdot \mu f_{клин}}{\sqrt{(\mu f_0 \cdot \mu f_{клев})^2 + (\mu f_{клин} \cdot \mu f_0)^2 + (\mu f_{клев} \cdot \mu f_{клин})^2}}, \quad (6)$$

где  $\mu f_{клев}$  и  $\mu f_{клин}$  – соответственно, эффективное проходное сечение верхнего и нижнего отверстий выходного жиклера. Их значения определяются по формулам, соответственно:

$$\mu f_{клев} = \mu_{клев} \frac{1}{2} \pi x_{кл} \sin \gamma \left( d_{ш} + x_{кл} \sin \frac{\gamma}{2} \right), \quad (7)$$

$$\mu f_{клин} = \mu_{клин} \pi d_{он} (x_{ум} - x_m). \quad (8)$$

Перемещение торца мультипликатора запирающего с учетом его упругой деформации:

$$x_m = x - \frac{l}{E} p_1. \quad (9)$$

Тогда очевидно, что линейная скорость торца описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx_m}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{l}{E} \frac{dp_1}{dt}. \quad (10)$$

Текущий объем камеры управления:

$$V_1 = V_{10} - f_1 x_m + f_{ш} x_{кл}. \quad (11)$$

Площадь шарика клапана, которая воспринимает давление в камере управления:

$$f_{ш} = \frac{\pi d_{ш}^2}{4} \cos^2 \frac{\gamma}{2}. \quad (12)$$

Скорость звука в топливе:

$$a = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{сж} \rho}}. \quad (13)$$

**Линеаризация уравнений математической модели ЭГФ.** После линеаризации системы (2) с учетом выражений (3)-(13) получим систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \alpha_{сж} V_{2к} \frac{d\Delta p_{2к}}{dt} = - \left( \frac{f_m}{\alpha p} + q_1 \right) \Delta p_{2к} - f_u C - h_{\phi} \Delta x; \\ \alpha_{сж} V'_2 \frac{d\Delta p'_2}{dt} = - \left( \frac{f_m}{\alpha p} + q_2 \right) \Delta p'_2 + q_2 \Delta p_1; \\ \left( \alpha_{сж} V_1 + \frac{l}{E} \right) \frac{d\Delta p_1}{dt} = q_2 \Delta p'_2 - (q_2 + q_3 + v'_{кл}) \Delta p_1 + f_1 C - f_{ш} C_{кл} - h'_{кл} \Delta x - h_{кл} \Delta x_{кл}; \\ m \frac{dC}{dt} = f_u \Delta p_{2к} - f_1 \Delta p_1 - K_{np} \Delta x; \quad m_{кл} \frac{dC_{кл}}{dt} = f_{ш} \Delta p_1 - (K_{npв} + K_{npн}) \Delta x_{кл}; \\ \frac{d\Delta x}{dt} = C; \quad \frac{d\Delta x_{кл}}{dt} = C_{кл}. \end{cases} \quad (14)$$

В системе уравнений (14) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} q_1 &= \mu f_\phi \sqrt{\frac{1}{2\rho(p_{2к} - p_u)}}; & q_2 &= \mu f_2 \sqrt{\frac{1}{2\rho(p'_2 - p_1)}}; \\ q_3 &= \mu f_{э\kappa\beta} \sqrt{\frac{1}{2\rho(p_1 - p_0)}}; & h_\phi &= \frac{\partial \mu f_\phi}{\partial x} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{2к} - p_u)}; \\ h_{кл} &= \frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial x_{кл}} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_0)}; & h'_{кл} &= \frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial x} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_0)}; & v'_{кл} &= \frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial p_1} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_0)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для определения величин введенных обозначений необходимо вычислить некоторые частные производные:  $\partial \mu f_\phi / \partial x$ ,  $\partial \mu f_{э\kappa\beta} / \partial x_{кл}$ ,  $\partial \mu f_{э\kappa\beta} / \partial x$  и  $\partial \mu f_{э\kappa\beta} / \partial p_1$ . Для этого воспользуемся выражениями (4)-(9), про дифференцировав их по соответствующим переменным.

Очевидно, что

$$\frac{\partial \mu f_\phi}{\partial x} = \frac{\partial \mu f_\phi}{\partial \mu f_{э\kappa}} \cdot \frac{\partial \mu f_{э\kappa}}{\partial x}, \quad (16)$$

где величину  $\partial \mu f_\phi / \partial \mu f_{э\kappa}$  можно определить из выражения (4):

$$\frac{\partial \mu f_\phi}{\partial \mu f_{э\kappa}} = \left( \frac{\mu f_p}{\sqrt{(\mu f_{э\kappa})^2 + (\mu f_p)^2}} \right)^3, \quad (17)$$

а величину  $\partial \mu f_{э\kappa} / \partial x$  из выражения (5):

$$\frac{\partial \mu f_{э\kappa}}{\partial x} = \mu_{э\kappa} \pi (d_{ко} + x \sin \alpha_u) \sin \frac{\alpha_u}{2}. \quad (18)$$

Аналогичный подход применим при нахождении других частных производных.

$$\frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial x_{кл}} = \frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial \mu f_{к\lambda\beta}} \cdot \frac{\partial \mu f_{к\lambda\beta}}{\partial x_{кл}}, \quad (19)$$

где из выражения (4):

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{f_m}{a\rho} - q_1 & 0 & 0 & -f_u & 0 & -h_\phi & 0 \\ 0 & -\frac{f_m}{a\rho} - q_2 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & -q_2 - q_3 - v'_{кл} & f_1 & -f_u & -h'_{кл} & -h_{кл} \\ f_u & 0 & -f_1 & 0 & 0 & -K_{пр} & 0 \\ 0 & 0 & f_u & 0 & 0 & 0 & -K_{прв} - K_{прн} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

которую следует дополнить диагональной матрицей коэффициентов перед производными:

$$D = \text{diag} \left( (\alpha_{сж} V_{2к}), (\alpha_{сж} V'_2), \left( \alpha_{сж} V_1 + \frac{l}{E} \right), m, m_{кл}, 1, 1 \right).$$

Тогда собственные числа матрицы  $B = D^{-1} \cdot A$ , которые имеют вид  $\lambda_j = \alpha + i\beta$ , где  $\alpha$  -

$$\frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial \mu f_{к\lambda\beta}} = \left( \frac{\mu f_0 \cdot \mu f_{к\lambda\beta}}{\sqrt{(\mu f_0 \cdot \mu f_{к\lambda\beta})^2 + (\mu f_{к\lambda\beta} \cdot \mu f_0)^2 + (\mu f_{к\lambda\beta} \cdot \mu f_{к\lambda\beta})^2}} \right)^3, \quad (20)$$

а из выражения (7):

$$\frac{\partial \mu f_{к\lambda\beta}}{\partial x_{кл}} = \mu_{к\lambda\beta} \pi \sin \gamma \left( \frac{d_u}{2} + x_{кл} \sin \frac{\gamma}{2} \right). \quad (21)$$

$$\frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial x} = \frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial \mu f_{к\lambda\beta}} \cdot \frac{\partial \mu f_{к\lambda\beta}}{\partial x}, \quad (22)$$

где из выражения (6):

$$\frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial \mu f_{к\lambda\beta}} = \left( \frac{\mu f_0 \cdot \mu f_{к\lambda\beta}}{\sqrt{(\mu f_0 \cdot \mu f_{к\lambda\beta})^2 + (\mu f_{к\lambda\beta} \cdot \mu f_0)^2 + (\mu f_{к\lambda\beta} \cdot \mu f_{к\lambda\beta})^2}} \right)^3, \quad (23)$$

а из выражений (8) и (9):

$$\frac{\partial \mu f_{к\lambda\beta}}{\partial x} = -\mu_{к\lambda\beta} \pi d_{он}. \quad (24)$$

$$\frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial p_1} = \frac{\partial \mu f_{э\kappa\beta}}{\partial \mu f_{к\lambda\beta}} \cdot \frac{\partial \mu f_{к\lambda\beta}}{\partial p_1}, \quad (25)$$

где из выражений (8) и (9):

$$\frac{\partial \mu f_{к\lambda\beta}}{\partial p_1} = \mu_{к\lambda\beta} \pi d_{он} \frac{l}{E}. \quad (26)$$

С учетом приведенных выше преобразований, система уравнений (14) имеет такую матрицу коэффициентов перед неизвестными:

действительная, а  $i\beta$  - воображаемая части, являются корнями характеристического уравнения системы (14). Естественно, для приведенной системы 7-го порядка таких корней будет семь.

Кроме того, следует отметить, что приведенная матрица  $A$  обладает особым видом симметрии, которая в [4] названа симметрией механических

систем.

**Результаты численного исследования.** Исследуем корни характеристического уравнения системы (собственные значения матрицы  $B$ ) в процессе моделирования рабочего процесса в ЭГФ. Для этого в математическую модель, описанную в работе [3], в виде отдельного блока включена методика нахождения собственных значений матрицы  $B = D^{-1} \cdot A$ , которая является стандартной функцией математического пакета MATLAB. Собственные значения определялись на каждом шаге в процессе численного интегрирования основной математической модели ЭГФ. Расчет выполнен для ЭГФ быстрого малолитражного дизеля, конструктивные параметры которого описаны в работе [5]. Для решения была применена неявная схема Адамса [6], общепринятая к использованию при расчетах гидромеханических узлов дизельной топливной аппаратуры [1]. Результат изложенного расчетного эксперимента, в котором использован малый шаг по времени  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-6}$  с, представлен на рис. 3.

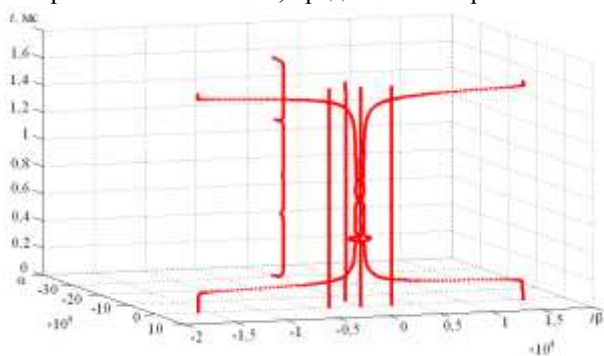


Рис. 3. Корни характеристического уравнения системы (14)

На рис. 3 приведены полученные значения корней характеристического уравнения системы (14) по текущему времени процесса. Анализ результатов показывает, что система является жесткой, поскольку модуль действительной части одной из постоянных времени  $\lambda_j$  на 1...2 порядка больше, чем в других. Причем, как выяснилось, эта, наиболее отдаленная от начала координат постоянная времени, определяется аperiодическим процессом, который имеет место в кармане перед камерой управления, обозначенной на схеме  $V'_2$  (см. рис. 2).

Исходя из полученного результата и воспользовавшись вторым уравнением системы (14), можно определить необходимый шаг интегрирования аналитически следующим способом. Действительная часть комплексного корня  $\alpha_2$  этой системы приблизительно составляет величину:

$$\alpha_2 \approx -\frac{f_m}{ar\alpha_{сж}V'_2}, \quad (27)$$

а с учетом уравнения (13):

$$\alpha_2 \approx -\frac{f_m}{V'_2 \sqrt{\rho\alpha_{сж}2}}. \quad (28)$$

Тогда, для достижения устойчивости решения необходимо выполнение условия:

$$|\Delta t \cdot \alpha_2| < 2, \quad (29)$$

откуда:

$$\Delta t < \frac{2}{|\alpha_2|}, \quad (30)$$

или при подстановке уравнения (28) в (30):

$$\Delta t < \frac{2V'_2 \sqrt{\rho\alpha_{сж}}}{f_m}. \quad (31)$$

Для исследуемой системы ЭГФ, в которой  $V'_2 = 20 \text{ мм}^3$ ,  $f_m = 3, 14 \text{ мм}^2$ ,  $\rho = 840 \text{ кг/м}^3$ ,  $\alpha_{сж} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Па}$  при давлении в аккумуляторе  $p_a = 140 \text{ МПа}$ , значение граничного шага составит:

$$\Delta t < \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-9} \sqrt{840 \cdot 4 \cdot 10^{-10}}}{3,14 \cdot 10^{-6}} \approx 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Таким образом, можно сделать вывод, что выбор шага интегрирования для достижения устойчивости решения определяется конструктивными параметрами системы, что проиллюстрировано на рис. 4 при  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$  с. Как видно из рисунка, все полученные корни характеристического уравнения системы (14) на всех расчетных шагах попадают в область устойчивости метода Рунге-Кутты 2-го порядка.

При этом сходимость решения также будет достигнута, поскольку, как видно из рис. 4, при выбранном шаге интегрирования комплексные значения низких частот системы удовлетворяют условию  $|\Delta t \cdot \lambda_j| < 0,1$ .

Таким образом, выбранный метод интегрирования является достаточным для численного решения математических моделей гидродинамических узлов топливной аппаратуры с электромагнитным управлением.

Из анализа данных, приведенных на рис. 4, вытекает еще один самый важный вывод, который можно назвать «побочным результатом» исследования. А именно – для всех корней характеристического уравнения  $\lambda_j$  выполняется условие:  $\text{Re } \lambda_j < 0$ , что свидетельствует об устойчивости анализируемой гидромеханической системы. Это, в свою очередь, дает возможность использовать конструкцию форсунки без жесткого верхнего упора ее иглы.

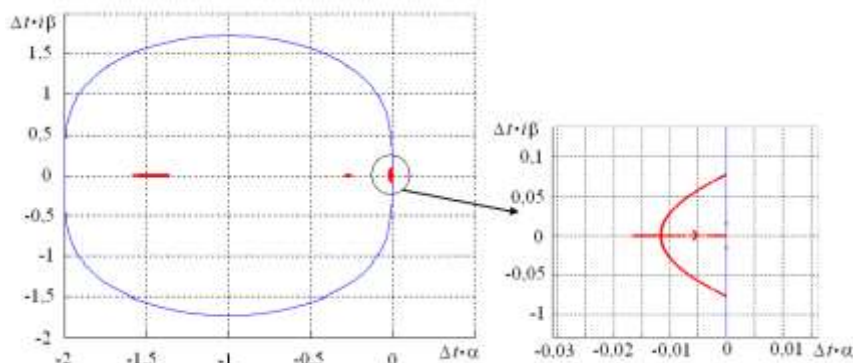


Рис. 4. Корни характеристического уравнения системы (14) в области устойчивости метода Рунге-Кутты 2-го порядка при шаге  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$  с

Полученные результаты исследований учитывались при программной реализации математических моделей топливной аппаратуры дизеля с электромагнитным управлением, описанных в роботах [3, 7, 8]. После перехода к явной схеме интегрирования результат гидродинамического расчета практически не изменился, а трудоемкость сократилась на порядок.

#### Выводы

1. Достаточную устойчивость и сходимость численного решения дифференциальных уравнений математической модели ЭГФ можно получить при применении метода интегрирования Рунге-Кутты 2-го порядка. При этом шаг интегрирования следует определять, исходя из конструктивных параметров системы.

2. Анализ линеаризованной математической модели электрогидравлической форсунки показал, что ее динамические процессы отличаются устойчивостью. Это качество определяет конструктивную возможность использования электрогидравлических форсунок без жесткого ограничителя подъема иглы.

#### Список литературы:

1. Григорьев А.Л. Выбор метода интегрирования уравнений гидромеханического узла дизельной топливной аппаратуры / А.Л. Григорьев // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – 2001. – №2. – С. 73-87. 2. Григорьев А.Л. Динамический анализ гидромеханических узлов дизельной топливной аппаратуры / А.Л. Григорьев // Вісник Харківського державного політехнічного університету. – 2000. – Вип. 124. – С.27-39. 3. Марченко А.П. Математическое моделирование процессов в электрогидравлической форсунке системы CR в среде MATLAB/Simulink / А.П. Марченко, А.А. Прохоренко, Д.В. Мешков // Двигатели внутреннего сгорания. – №1. – 2006. С. 101-104. 4. Геворкян Ю.Л. Скалярный и векторный анализ для классического инженерного образования / Ю.Л. Геворкян, А.Л. Григорьев – Х., 2009. – Т.1. – 650 с. 5. Врублевский А.Н. Научные ос-

новы создания аккумуляторной топливной системы для быстроходного дизеля: монография / А.Н. Врублевский. – Х.: ХНАДУ, 2010. – 216 с. 6. Дьяконов В. П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 в математике и моделировании. Серия «Библиотека профессионала» / В. П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 576 с. 7. Прохоренко А.А. Сравнительный анализ методов решения телеграфного уравнения при моделировании процесса впрыскивания топлива аккумуляторной системой CR / А.А. Прохоренко, И.Д. Васильченко, Д.В. Мешков // Двигатели внутреннего сгорания. – 2008. – №1 – С. 21-29. 8. Прохоренко А.А. Насос-форсунка с электромагнитным клапаном для судового дизель-генератора 6ЧН 26/34 / А.А. Прохоренко, В.В. Матвеев, А.Т. Тихоненко // II Університетська науково-практична студентська конференція магістрантів Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» (25-27 березня 2008 року): тези доповідей: у 3-х томах. Х., 2008. – Т.1 – С.134-136.

#### Bibliography (transliterated):

1. Grigor'ev A.L. Vybora metoda integrirovaniya uravnenij gidromehaničeskogo uzla dizel'noj toplivnoj apparatury / A.L. Grigor'ev // Vestnik Nacional'nogo tehničeskogo univer-siteta «HP». – 2001. – №2. – S. 73-87. 2. Grigor'ev A.L. Dinamičeskij analiz gidromehaničeskikh uzlov dizel'noj top-livnoj apparatury / A.L. Grigor'ev // Visnik Harkivs'kogo deržavnogo politehničeskogo universitetu. – 2000. – Vip. 124. – S.27-39. 3. Marchenko A.P. Matematičeskoe modelirovanie processov v jelektrogidravličeskoj forsунке sistemy CR v srede MATLAB/Simulink / A.P. Marchenko, A.A. Prohorenko, D.V. Meshkov // Dvigateli vnutrennego sgoranija. – №1. – 2006. S. 101-104. 4. Gevorkjan Ju.L. Skal'jarnyj i vektornyj analiz dlja klassičeskogo inženernogo obrazovanija / Ju.L. Gevorkjan, A.L. Grigor'ev – H., 2009. – Т.1. – 650 s. 5. Vrublevskij A.N. Nauchnye osnovy sozdanija akumuljatornoj toplivnoj sistemy dlja by-strohodnogo dizel'ja: monografija / A.N.Vrublevskij. – H.: HNA-DU, 2010.– 216 s. 6. D'jakonov V. P. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 v matematike i modelirovanii. Cerija «Biblioteka professionala» / V. P. D'jakonov. – M.: SOLON–Press, 2005. – 576 s. 7. Prohorenko A.A. Sravnitel'nyj analiz metodov reshenija telegrafnogo uravnenija pri modelirovanii processa vpryski-vanija topliva akumuljatornoj sistemoj CR / A.A. Prohorenko, I.D. Vasil'chenko, D.V. Meshkov // Dvigateli vnutrennego sgo-ranija. – 2008. – №1 – S. 21-29. 8. Prohorenko A.A. Nasos-forsunka s jelektromagnitnym klapanom dlja sudovogo dizel'-generatora 6ChN 26/34 / A.A. Prohorenko, V.V. Matveenko, A.T. Tihonenko // II Universitets'ka nauko-vo-praktična student's'ka konferencija magistrantiv Nacional'nogo tehničeskogo uni-versitetu «Harkivs'kij politehničnij institut» (25-27 bere-znja 2008 roku): tezi dopovidej: u 3-h tomah. H., 2008. – Т.1 – S.134-136.

Поступила в редакцию 18.04.2013

**Григорьев Александр Львович** – доктор техн. наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт».

**Прохоренко Андрей Алексеевич** – доктор техн. наук, старший научный сотрудник кафедры двигателей внутреннего сгорания, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», prokhorenko@kpi.kharkov.ua.

**Рыкова Инна Витальевна** – канд. техн. наук, старший научный сотрудник кафедры двигателей внутреннего сгорания, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», rykova@kpi.kharkov.ua.

### АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ Й ЗБІЖНОСТІ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ ІНТЕГРУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНОЇ ФОРСУНКИ ДИЗЕЛЯ

*О.Л. Григор'єв, А.О. Прохоренко, І.В. Рыкова*

На основі аналізу спрощеної математичної моделі ЕГФ проведено дослідження з вибору раціонального методу та кроку чисельного інтегрування диференціальних рівнянь для рішення математичних моделей ТА з електромагнітним керуванням. Виявлено динамічну стійкість аналізованого вузла.

### ANALYSIS OF THE STABILITY AND CONVERGENCE OF NUMERICAL METHODS FOR THE INTEGRATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF ELECTRO-HYDRAULIC DIESEL INJECTORS

*A.L. Grigoriev, A.A. Prokhorenko, I.V. Rykova*

Based on the analysis of a simplified mathematical model of EHD the study on the rational choice of the method and the step of numerical integration of differential equations for the solution of mathematical models of fuel delivery system with electromagnetic control was made. The dynamic stability of the analyzed unit was disclosed.

УДК 621.436.052

*С.А. Алёхин, В.П. Герасименко, В.А. Опалев*

### СОГЛАСОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБОНАДУВА И ДВУХТАКТНОГО ТРАНСПОРТНОГО ДИЗЕЛЯ

*Рассмотрены основные проблемы согласования характеристик турбонадувочных агрегатов и двухтактных транспортных дизелей с разным числом цилиндров. Исследовано влияние ярусности рабочего колеса, степени диффузорности безлопаточного диффузора, окружной скорости колеса и других геометрических параметров на напорную характеристику центробежного компрессора и совместную работу компрессора с поршневым двигателем. Определены эффективные мероприятия по оптимальному согласованию механического турбонадува с транспортным дизелем. Предложены рекомендации по ускорению модернизации транспортных дизелей с разным числом цилиндров за счёт расширения характеристик высоконапорных турбонадувочных агрегатов.*

#### **Введение**

Совместное совершенствование газоздушного тракта и турбонадувочных агрегатов (ТНА) транспортных дизелей - одно из важных направлений их развития [1, 2]. Благодаря высоким степеням повышения давления центробежных компрессоров (ЦБК) турбонадува ( $\pi_k^* = 4,0..4,5$ ) достигнут значительный прогресс в удельных параметрах двигателей: удельном расходе топлива, литровой мощности, удельной массе и др. [3, 4]. При столь высоких параметрах ТНА важная роль отводится согласованию его характеристик и дизеля.

#### **Формулировка проблемы**

Отличительной особенностью условий работы механического турбонадува в системе транспортного дизеля является сочетание нестационарного процесса течения в газоздушном тракте, обусловленного циклическим движением поршней, с переменными режимами работы двигателя при пе-

ремещении транспортного средства по пересечённой местности. Эти условия влияют на совместную работу ТНА с поршневым двигателем (ПД), что необходимо учитывать при создании турбопоршневого дизеля с приводным турбокомпрессором путём согласования их характеристик [1, 5]. Периодическое изменение гидравлической характеристики двухтактного двигателя, вызываемое движением поршней и колебаниями давления в выпускной системе, смещают работу турбокомпрессора по линии акустического импеданса [6], что в итоге способствует развитию срывных процессов в компрессоре и его неустойчивости.

**Целью** данного исследования является согласование характеристик турбонадувочного агрегата и поршневой части двухтактного дизеля с разным числом цилиндров с учетом условий эксплуатации транспортного средства. Эффективное согласование обычно обеспечивают доводочными испытани-