

А.Г. Мамалис, д-р техн. наук, Афины, Греция;  
 С.Н. Лавриненко, канд. техн. наук, Харьков, Украина ;  
 Е.Е. Запорожченко, канд. физ.-мат наук, Днепропетровск, Украина  
 М.С. Дунаичук, канд. физ.-мат наук, Днепропетровск, Украина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИНЫ КОНТАКТА РЕЖУЩИХ КРОМОК ЛЕЗВИЙНОГО ИНСТРУМЕНТА С ОБРАБАТЫВАЕМЫМ МАТЕРИАЛОМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВЕЛИЧИНЫ ПОДАЧИ И ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ

*Збільшення довжини контакту крайок леза інструмента з оброблюваним матеріалом при зміні геометрії його ріжучої частини і зміна параметрів режиму різання істотно впливають на ріст деформаційних навантажень і величину сили тертя, а також на збільшення рівня виникаючих температур у різних точках зони контакту. Данна стаття присвячена моделюванню довжини контакту крайок гостроверхого та радіусного інструмента з оброблюваним матеріалом у залежності від величини подачі і глибини різання.*

*The contact length increase of cutting tool edges with a processed material at change of its cutting part geometry and parameters of cutting essentially influence growth of deformation loadings and size of friction force, and also on increase in a level of arising temperatures accompanying these phenomenon in various points of a contact zone. This article is devoted to modelling of contact length of cutting edges for single-point and radius tools with a cut material depending on feed value and cutting depth.*

Увеличение длины контакта режущих кромок лезвийного инструмента с обрабатываемым материалом при изменении геометрии его режущей части и изменение таких параметров режима резания, как подача и глубина существенно влияют на рост деформационных нагрузок и величину силы трения, а также на сопровождающее эти явления увеличение уровня возникающих температур в различных точках зоны контакта. Рост уровня температуры, возникающей в процессе резания термопластичных полимеров, выше допустимых значений приводит к преждевременному образованию трещин серебра в поверхностном слое обработанных изделий, ухудшая эксплуатационные характеристики и, соответственно, сокращая срок их службы.

Принципиально можно рассматривать две схемы формообразования профиля обработанной поверхности в зависимости от проекции режущих кромок инструмента на основную плоскость. Первая схема (см. рис. 1) предполагает отсутствие радиуса при вершине резца (или, вернее, пренебрежение его величиной в реальной размерной шкале), т.е. это схема так называемого островершинного резания. Вторая схема предполагает наличие радиуса различной величины при вершине резца (рис. 2).

Так как следы главной режущей кромки резца в основной плоскости параллельны, то согласно схеме, представленной на рис. 1, угол  $B_1CB_0$  равен углу  $AB_1C$ , как это внутренние накрест лежащие углы, т.е.:

$$\angle B_1CE_0 = \angle AB_1C = 120^\circ.$$

Таким образом, из прямоугольного треугольника  $\Delta DB_1A$  имеем:

$$\sin \angle DB_1A = \sin 45^\circ = \frac{AD}{AB_1} = \frac{t}{l_1}. \quad (1)$$

Отсюда длина контакта главной режущей кромки с обрабатываемым материалом:

$$l_1 = \frac{t}{\sin 45^\circ} = \frac{t}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2t}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot t \quad (2)$$

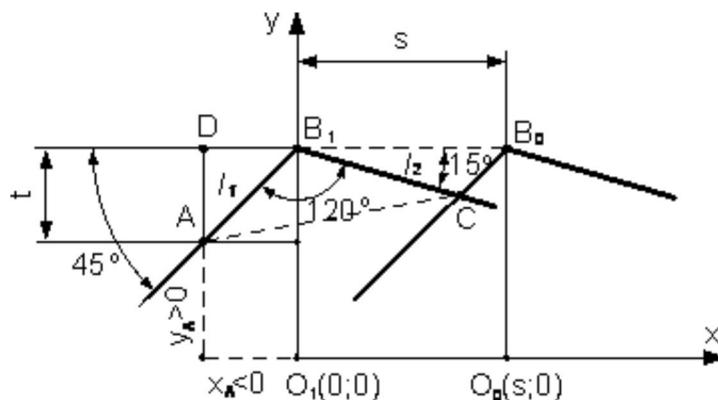


Рис. 1 – Схема контакта режущих кромок островершинного лезвия режущего инструмента с обрабатываемым материалом

Из треугольника  $\Delta B_1B_0C$  по теореме синусов имеем соотношение:

$$\frac{B_1B_0}{\sin 120^\circ} = \frac{B_1C}{\sin 45^\circ}. \quad (3)$$

Подставив  $B_1B_0 = s$  и  $B_1C = l_1$ , получаем:

$$\frac{\frac{s}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{\frac{l_1}{\sqrt{2}}}{2} . \quad (4)$$

Таким образом, длина контакта вспомогательной режущей кромки с обрабатываемым материалом будет равна:

$$l_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot s}{\sqrt{3}} . \quad (5)$$

Суммарная длина контакта режущей кромки будет равна:

$$l_1 + l_2 = \sqrt{2} \cdot t + \frac{\sqrt{2} \cdot s}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} \cdot t + s)}{\sqrt{3}} \approx 0,82(1,7 \cdot t + s) . \quad (6)$$

Если принять ширину контакта кромки задней поверхности инструмента с обрабатываемым материалом как величину  $h$ , то площадь контакта режущей кромки  $S_{p,k}$  будет равна:

$$S_{p,k} \approx 0,82(1,7 \cdot t + s)h . \quad (7)$$

В случае радиусной формы участка главной режущей кромки величина ее длины будет равна произведению величины радиуса при вершине резца  $r$  на угол  $AO_1C$ , который стягивает дуга окружности  $AC$ , как видно из расчетной схемы (рис. 2):

$$s_1 + s_2 = r \cdot \angle A O_1 C = r \cdot \Psi . \quad (8)$$

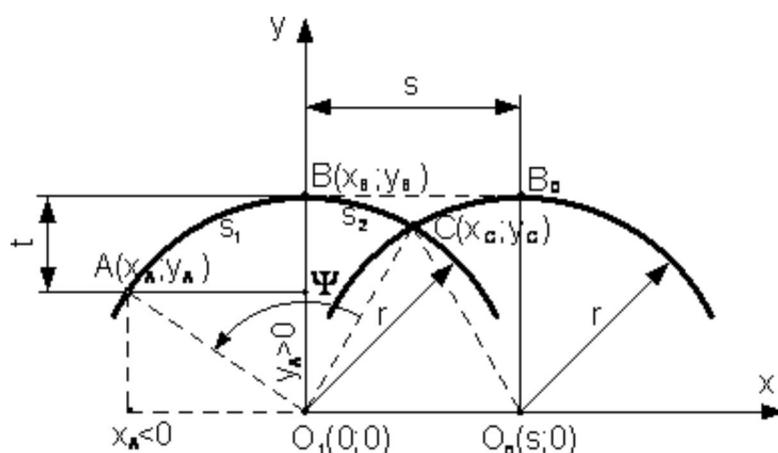


Рис. 2 – Схема контакта радиусной режущей кромки инструмента с обрабатываемым материалом

Тангенс угла между двумя прямыми, проходящими через отрезки  $O_1C$  и  $O_1A$  (угол поворота против часовой стрелки):

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{K_{\alpha 4} - K_{\alpha 1}}{1 + K_1 K_{\alpha 1}} = \frac{K_{\alpha 4} - K_{\alpha c}}{1 + K_{\alpha 4} \cdot K_{\alpha c}} , \quad (9)$$

где:  $K_{\alpha 1}, K_{\alpha c}$  - угловые коэффициенты соответствующих прямых.

Привяжем расчетную схему к прямоугольной системе координат  $xOy$  и найдем величину отрезков  $K_{\alpha 1}, K_{\alpha c}$ .

$$K_{\alpha c} = \frac{y_c - y_{\alpha 1}}{x_c - x_{\alpha 1}} = \frac{y_c}{x_c} , \quad (10)$$

где:  $x_c, y_c$  - координаты точки  $C$  в выбранной системе координат;

$x_{\alpha 1}, y_{\alpha 1}$  - координаты точки  $O_1$ , при этом  $x_{\alpha 1} = y_{\alpha 1} = 0$

Находим координаты точки  $C(x_C; y_C)$ , как точки пересечения двух дуг окружностей радиусом  $r$  с центрами в точках  $O_1(0;0)$  и  $O_2(s;0)$ , где  $s$  - величина подачи. Для этого решим систему, составленную из уравнений данных окружностей:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ (x-s)^2 + y^2 = r^2 \end{cases} \quad (11)$$

Преобразовав второе уравнение системы и вычитая из первого уравнения второе, получаем:

$$\begin{aligned} & - \begin{cases} x_c^2 + y_c^2 = r^2 \\ x_c^2 - 2x_c s + s^2 + y_c^2 = r^2 \end{cases} \\ & \hline 2x_c s - s^2 = 0 \end{aligned} , \quad (12)$$

откуда получаем выражения для координат  $x_c$  и  $y_c$ :

$$x_c = \frac{s^2}{2s} = \frac{s}{2}; \quad y_c = \sqrt{r^2 - x^2} = \sqrt{r^2 - \frac{s^2}{4}} = \sqrt{\frac{4r^2 - s^2}{4}} = \frac{\sqrt{4r^2 - s^2}}{2}.$$

Таким образом координаты точки  $C$ :

$$C\left(\frac{s}{2}, \frac{\sqrt{4r^2 - s^2}}{2}\right), \quad (13)$$

а угловой коэффициент  $K_{Q,C}$  получаем по формуле (10)

$$K_{Q,C} = \frac{\sqrt{r^2 - s^2}/2}{s/2} = \frac{\sqrt{r^2 - s^2}}{s}. \quad (14)$$

Для нахождения углового коэффициента отрезка прямой  $O_1A$  используем формулу, аналогичную формуле (10):

$$K_{Q,A} = \frac{y_A - y_Q}{x_A - x_Q} = \frac{y_A}{x_A}, \quad (15)$$

где:  $x_A, y_A$  - координаты точки  $A$  в выбранной системе координат;

$x_Q, y_Q$  - координаты точки  $O_1$ , при этом  $x_Q = y_Q = 0$

Из расчетной схемы (см. рис. 2) видно, что:

$$y_A = r - t, \quad (16)$$

где:  $r$  - радиус при вершине резца;

$t$  - глубина резания.

Так как  $x_A < 0$ , то:

$$x_A = -\sqrt{r^2 - y^2} = -\sqrt{r^2 - (r-t)^2} = \sqrt{r^2 - r^2 + 2rt - t^2} = \sqrt{2rt - t^2}. \quad (17)$$

Тогда по формуле (15) находим угловой коэффициент  $K_{Q,A}$ :

$$K_{Q,A} = \frac{r - t}{-\sqrt{2rt - t^2}} = \frac{t - r}{\sqrt{2rt - t^2}}. \quad (18)$$

Возвращаясь к формуле (9) находим тангенс угла контакта радиусной кромки инструмента:

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{K_{Q,A} - K_{Q,C}}{1 + K_{Q,A} \cdot K_{Q,C}} = \frac{\frac{t - r}{\sqrt{2rt - t^2}} - \frac{\sqrt{4r^2 - s^2}}{s}}{1 + \frac{(t - r) \cdot \sqrt{4r^2 - s^2}}{s \cdot \sqrt{2rt - t^2}}} = \frac{s(t - r) - \sqrt{2rt - t^2} \cdot \sqrt{4r^2 - s^2}}{s\sqrt{2rt - t^2} + (t - r)\sqrt{4r^2 - s^2}},$$

т.е.:

$$\Psi = \alpha \operatorname{ctg} \left( \frac{s(t - r) - \sqrt{2rt - t^2} \cdot \sqrt{4r^2 - s^2}}{s\sqrt{2rt - t^2} + (t - r)\sqrt{4r^2 - s^2}} \right). \quad (19)$$

Известно, что при малых значениях угла имеет место приближенное равенство:

$$\Psi \approx \operatorname{tg} \Psi - \delta, \text{ где } \delta \rightarrow 0+, \quad (20)$$

т.е.  $\Psi \approx \operatorname{tg} \Psi$  и, следовательно, угол контакта будет приближенно равен:

$$\Psi \approx \frac{s(t - r) - \sqrt{2rt - t^2} \cdot \sqrt{4r^2 - s^2}}{s\sqrt{2rt - t^2} + (t - r)\sqrt{4r^2 - s^2}}. \quad (21)$$

Тогда длина контакта радиусной режущей кромки с обрабатываемым материалом будет выражена следующей зависимостью:

$$s_1 + s_2 \approx r \cdot \frac{s(t - r) - \sqrt{2rt - t^2} \cdot \sqrt{4r^2 - s^2}}{s\sqrt{2rt - t^2} + (t - r)\sqrt{4r^2 - s^2}}. \quad (22)$$

Таким образом, созданы геометрические модели длины контакта режущих кромок островершинного и радиусного лезвийного инструмента с обрабатываемым материалом в зависимости от величины подачи и глубины резания, что позволит численно оценить степень влияния изменения геометрии режущей части и параметров режима резания на изменение площади контакта и, следовательно, оценить возможное изменение деформационных нагрузок, величины силы трения и уровня возникающих в зоне резания температур. Направлением дальнейших исследований является численное моделирование реальных процессов лезвийной обработки функциональных поверхностей изделий из различных материалов.