

## СВОЙСТВА МНОГОФАЗНЫХ ОБМОТОК С МИНИМАЛЬНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ ВЫСШИХ ГАРМОНИК

Дёгтев В.Г., д.т.н., Шульгин Д.Н.

Одесский национальный политехнический университет

Украина, 65044, Одесса, пр-т Шевченко, 1, ОНПУ, кафедра "Электрические машины"

тел. (048-288681), E-mail: dankov@paso.net

*Исследованы свойства трех подмножеств многофазных обмоток с минимальным содержанием высших гармоник. Доказано, что двухкоординатные  $m$ -фазные обмотки подмножеств  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$  по своим электромагнитным свойствам приближаются к традиционным  $2m$ -фазным обмоткам подмножества  $W_{2m}$ , значительно превосходя последние по конструктивно-технологическим параметрам.*

*Досліджено властивості трьох підмножин багатofазних обмоток, що характеризуються мінімальним вмістом вищих гармонік. Доведено, що двокоординатні  $m$ -фазні обмотки підмножин  $W_{m2m}$  і  $W_{2mc}$  за своїми електромагнітними властивостями наближаються до традиційних  $2m$ -фазних обмоток підмножини  $W_{2m}$ , значно перевершуючи останні по конструктивно-технологічних параметрах.*

Качество электроэнергии регламентируется стандартом [1], в соответствие, с которым к показателям качества относятся: отклонения частоты и напряжения, размах колебаний частоты и изменения напряжения, коэффициенты несинусоидальности, несимметрии и неуравновешенности напряжений. На практике производят анализ работы электрических сетей в режиме нечетных гармоник – от первой (рабочей) до тринадцатой. Однако мониторинг сетей показывает необходимость учета гармоник выше тринадцатого порядка.

В значительной степени качество электроэнергии определяется гармоническим спектром, который генерируется в сети многофазными электрическими машинами. Порядковый и количественный состав этого спектра определяется главным образом свойствами используемых в этих машинах многофазных обмоток.

В настоящей статье предпринята попытка с обобщенных позиций исследовать соотношения структурных параметров многофазных обмоток электрических машин, с целью обеспечения минимального продуцирования ими высших гармоник.

Объектом рассмотрения является множество  $W$   $2m$ -зонных многофазных обмотки поверхностного вида класса ЦЛЮ,  $2\gamma$  [2], которые могут быть выполнены с числом слоев, не больше двух. Рассмотрим три подмножества, включенных в  $W$ .

Обобщенная структурная модель подмножества  $W_{2m}$  известных  $2m$ -зонных обмоток с целым числом  $Q$  пазов на полюс и фазу имеет вид

$$W_{2m} = \left\{ \begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 2 & \dots & m & (m+1) & (m+1) & \dots & 2m \\ 0 & 1 & 2 & \dots & m & (m+1) & (m+1) & \dots & 2m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 2 & \dots & m & (m+1) & (m+1) & \dots & 2m \\ 0 & 1 & 2 & \dots & m & (m+1) & (m+1) & \dots & 2m \end{array} \right\} Q,$$

Здесь и далее  $|0 \ 1 \ 2 \ \dots \ m \ (m+1) \ (m+1) \ \dots \ 2m| = b_{2m}$  – элементарная  $2m$ -зонная обмотка (базовый модуль).

Числовые индексы базового модуля  $b_{2m}$  соответствуют кратности фаз токов (ЭДС) углу  $\alpha_z = \pi/m$ , а его формализованное представление позволяет отобра-

зить обобщенную структурную модель обмоток подмножества  $W_{2m}$  в компактном виде

$$W_{2m} = \left\{ \begin{array}{c} b_{2m} \\ b_{2m} \\ \dots \\ b_{2m} \\ b_{2m} \end{array} \right\} Q,$$

Симметрия обмоток подмножества  $W_{2m}$  характеризуется цветной циклической группой  $G_{2m}^{(+1)}$  [3], являющейся подгруппой предельной группы симметрии вращающегося цилиндра [4]. С ростом числа фаз симметрия возрастает, постепенно приближаясь к предельной. Соответственно улучшаются электромагнитные свойства обмоток, причем это улучшение выражается в уменьшении относительного содержания высших гармоник в кривых МДС (ЭДС).

Так, если известно, что порядковый спектр МДС 4-хзонных обмоток содержит все гармоники нечетных порядков, то в аналогичном спектре 6-тизонных уже отсутствуют все гармоники, кратные 3.

Используя известный прием [5] разложения пульсирующих МДС фаз на составляющие прямого и обратного вращения, для результирующих МДС  $f_\lambda(x,t)$  8-мизонных и 10-тизонных можно получить для  $m=4$

$$f_\lambda(x,t) = 2\sin(\omega t * v\pi x / \tau) \cdot \{ \cos[(v*1)\pi/8] \}$$

и для  $m=5$

$$f_\lambda(x,t) = 2\sin(\omega t * v\pi x / \tau) \cdot \{ 1 + 2\cos[(v*1)\pi/5] + 2\cos[(v*1)\pi/5] \}.$$

Анализ множителей в фигурных скобках показывает, что в спектре МДС 8-мизонных и 10-тизонных обмоток отсутствуют гармоники, порядки которых определяются соответственно

$$v = 3, 5, 11, 13, \dots;$$

$$v = 3, 5, 7, 13, 15, 17, \dots$$

Известно также [5], что в спектре МДС 12-тизонных обмоток не содержатся гармоники с порядками

$$v = 3, 5, 7, 9, 15, 17, 19, 21, \dots$$

На основании математической индукции можно утверждать, что в общем случае порядковый состав  $2m$ -зонных обмоток определяется выражением

$$v = 2mn \pm 1.$$

где  $n$  – натуральное число.

Величины коэффициентов  $k_{R2mv}$  по произвольным гармоникам определяются по выражению

$$k_{R2mv} = \frac{\sin[\pi v / (2m)]}{Q \sin[\pi v / (2mQ)]}. \quad (1)$$

С учетом состава порядкового спектра МДС характер изменения величин коэффициентов распределения  $k_{Rmv}$  при  $Q \rightarrow \infty$  и диапазонах:  $m=2 \div 6$  и  $v = 1 \div 25$  иллюстрируется табл. 1.

Таблица 1

v	Число фаз				
	2	3	4	5	6
1	0,900	0,955	0,974	0,984	0,989
3	0,300	0	0	0	0
5	0,180	0,191	0	0	0
7	0,129	0,136	0,139	0	0
9	0,100	0	0,108	0,109	0
11	0,082	0,087	0	0,089	0,090
13	0,069	0,074	0	0	0,076
15	0,060	0	0,065	0	0
17	0,053	0,056	0,057	0	0
19	0,048	0,050	0	0,052	0
21	0,043	0	0	0,047	0
23	0,039	0,042	0,042	0	0,043
25	0,036	0,038	0,039	0	0,040

Два других рассматриваемых подмножества  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$  базируются на структурах трехфазных двухкоординатных обмоток [6] и [7] соответственно. Обмотки каждого из этих подмножеств могут быть выполнены из катушек двух типов с числами витков  $w_1$  и  $w_2$  и уложены в 2 слоя.

Структура подмножества  $W_{m2m}$  [6] формируется с применением как  $2m$ -зонных, так и  $m$ -зонных однокоординатных составляющих, поэтому ее обобщенная структурная модель помимо модуля  $b_{2m}$  включает в себя взаимно инверсные элементарные  $m$ -зонные модули  $b_m$  и  $\tilde{b}_m$

$$b_m = |0 \ 0 \ 2 \ 2 \dots (m+2) \ (m+2) \dots 2m \ 2m|; \quad \tilde{b}_m = b_m \cdot \varepsilon^{m,m},$$

где  $\varepsilon^{m,m}$  – операция полной инверсии, предусматривающей одновременное перемещение в пространстве и изменение фазы тока соответствующих катушечных сторон на  $\pi$ .

Следует заметить, что при использовании модулей  $b_m$  и  $\tilde{b}_m$  с пониженным уровнем симметрии, характеризующимся группой  $G_m^{(+2)}$ , результирующая симметрия подмножества  $W_{m2m}$  может быть сохранена на том же уровне, что и у подмножества  $W_{2m}$ . В случае взаимно симметрированного положения однокоординатных составляющих [6] композиции взаимно инверсных модулей  $b_m$  и  $\tilde{b}_m$  образуют гомогенные системы, обеспечивая повышение уровня симметрии до группы  $G_{2m}^{(+1)}$  [3, 4]. При этом модель подмножества  $W_{m2m}$  приобретает вид

$$W_{m2m} = w_1 \cdot \begin{pmatrix} b_m \\ b_m \\ \dots \\ b_m \\ b_m \end{pmatrix} + w_2 \cdot \begin{pmatrix} b_{2m} \\ b_{2m} \\ \dots \\ b_{2m} \\ b_{2m} \end{pmatrix} + w_1 \cdot \begin{pmatrix} \tilde{b}_m \\ \tilde{b}_m \\ \dots \\ \tilde{b}_m \\ \tilde{b}_m \end{pmatrix} \quad Q,$$

Тогда величины коэффициентов распределения  $k_{Rm2mv}$  по произвольным гармоникам определяются по выражению

$$k_{Rm2mv} = k_{R2mv} \cdot M_v = k_{R2mv} \cdot \frac{2w_* \cdot \cos[\pi \cdot v / (2m)] + (1 - w_*)}{(1 + w_*)} = \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot v}{2m}\right) \cdot \left[2w_* \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot v}{2m}\right) + (1 - w_*)\right]}{Q \cdot (1 + w_*) \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{2mQ}\right)} \quad (2)$$

где  $w_* = w_1 / (w_1 + w_2)$ .

Обмотки подмножества  $W_{2mc}$  образованы только модулями  $b_m$ , поэтому их симметрия описывается группой  $G_{2m}^{(+1)}$ . Обобщенная структурная модель данного подмножества при условии  $k=0$  может быть представлена в виде

$$W_{2mc} = \begin{pmatrix} b_{2m} \\ b_{2m} \\ \dots \\ b_{2m} \\ b_{2m} \\ \dots \\ b_{2m} \\ b_{2m} \end{pmatrix} + w_* \cdot \begin{pmatrix} b_{2m} \cdot c^1 \\ b_{2m} \cdot c^1 \\ \dots \\ b_{2m} \cdot c^1 \\ b_{2m} \cdot c^1 \\ \dots \\ b_{2m} \cdot c^1 \\ b_{2m} \cdot c^1 \end{pmatrix} \quad Q,$$

где  $c^{(\pm 1)}$  – оператор циклических перестановок цифровых индексов модулей с шагом 1 в прямом ( $c^{+1}$ ) и обратном ( $c^{-1}$ ) направлениях.

Выражение для расчета коэффициентов распределения  $k_{R2mcv}$  подмножества  $W_{2mc}$  имеет вид

$$k_{R2mcv} = \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot v}{2m}\right) + 2w_* \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot v}{4m}\right] \cdot \cos\left[\frac{3\pi \cdot v}{4m}\right]}{Q \cdot (1 + w_*) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot v}{2mQ}\right)}. \quad (3)$$

Интересно заметить, что, несмотря на отличие структур множеств  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$ , расчеты по выражениям (2) и (3) приводят к одинаковым результатам при любых значениях независимых переменных  $Q$ ,  $m$ ,  $v$ ,  $w_*$ .

Исследования двух- и трехфазных модификаций обмоток подмножеств  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$  [6, 8] позволило установить значения параметра  $w_*$  (0,366 при  $m=3$  и 0,414 при  $m=2$ ), при которых обеспечивается минимальное содержание высших гармоник в спектрах МДС. Для указанных чисел фаз значения  $w_*$  могут быть с высокой степенью точности определены по

выражению, которое не включает в себя порядки гармоник,

$$w^* = (\sqrt{m} - 1)/(m - 1). \quad (3)$$

Выполним гармонический анализ обмоток подмножеств  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$  при значениях  $w^*$ , рассчитанных по формуле (3). Результаты расчетов по выражениям (1) и (2) приведены в таблице 2 ( $Q \rightarrow \infty$ ;  $m=2 \div 6$ ;  $v=1 \div 25$ ).

Таблица 2

v	Число фаз				
	2	3	4	5	6
1	0,746	0,886	0,937	0,961	0,973
3	<b>0,000</b>	0	0	0	0
5	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	0	0	0
7	0,107	<b>0,000</b>	<b>0,005</b>	0	0
9	0,083	0	<b>0,004</b>	<b>0,009</b>	0
11	<b>0,000</b>	0,081	0	<b>0,007</b>	<b>0,010</b>
13	<b>0,000</b>	0,068	0	0	<b>0,009</b>
15	0,050	0	0,063	0	0
17	0,044	<b>0,000</b>	0,055	0	0
19	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	0	0,051	0
21	<b>0,000</b>	0	0	0,046	0
23	0,033	0,039	0,002	0	0,042
25	0,030	0,036	0,001	0	0,039
<b>w*</b>	<b>0,4142</b>	<b>0,3660</b>	<b>0,3333</b>	<b>0,3090</b>	<b>0,2899</b>

Сопоставляя данные табл. 1 и 2, нетрудно убедиться, что выбор параметра  $w^*$  по (3) в обмотках подмножеств  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$  приводит к полному подавлению или к резкому снижению наиболее весомых гармоник (выделены в табл.2 жирным шрифтом) в спектрах соответствующих обмоток подмножества  $W_{2m}$  ( $v=3,5$  при  $m=2$ ;  $v=5,7$  при  $m=3$ ;  $v=7,9$  при  $m=4$  и т.д.). Это позволяет рассматривать формулу (3) как своеобразное "золотое соотношение", обеспечивающее эффективное улучшение гармонического спектра многофазных обмоток. Отметим также, что структура выражения (3) подобна структуре формулы для определения одной из частей  $x_1$  разбиения единичного отрезка в отношении "золотого сечения" [9]

$$x_1 = (\sqrt{5} - 1)/2$$

Из выражений (2) и (3) получены формулы, позволяющие для заданных порядков гармоник рассчитать значения  $w^*$ , при которых эти гармоник полностью уничтожаются

$$w^* = 1/\{1 - 2\cos[\pi \cdot v/(2m)]\}, \quad (4)$$

$$w^* = 2\sin[\pi \cdot v/(2m)] \cdot \sin[\pi \cdot v/(4m)] \cdot \cos[3\pi \cdot v/(4m)]. \quad (5)$$

Расчет по выражениям (2) и (3) с использованием значений  $w^*$ , определенных по (4) или (5), приводит к преобразованию таблицы 2 в таблицу 3.

Сопоставление данных таблиц 1 и 3 показывает, что, несмотря на формальную идентичность по уровню симметрии обмотки подмножеств  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$ , при определенных значениях параметра  $w^*$  превосходят аналогичные обмотки подмножества  $W_{2m}$  по электромагнитным свойствам. Порядковый состав гармо-

нического спектра МДС  $m$ -фазных обмоток  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$  не отличается от аналогичного состава  $2m$ -фазных обмоток  $W_{2m}$ .

Таблица 3

v	Число фаз				
	2	3	4	5	6
1	0,746	0,886	0,936	0,959	0,971
3	<b>0,000</b>	0	0	0	0
5	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	0	0	0
7	0,107	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	0	0
9	0,083	0	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	0
11	<b>0,000</b>	0,081	0	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>
13	<b>0,000</b>	0,068	0	0	<b>0,000</b>
15	0,050	0	0,062	0	0
17	0,044	<b>0,000</b>	0,055	0	0
19	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	0	0,051	0
21	<b>0,000</b>	0	0	0,046	0
23	0,033	0,039	<b>0,000</b>	0	0,042
25	0,030	0,036	<b>0,000</b>	0	0,039
<b>w*</b>	<b>0,4142</b>	<b>0,3660</b>	<b>0,3512</b>	<b>0,3446</b>	<b>0,3411</b>

Очевидно, что при одном и том же числе пазов на полюс и фазу, уменьшение числа фаз вдвое приводит к уменьшению количества катушек и выводных концов, что значительно упрощает технологию изготовления обмоток. Поэтому в таких случаях можно рекомендовать замену традиционных обмоток двухкоординатными обмотками  $W_{m2m}$  и  $W_{2mc}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] ГОСТ 13109-97 — Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.
- [2] Шинкаренко В.Ф. Основы теорії еволюції електромеханічних систем. — К.: Наукова думка, 2002.—288 с.
- [3] Симметрия и свойства многофазных обмоток/ Электротехника и электромеханика, Национальный технический университет ХПИ. — №1, 2002.—С. 23-27.
- [4] Шубников А.В., Копчик В.А. Симметрия в науке и искусстве. — М.: Наука, 1972.- 339 с.
- [5] Жерве Г.К. Обмотки электрических машин. — Л.: Энергоатомиздат.—1989.—400 с.
- [6] Дегтев В.Г. Принципы структурного проектирования двухкоординатных обмоток/Электричество. — №11, 1989.—С.54-62.
- [7] Дегтев В.Г., Шульгин Д.Н. Многофазные обмотки с улучшенными электромагнитными свойствами/Респ. межвед. науч. техн. сб., "Электромашиностроение и электрооборудование". — Киев: Техника. — № 46, 1992. — С. 75-79.
- [8] Дегтев В.Г., Канаан С., Васим Х. Регулирование гармонического состава МДС двухфазных обмоток/Респ. межвед. науч. техн. сб., "Электромашиностроение и электрооборудование". — Киев: Техника. — № 44: 1990. С. 65-71.
- [9] Сонин А.С. Беседы о кристаллофизике. — М.: Атомиздат, 1976.—207 с.

Поступила 9.08.2004