

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОГО КВАДРУПОЛЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА СТАТИЧЕСКИМ КОНТУРНЫМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ

Ивлева Л.Ф., Пелевин Д.Е.

Отделение магнетизма института электродинамики Национальной академии науки Украины
61106, г. Харьков-106, ул. Индустриальная, 19. тел.(0572)99-21-62, E-mail: inl900@online.kharkov.ua

Розраховані параметри статичного контурного первинного вимірювального перетворювача, який дозволяє вимірювати тессерельні компоненти квадрупольного магнітного моменту технічного об'єкту.

Расчитаны параметры статического контурного первичного измерительного преобразователя, позволяющего измерять тессерельные компоненты квадрупольного магнитного момента технического объекта.

Развитие науки и техники требует усовершенствования устройств для измерения параметров магнитного поля. Магнитное поле технического объекта можно представить, используя теорию геомагнетизма Гаусса [1] в виде потенциального ряда, коэффициенты которого представляют собой магнитные мультиполи: диполь, квадруполь, октуполь и т.д.

Особенностью этих мультиполей является то, что распределение их магнитного поля вокруг технического объекта носит гармонический характер, а спадание поля при удалении возрастает с увеличением порядкового номера мультиполя n , что позволяет для определения магнитных моментов отдельных мультиполей применить метод спектрального гармонического анализа с его высокой информативностью.

Анализ распределения потенциала на единичной сфере [2] показывает, что измерения коэффициентов ряда могут быть выполнены как "точечными" датчиками [3], расположенными в соответствующих точках окружающей ТО сферы, так и контурными катушками [4], охватывающими соответствующие участки ее поверхности.

Количество и координаты расположения датчиков или параметры контурных катушек определяются при решении уравнения распределения напряженности поля или потенциала по заданной координатной поверхности (сфера, цилиндр, куб) и уравнений, ограничивающих восприимчивость первичного измерительного преобразователя (ПИП) к промышленным помехам, а также низшим и высшим относительно измеряемой гармоникам, которые составляют погрешность селективного измерения гармоник [5].

Контурный ПИП предпочтительнее в случаях, когда решающее значение имеет уровень погрешности измерений, так как у контурных систем методическая погрешность от высших гармоник ниже за счет большего полезного объема - объема с заданной погрешностью измерения [5].

Для измерения магнитных характеристик электрооборудования, связанного кабелем с питающей сетью, удобнее использовать статический (неподвижный относительно испытываемого технического объекта) ПИП, т.к. в этом случае можно выделить магнитное поле питающего кабеля и отстроиться от него.

Такой ПИП, селекционирующий дипольные ($n = 1$) составляющие спектра пространственных гармоник

источника магнитного поля, разработан и реализован в Отделении магнетизма института электродинамики НАН Украины [6].

В ряде случаев для компенсации магнитного поля крупного электрооборудования на него устанавливают компенсационные элементы, которые лучше располагать в магнитном центре объекта. Уравнения для определения места расположения магнитного центра объекта содержат кроме дипольных, еще и квадрупольные составляющие магнитного момента [1]. Кроме того, существует оборудование, у которого превалирует квадруполь (например, четырехполосные электрические машины). Для таких объектов предпочтительнее использовать статический контурный первичный измерительный преобразователь, селекционирующий квадрупольные составляющие спектра пространственных гармоник источника магнитного поля.

Известно, что квадруполь включает в себя пять коэффициентов потенциального ряда g_{20} , g_{21} , g_{22} , h_{21} , h_{22} [1]. Чтобы разработать измерительное устройство позволяющее селективировать все квадрупольные составляющие спектра пространственных гармоник источника магнитного поля необходимо найти для каждого коэффициента расположение контурных катушек на координатной поверхности, охватывающей источник поля.

Создание контурных ПИП для измерения зональных ($m=0$) и секториальных ($m=2$) составляющих квадрупольного магнитного момента затруднений не вызывает. В частности, осевой квадруполь (коэффициент g_{20}) измеряется общеизвестными кольцами Максвелла [7].

Для измерения секториальных компонент квадрупольного (коэффициенты g_{22} , h_{22}) предназначены катушки Боева - Островершенко [8].

Контурные устройства, предназначенные для селективного измерения тессерельных составляющих (коэффициенты g_{21} , h_{21}), отсутствуют.

Цель работы – расчет параметров статического контурного первичного измерительного преобразователя селекционирующего тессерельные квадрупольные составляющие спектра пространственных гармоник источника магнитного поля.

Работа первичных измерительных преобразователей на основе контурных катушек заключается в измерении магнитного потока, пронизывающего измери-

тельные контуры, расположенные на определенных участках координатных поверхностей. Параметры контуров (их количество и геометрия) определяются при анализе "образов" магнитных мультиполей [2] и рассчитываются таким образом, чтобы при соединении их в группу (обмотку) происходило преобразование измененного магнитного потока в магнитный момент.

Расчет параметров направлен на исключение сигналов в измерительной схеме от всех нечетных мультиполей ($n = 1, 3, 5, \dots$) и следующего за измеряемым четного мультиполя ($n = 4$).

Параметры первичного измерительного преобразователя можно рассчитать и для цилиндрической координатной поверхности, и для сферической. Ниже приводятся оба расчета.

Учитывая то, что контурные катушки ПИП должны располагаться на координатных поверхностях, охватывающих испытуемое изделие, и не должны препятствовать свободному доступу в зону измерений, наиболее целесообразным является размещение этих катушек на цилиндрической поверхности. Тогда изделие может быть установлено на технологическую транспортную тележку и свободно доставлено в рабочую зону ПИП.

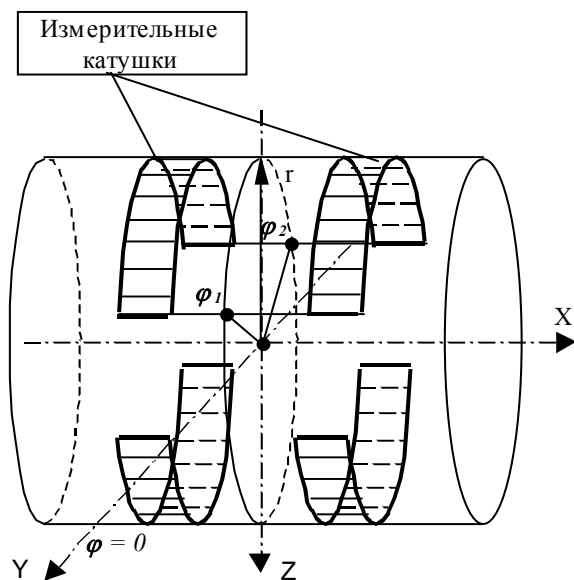


Рис.1

На рис.1 для наглядности приведена геометрия контура для измерения коэффициента h_{21} . Он состоит из четырех измерительных катушек, симметрично расположенных относительно осей на координатной поверхности (в данном случае - цилиндре). Измерительные катушки включаются последовательно таким образом, чтобы складывались сигналы от измеряемых магнитных потоков этого мультиполя.

Для измерения коэффициента g_{21} используются измерительные катушки аналогичные h_{21} , лишь повернутые вокруг оси X на 90° . Измерительные катушки располагаются на цилиндрической поверхности симметрично относительно продольной оси X и центральной плоскости $X=0$ (рис.2).

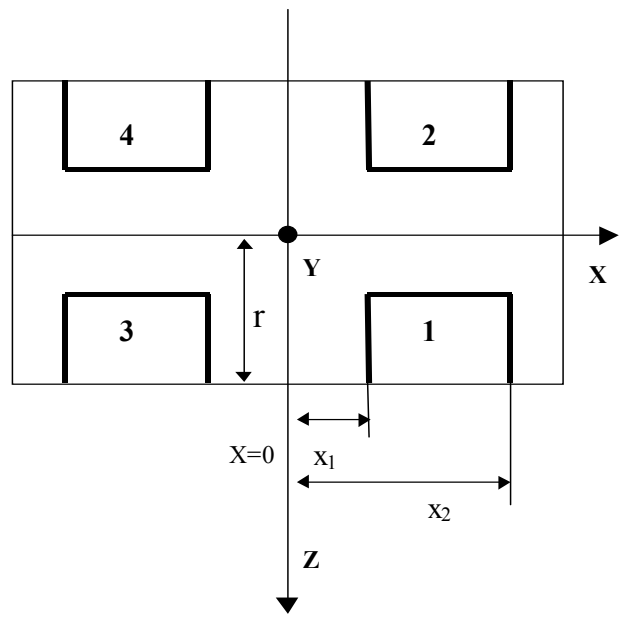


Рис.2.

В цилиндрической системе координат ЭДС одной седлообразной обмотки с $x_1 > 0$ и $x_2 > 0$ рис.2. определяются соотношением:

$$\begin{aligned}
 E &= \omega w \int_S B_r dS = -\omega w \mu_0 r \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial U}{\partial r} d\varphi dx = \\
 &= -\omega w \mu_0 r \left\{ \alpha g_{10} \left[\frac{r}{(r^2 + x_2^2)^{3/2}} - \frac{r}{(r^2 + x_1^2)^{3/2}} \right] - \right. \\
 &\quad - \sin \frac{\alpha}{2} (g_{11} \cos \varphi_0 + h_{11} \sin \varphi_0) - \\
 &\quad - \left[\frac{2x_2(2r^2 + x_2^2)}{r^2(r^2 + x_2^2)^{3/2}} - \frac{2x_1(2r^2 + x_1^2)}{r^2(r^2 + x_1^2)^{3/2}} \right] + \\
 &\quad \left. + \alpha \cdot g_{20} \left[\frac{3x_2 r}{2(r^2 + x_2^2)^{5/2}} - \frac{3x_1 r}{2(r^2 + x_1^2)^{5/2}} \right] - \dots \right\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

где ω - угловая частота; w - число витков измерительной катушки; μ_0 - магнитная постоянная; r - радиус цилиндра; φ_1, φ_2 - параметры измерительной катушки (рис.1); x_1, x_2 - параметры измерительной катушки (рис.2); $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1$; $\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

ЭДС на выходе такого ПИП состоящего из четырех катушек с учетом их соединения в измерительную обмотку будет равна:

$$\begin{aligned}
 E_{g_{21}(h_{21})} &= E_1 - E_2 + E_3 - E_4 = \\
 &= -\omega w \mu_0 r \left\{ -8g_{21} \sin \frac{\alpha}{2} \left[\frac{x_2^2 - 2r^2}{(r^2 + x_2^2)^{5/2}} - \frac{x_1^2 - 2r^2}{(r^2 + x_1^2)^{5/2}} \right] + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ 4g_{41} \cdot r^2 \sin \frac{\alpha}{2} \left[\frac{8r^2 - 27x_2^2}{(r^2 + x_2^2)^{9/2}} - \frac{8r^2 - 27x_1^2}{(r^2 + x_1^2)^{9/2}} \right] - \left. \frac{80}{9} r^2 g_{43} \sin \frac{3\alpha}{2} \left[\frac{19r^2 - 9x_2^2}{(r^2 + x_2^2)^{9/2}} - \frac{19r^2 - 9x_1^2}{(r^2 + x_1^2)^{9/2}} \right] + \dots \right\} \quad (2)$$

где E_1, E_2, E_3, E_4 – ЭДС наводимая в 1, 2, 3, 4 измерительных катушках (рис.2).

Чтобы исключить сигнал гармоники $g_{43}(h_{43})$ принимаем $\alpha=120^\circ$. Тогда $\sin \frac{3\alpha}{2}=0$, а соотношение (2) для ЭДС на выходе ПИП примет следующий вид

$$E_{g_{21}(h_{21})} = 4\sqrt{3} \omega \mu_o r \times \left\{ g_{21} \left[\frac{x_2^2 - 2r^2}{(r^2 + x_2^2)^{5/2}} - \frac{x_1^2 - 2r^2}{(r^2 + x_1^2)^{5/2}} \right] + \frac{1}{2} g_{41} \left[\frac{4r^4 - 27r^2 x_2^2 + 4x_2^4}{(r^2 + x_2^2)^{9/2}} - \frac{4r^4 - 27r^2 x_1^2 + 4x_1^4}{(r^2 + x_1^2)^{9/2}} \right] + \dots \right\} \quad (3)$$

Из соотношения (3) вытекает условие исключения из измеряемого сигнала гармоники $g_{41}(h_{41})$:

$$\frac{4r^4 - 27r^2 x_2^2 + 4x_2^4}{(r^2 + x_2^2)^{9/2}} - \frac{4r^4 - 27r^2 x_1^2 + 4x_1^4}{(r^2 + x_1^2)^{9/2}} = 0. \quad (4)$$

Неизвестные x_1 и x_2 приводим к r и приведенные значения принимаем равными $x_2^2/r^2 = a$; $x_1^2/r^2 = b$.

Тогда уравнение (4) принимает вид

$$\frac{4 - 27a + 4a^2}{(1+a)^{9/2}} - \frac{4 - 27b + 4b^2}{(1+b)^{9/2}} = 0 \quad (5)$$

Обозначим первое c_1 и второе c_2 слагаемые в уравнении (5) как функции от a и b $c_1 = f(a)$, $c_2 = f(b)$. Кривые этих функций идентичны и имеют с осью абсцисс две точки пересечения $a_1 = b_1 = 0,15$ и $a_2 = b_2 = 6,6$.

Следовательно, если принять $x_1^2/r^2 = 0,15$, а $x_2^2/r^2 = 6,6$, то выражение в квадратных скобках при коэффициенте g_{41} в соотношении (3) обращается в нуль. Таким образом, условие обращения в нуль выражения при $g_{41}(h_{41})$ следующее:

$$|x_2| = 0,389 \cdot r \text{ и } |x_1| = 2,569 \cdot r.$$

Однако, анализ зависимостей $c_1 = f(a)$ и $c_2 = f(b)$ приводит к выводу, что существует еще много пар значений x , при которых $c_1 = c_2$. Следовательно, можно выбрать такие значения, при которых x_2 и x_1 будет значительно меньше, что дает возможность варьировать габаритами ПИП.

ПИП на цилиндрической поверхности занимает определенную площадь и в случае дефицита места можно использовать ПИП построенный на сфере.

Рассмотрим контурную измерительную катушку, уложенную на сфере радиуса R (рис.3).

Размеры ее произвольны. Измерительная катушка имеет четыре стороны, каждая из которых проложена вдоль сферических координатных линий θ и φ . Для двух из сторон $\theta = const$ при $\varphi = var$; для двух других - $\varphi = const$ при $\theta = var$. При этом значения констант θ или φ для каждой стороны различны и также произвольны.

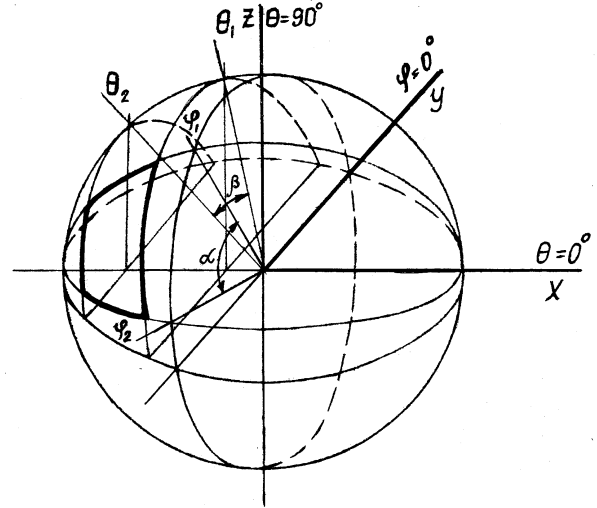


Рис.3.

ЭДС, наводимая расположенным в центре этой сферы источником магнитного поля, в такой катушке с числом витков w , будет равна

$$E = \omega w \int_S B_R dS, \quad (6)$$

где $B_R = \mu_o H_R = -\mu_o \frac{\partial U_{nm}}{\partial R}$,

$$dS = R^2 \sin \theta d\varphi d\theta,$$

$$\frac{\partial U_{nm}}{\partial R} = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n+1}{R^{n+2}} (g_{nm} \cos m\varphi +$$

$$+ h_{nm} \sin m\varphi) \cdot P_n^m(\cos \theta)$$

$$E = -\omega w \mu_o \iint_{\varphi \theta} \frac{\partial U_{nm}}{\partial R} R^2 \sin \theta d\varphi d\theta =$$

$$= \mu_o \omega w \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n+1}{R^{n+2}} \left[\frac{g_{nm}}{m} (\sin m\varphi_2 - \sin m\varphi_1) - \right. \quad (7)$$

$$\left. - \frac{h_{nm}}{m} (\cos m\varphi_2 - \cos m\varphi_1) \right] \int_{\theta_1}^{\theta_2} P_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta.$$

Анализ распределения потенциала тессеральной гармоники квадрупольного источника на единичной сфере, т.е. "образа" гармоники [2] показывает, что для ее измерения на сфере радиуса R необходимо разместить четыре такие измерительные катушки.

Измерительные катушки располагаются симметрично относительно трех ортогональных плоскостей

больших кругов сферы.

ЭДС на выходе такого ПИП определяется соотношением

$$E = 4\mu_0\omega w \left[\frac{3}{R^2} g_{21} \sin \alpha (\sin^3 \theta_2 - \sin^3 \theta_1) + \frac{25}{R^4} g_{41} \sin \alpha \times \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta (7 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) d\theta \right] \quad (8)$$

Для исключения из измерений четвертой пространственной гармоники необходимо выбрать такие значения θ_1 и θ_2 , при которых

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta (7 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) d\theta = 0. \quad (9)$$

Решение интеграла в уравнении (9) дает следующее выражение:

$$\frac{1}{15} (20 \sin^3 \theta_2 - 21 \sin^5 \theta_2 - 20 \sin^3 \theta_1 + 21 \sin^5 \theta_1) = 0; \quad (10)$$

Обозначим слагаемые в уравнении (10) как

$$y_1 = -(20 \sin^3 \theta_1 - 21 \sin^5 \theta_1) \\ y_2 = 20 \sin^3 \theta_2 - 21 \sin^5 \theta_2 \quad (11)$$

Функции y_2 и y_1 симметричны относительно оси θ и имеют график синусоидального вида. Поэтому прямая $y=const$ пересекает график функции $y=f(\theta)$ в рассматриваемом интервале $0 < \theta < \pi/2$ в двух точках: при θ_1 и θ_2 . Здесь существует множество пар значений θ_1 и θ_2 , при которых будет соблюдено условие $y_2 = -y_1$. Практически значение θ_1 выбирается из соображений удобства доступа внутрь преобразователя транспортной тележки с измеряемым электрооборудованием. Например, если принять $\theta_1=30^\circ$, то ему соответствует $\theta_2=66^\circ$.

Для измерения коэффициента h_{21} на той же сфере размещаются четыре измерительные катушки, по параметрам идентичные катушкам измеряющим коэффициент g_{21} , но развернутые по отношению к последним на 90° вокруг оси $\theta=0^\circ$. Учитывая это, с целью упрощения конструкции ПИП, угол α в обоих случаях выбирается равным 45° , т.е. $\alpha=2\varphi=90^\circ$.

ВЫВОДЫ

Рассчитаны параметры статического контурного первичного измерительного преобразователя селективирующего тессеральные квадрупольные составляющие спектра пространственных гармоник источника магнитного поля на цилиндрической и сферической координатных поверхностях.

Совместное применение колец Максвелла, катушек Боева - Островершенко и рассмотренного в статье первичного измерительного преобразователя для измерения тессеральных составляющих квадрупольного поля дает возможность разработать стенд позволяющий измерять все составляющие квадрупольного магнит-

ного момента без изменения положения технического объекта на стенде.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Яновский Б.М. Земной магнетизм. - Изд. Ленинградского университета, 1964.
- [2] С.Волохов. Геометрические образы магнитных мультиполей и магнитный центр // II Міжнародна науково-технічна конференція «Метрологія в електроніці - 97», 13-16 жовтня 1997 р. Харків. Праці конференції, т. 1, С.200 - 202
- [3] П.Добродеев. Измерение параметров дипольно - квадрупольной модели источника магнитного поля точечными датчиками // II Міжнародна науково-технічна конференція «Метрологія в електроніці - 97», 13-16 жовтня 1997 р. Харків. Праці конференції, т. 1, С.182 - 184.
- [4] Л.Ивлева. Измерительное устройство на основе контурных катушек // II Міжнародна науково-технічна конференція «Метрологія в електроніці - 97», 13-16 жовтня 1997 р. Харків. Праці конференції, т. 1, С.179 - 181.
- [5] Волохов С.А., Ивлева Л.Ф. Методическая погрешность измерений магнитного момента // Техническая электродинамика, 1996, № 4, С. 72-74.
- [6] В.Розов, А.Ерисов, С.Волохов. Стенд для измерения магнитных моментов изделий // II Міжнародна науково-технічна конференція «Метрологія в електроніці - 97», 13-16 жовтня 1997 р. Харків. Праці конференції, т. 1, С.167 - 169.
- [7] Афанасьев Ю.В. и др. Средства измерений параметров магнитного поля. -Л.: Энергия, 1979. -320 с.
- [8] А.с. (СССР) №577485. МКИ G01R33/02. Устройство для измерения магнитного поля рассеяния электрической машины / В.М.Боев, В.Т.Островершенко. - Опубл. Бюл. №39, 1977.

Поступила 12.07.2003