

## ДИФFUЗИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ "РАЗДАЧЕ" ТРУБЧАТЫХ ЗАГОТОВОК В МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКЕ МЕТАЛЛОВ

Батыгин Ю.В., д.т.н., проф., Лавинский В.И., д.т.н., проф., Черногор Т.Т.  
Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"  
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Высшая математика",  
кафедра "Сопrotивление материалов"  
тел. (057) 70-762-02, E-mail: batygin@kpi.kharkov.ua, lavinsky@kpi.kharkov.ua

*Дійсна робота присвячена аналізу електродинамічних процесів при магнітно-імпульсній "роздачі" тонкостінних металевих циліндрів на діелектричне чи металеве оправлення. Особлива увага приділена випадку, коли дифузійні ефекти стають дуже значимими, тобто глибина проникнення поля порівнянна чи навіть більше товщини металеві тонкостінної труби.*

*Настоящая работа посвящена анализу электродинамических процессов при магнитно-импульсной "раздаче" тонкостенных металлических цилиндров на диэлектрическую или металлическую оправку. Особое внимание уделено случаю, когда диффузионные эффекты становятся весьма значимыми, то есть глубина проникновения поля соизмерима или даже больше толщины металлической тонкостенной трубы*

В монографии [1] сформулированы и обоснованы различные направления практического использования энергии импульсных магнитных полей, позволяющие эффективно осуществлять плоской штамповки металлов с низкой электропроводностью (или достаточно тонких). Предложенные решения позволили экспериментально осуществить вырубку различных рисунков в медной фольге толщиной ~50 мкм при рабочих частотах действующих полей ~ (50...70) кГц исключительно силами магнитного давления. Полученные результаты были положены в основу новой прогрессивной технологии производства печатных плат для приборов бытовой электротехники [2,3].

Современное производство требует дальнейшего расширения перечня технологических процессов, в основе которых лежит силовое воздействие на металлы, "прозрачные" для действующих полей. К ним относится, например, сочленение отдельных элементов в сборных конструкциях (в частности, это могут быть рамы автомобильных кузовов). Условно, при любом сочленении можно выделить две основные операции, которые в практике магнитно-импульсной обработки металлов известны как локальные "раздача" и "обжим" полых (трубчатых) металлических заготовок [4].

Настоящая работа посвящена анализу электродинамических процессов при магнитно-импульсной "раздаче" тонкостенных металлических цилиндров в случае, когда диффузионные эффекты становятся весьма значимыми, то есть глубина проникновения поля соизмерима или даже больше толщины металла трубы (тонкостенная заготовка).

Рассмотрим диффузионные процессы сквозь заготовку цилиндрической геометрии в случаях, характерных для реальных производственных процессов: сочленение с внешним элементом из диэлектрика или "раздача" по форме внешней оправки из металла.

При решении поставленной задачи примем следующие допущения.

- Интегрирование уравнений состояния может проводиться в цилиндрической системе координат, связанной с поперечным сечением трубчатой заготовки

на рис.1а,б. Ось аппликата – OZ перпендикулярна плоскости чертежа.

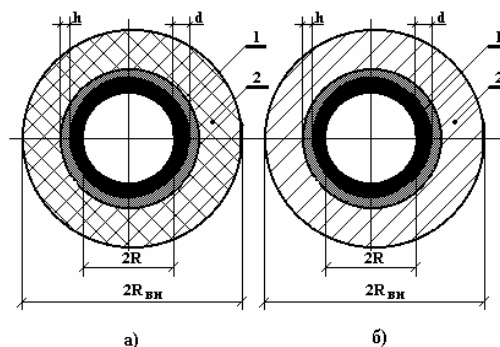


Рис.1. "Раздача" трубчатой заготовки – 1 по форме внешнего элемента – 2, выполненного из диэлектрика (а) или из металла (б)

- Внешнее магнитное поле задано единственной компонентой напряжённости, касательной к поверхности трубчатой заготовки  $H_z(t) = H_1(t) \neq 0$ .
- Система обладает аксиальной симметрией ( $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ ).
- Толщина стенки трубы –  $d$ , промежуток между её поверхностью и внешним элементом –  $h$  достаточно малы,  $\frac{d}{R} \ll 1$  и  $\frac{h}{R} \ll 1$  (естественно, что указанный промежуток имеет смысл оговаривать отдельно только в случае "раздачи" по форме внешней оправки из металла – рис. 1б).
- Справедливо квазистационарное приближение, в котором  $\frac{\omega}{c} \cdot l \ll 1$  ( $\omega$  – циклическая частота действующего поля,  $c$  – скорость света в вакууме,  $l$  – наибольший характерный размер в рассматриваемой системе).

В случае сочленения металлической трубы с внешним элементом из диэлектрика (рис.1а) физиче-

ски имеет место проникновение поля из внутренней полости в свободное пространство.

Преобразованная по Лапласу система уравнений Максвелла для напряжённости электрического поля в разных средах приводится к дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial r} \cdot \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_{\varphi}(p, r)) \right) - k_{1,2}^2(p, r) = 0, \quad (1)$$

где  $k_1(p) = \sqrt{p \cdot \mu_0 \cdot \gamma}$  - волновое число в металле,  $k_2(p) = p \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}$  - волновое число в вакууме,  $\gamma$  - удельная электропроводность металла;  $p$ -параметр преобразования Лапласа;  $\mu_0, \varepsilon_0$  - магнитная и диэлектрическая проницаемости свободного пространства;  $E(p, r) = L\{E(t, r)\}$ ;  $H_z(p, r) = L\{H_z(t, r)\}$ .

Фундаментальная система решений уравнения (1) есть модифицированные функции Бесселя первого порядка -  $I_1(z), K_1(z)$ .

Соответственно, общий интеграл для напряжённости электрического поля в металле тонкостенной заготовки ( $r \in [R, (R+d)]$ ) запишется в виде:

$$E^{(1)}(p, r) = A(p) \cdot I_1(k_1(p)r) + B(p) \cdot K_1(k_1(p)r), \quad (2)$$

где  $A(p), B(p)$  - произвольные постоянные интегрирования.

С помощью уравнения Максвелла (в операторной форме), описывающего явление электромагнитной индукции, и выражения (2) получим формулу для напряжённости магнитного поля в выделенной области,  $r \in [R, (R+d)]$ :

$$H_z^{(1)}(p, r) = -\sqrt{\frac{\gamma}{p \cdot \mu_0}} \cdot (A(p) \cdot I_0(k_1(p)r) - B(p) \cdot K_0(k_1(p)r)), \quad (3)$$

где  $I_0(z), K_0(z)$  - модифицированные функции Бесселя нулевого порядка.

В рассматриваемом случае вне заготовки - диэлектрическая среда. Выражения для напряжённости электрического и магнитного полей, ограниченные в бесконечности, для свободного пространства, где  $r \in [(R+d), \infty)$ , могут быть найдены аналогично предыдущему из уравнения (1) и соответствующего уравнения Максвелла:

$$E^{(2)}(p, r) = C(p) \cdot K_1(k_2(p) \cdot r), \quad (4)$$

$$H_z^{(2)}(p, r) = \frac{1}{Z_0} \cdot C(p) \cdot K_0(k_2(p) \cdot r), \quad (5)$$

где  $C(p)$  - произвольная постоянная интегрирования;  $Z_0$  - волновое сопротивление вакуума,

Дальнейшие преобразования формул для составляющих вектора электромагнитного поля можно упростить, если учесть реальные условия работы индукторных систем при магнитно-импульсной обработке металлов.

Для конкретных оценок будем ориентироваться на эксперименты, описанные в работах [1-3], где рабочие частоты не превышали 50...70 кГц, а толщина обрабатываемой заготовки, как было ранее указано, существенно меньше эффективной глубины проникновения поля в проводящую среду.

В этом случае допустима оценка:

$$\omega \cdot \tau \ll 1, \quad (6)$$

где  $\tau$  - характерное время диффузии поля,  $\tau = \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$ .

Далее, для  $R \approx 0.01 \div 0.1$  м можно записать, что

$$\omega \cdot \tau \cdot \frac{R}{d} \gg 1, \quad \frac{\omega}{c} \cdot R \ll 1. \quad (7)$$

Совокупность неравенств - (6) и (7) соответствуют предельным оценкам аргументов в выражениях (2) - (5):

$$\begin{cases} |k_1(p)R| \gg 1, \\ |k_1(p)d| \gg 1, \\ |k_2(p)R| \gg 1, \end{cases} \quad (8)$$

Неравенства (8) позволяют воспользоваться асимптотическими представлениями и соответствующими разложениями в окрестности нуля для модифицированных функций Бесселя [5].

Выполняя предельные переходы в выражениях (2) - (5), после тождественных преобразований и введения новых обозначений получаем простые аналитически "прозрачные" зависимости для азимутальных компонент напряжённости электрического и магнитного полей в металле тонкостенной цилиндрической заготовки и вне её:

$$E^{(1)}(p, r) \approx \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot (C_1(p) \cdot e^{k_1(p)r} + C_2(p) \cdot e^{-k_1(p)r}); \quad (9)$$

$$H_z^{(1)}(p, r) \approx -\frac{1}{\sqrt{r}} \cdot \frac{\gamma}{k_1(p)} (C_1(p) \cdot e^{k_1(p)r} - C_2(p) \cdot e^{-k_1(p)r}); \quad (10)$$

$$E^{(2)}(p, r) \approx \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot C_3(p) \cdot e^{-k_2(p)r}; \quad (11)$$

$$H_z^{(2)}(p, r) \approx \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot \frac{1}{Z_0} \cdot C_3(p) \cdot e^{-k_2(p)r}, \quad (12)$$

где  $C_{1,2,3}(p)$  - произвольные постоянные интегрирования.

Неизвестные произвольные постоянные интегрирования в выражениях (9) - (12) найдём с помощью соответствующих граничных условий непрерывности тангенциальных компонент векторов электромагнитного поля на границах раздела различных сред.

Получим, что

$$E_{\varphi}^{(1)}(p, r) \approx \frac{k_1(p)}{\gamma \sin(k_1(p)d)} \cdot \left[ H_1(p) \sqrt{\frac{R}{r}} \times \right. \\ \left. \operatorname{ch}(k_1(p)(r - (R+d))) - H_2(p) \cdot \sqrt{\frac{R+d}{r}} \cdot \operatorname{ch}(k_1(p)(r - R)) \right]; \quad (13)$$

$$E_{\varphi}^{(2)}(p, r) \approx Z_0 \cdot \sqrt{\frac{R+r}{r}} \cdot H_2(p) \cdot e^{-k_2(p)(r - (R+d))}, \quad (14)$$

где  $H_1(p)$  и  $H_2(p)$  - величины операторных форм напряжённости магнитного поля на границах обрабатываемой трубчатой заготовки (внутренняя поверхность -  $r=R$ , и внешняя -  $r=R+d$ , соответственно).

Приравнявая выражения (13) и (14) при  $r = R+d$ , находим связь между операторными формами напряжённости магнитного поля на внутренней и внешней поверхностях обрабатываемой цилиндрической заготовки.

дической заготовки.

$$H_2(p) \approx H_1(p) \cdot G_1(p), \quad (15)$$

где  $G_1(p)$  – операторный коэффициент экранирования касательной составляющей напряжённости магнитного поля при проникновении в свободное пространство сквозь трубчатую заготовку,

$$G_1(p) \approx \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{\left[ \operatorname{ch}(k_1(p) \cdot d) + Z_0 \cdot \gamma \cdot d \cdot S(k_1(p) \cdot d) \right]},$$

$$S(k_1(p) \cdot d) = \frac{\operatorname{sh}(k_1(p) \cdot d)}{(k_1(p) \cdot d)}.$$

Результат, полученный для коэффициента экранирования поля, проникающего сквозь трубчатую заготовку, при её "раздаче" на оправку из диэлектрика

с точностью до множителя –  $\left\{ \sqrt{\frac{R}{R+r}} \approx \left( 1 - 0,5 \cdot \frac{d}{R} \right) \right\}$

совпадает с результатом при плоской штамповке листовой фольги [1].

Так, при  $|k_1(p)| \ll 1$ ,  $G_1(p) \approx \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{1 + Z_0 \cdot \gamma \cdot d}$ . Для

заготовки из стали ( $\gamma = 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ ) толщиной

$d = 10^{-3} \text{ м}$  ( $\frac{d}{R} \approx 0,1$ ) находим, что  $G_1(p) \approx 2,5 \cdot 10^5$ .

То есть, в рассматриваемом случае магнитно-импульсной "раздачи" трубчатой заготовки на диэлектрическую оправку электромагнитные процессы протекают практически также как и при плоской штамповке тонкостенного листового металла в индукторной системе с диэлектрической матрицей.

Полученную оценку диффузионного процесса в цилиндрической системе можно уточнить, не ограничиваясь рассмотрением лишь тонкостенных металлических цилиндров (6). Безусловно, увеличивать их толщину до величины скин-слоя не имеет смысла, но оценить коэффициент экранирования в произвольном варианте представляется весьма интересным. Выражение (15), связывающее напряжённость магнитного поля, проникшего сквозь заготовку –  $H_2(t)$ , и напряжённость поля индуктора –  $H_1(t)$  в пространстве изображений по Лапласу, перепишем в виде:

$$H_2^{(1)}(p) = \left[ p H_1^{(1)}(p) \right] \cdot \frac{G(p)}{p}. \quad (16)$$

Отметим, что выбор именно такой формы записи соотношения (16) обусловлен желанием получить оригинал в виде суммы, включающей уже полученную оценку для коэффициента экранирования, найденного в предельном случае  $|k_1(p) \cdot d| \ll 1$ .

Выполним в (16) обратное преобразование Лапласа. Получим, что напряжённость магнитного поля, проникшего сквозь листовую металлическую заготовку, будет равна свёртке функций:

$$H_2^{(1)}(t) = \frac{dH_1^{(1)}(t)}{dt} * F(t), \quad (17)$$

где

$$F(t) = \sqrt{\frac{R}{R+d}} \cdot \left( \frac{1}{1 + Z_0 \gamma d} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2 \cdot \exp\left(-\frac{\beta_k^2}{\tau_2} \cdot t\right)}{\beta_k \cdot \sin \beta_k \cdot \left( 1 + \frac{Z_0 \cdot \gamma \cdot d}{\beta_k^2} \cdot (1 - \beta_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k) \right)} \right)$$

$\beta_k$  – корни уравнения:  $\beta_k \cdot \operatorname{ctg}(\beta_k) = -(Z_0 \cdot \gamma \cdot d)$ .

Упростим выражение для функции  $F(t)$ . Во-первых, для металлов с толщиной  $d > 10^{-8} \text{ м}$  справедлива оценка –  $Z_0 \cdot \gamma \cdot d \gg 1$ . Во-вторых, из уравнения для  $\beta_k$  следует, что  $\beta_k \cdot \operatorname{ctg}(\beta_k) = -(Z_0 \cdot \gamma \cdot d) \gg 1$ ,

$$\beta_k \cong (k+1) \cdot \pi, \quad \sin \beta_k \cong -\frac{\beta_k \cdot \cos \beta_k}{Z_0 \cdot \gamma \cdot d} \cong -\frac{\beta_k \cdot (-1)^{k+1}}{Z_0 \cdot \gamma \cdot d}.$$

С учётом этих данных выражение для функции  $F(t)$  в (17) принимает вид:

$$F(t) \cong \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{Z_0 \cdot \gamma \cdot d} \cdot \left( 1 + 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \cdot \exp\left(-\frac{\beta_k^2}{\tau_2} \cdot t\right) \right). \quad (18)$$

Сумма знакопередающегося ряда в выражении (18) в соответствии с теоремой Лейбница [6] для знакопередающихся рядов допускает верхнюю оценку ~

$$\left| \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \cdot \exp\left(-\frac{\beta_k^2}{\tau_2} \cdot t\right) \right| < 1,$$

или

$$|F(t)| < \frac{3 \sqrt{\frac{R}{R+d}}}{Z_0 \cdot \gamma \cdot d} \ll 1.$$

Так, для немагнитной стали толщиной  $d = 10^{-3} \text{ м}$  и  $\gamma = 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$  (величина скин-слоя при частоте  $f = 50 \text{ кГц}$  составляет  $\sim 0,71 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ) и  $\frac{d}{R} \approx 0,1$  эффект экранирования будет оцениваться достаточно малой величиной того же порядка, что была получена ранее для тонкостенных металлических цилиндров, а именно –  $|F(t)| < 7,5 \cdot 10^{-5}$ .

Итак, полученный результат свидетельствует о том, что в свободное полупространство (соответствует "раздаче" на диэлектрическую оправку) сквозь проводящую заготовку цилиндрической геометрии, вне зависимости от её толщины и временных характеристик процесса, касательная компонента напряжённости действующего магнитного поля практически не проникает.

Аналогичным образом проанализируем диффузионные процессы при "раздаче" по форме внешней оправки из металла (рис.26). Физически, в данном

случае имеет место проникновение поля из внутренней полости трубы в полость, образованную её внешней поверхностью и внутренней поверхностью внешней оправки.

При проведении настоящего рассмотрения справедливы ранее сделанные допущения. Дополнительно укажем, что удельная электропроводность металла заготовки –  $\gamma_1$ , металла внешней оправки –  $\gamma_2$ . Кроме того, внешняя оправка достаточно массивна, так, что  $\frac{R_{\text{вн}}}{R} \gg 1$ .

Для напряжённости электрического поля в металле трубчатой заготовки справедливо выражение (13). В металле внешней оправки выражения для компонент вектора электромагнитного поля могут быть найдены так же как и в случае металла заготовки. В отличие от последних они должны удовлетворять условию ограниченности на бесконечности.

Итак,

а) для  $(r \in [R, (R+d)])$ ,

$$E^{(1)}(p, r) \approx \frac{k_1(p)}{\gamma_1 \cdot \sin(k_1(p)d)} \cdot \left[ H_1(p) \cdot \sqrt{\frac{R}{r}} \cdot \text{ch}(k_1(p)(r - (R+d))) - H_2(p) \cdot \sqrt{\frac{R+d}{r}} \cdot \text{ch}(k_1(p)(r - R)) \right], \quad (19)$$

б) для  $r \in [(R+d+h), \infty)$ ,

$$E^{(2)}(p, r) \approx \sqrt{\frac{R+d+h}{r}} \cdot \frac{k_2(p)}{\gamma_2} \times H_3(p) \cdot e^{-k_2(p)(r - (R+d+h))}, \quad (20)$$

где  $k_1(p) = \sqrt{p \cdot \mu_1 \cdot \gamma_1}$ ;  $k_2(p) = \sqrt{p \cdot \mu_0 \cdot \gamma_2}$ ;

$H_3(p)$  – операторная форма напряжённости магнитного поля на внутренней поверхности металлической оправки.

Для упрощения дальнейших вычислений воспользуемся допущением о достаточной малости величины воздушного зазора –  $h$ .

Во-первых, это означает однородность магнитного поля, что в свою очередь позволяет считать  $H_3(p) \approx H_2(p)$ . Во-вторых, в данном приближении интегральная форма уравнения Максвелла для закона электромагнитной индукции даёт возможность записать следующее условие:

$$E^{(1)}(p, (R+d)) \cdot 2\pi \cdot (R+d) - E^{(2)}(p, (R+d+h)) \times 2\pi \cdot (R+d+h) \approx p \cdot \mu_0 \cdot 2\pi \cdot (R+d)h \cdot H_2(p). \quad (21)$$

Подставим в соотношение (21) выражения (19) и (20). После выполнения тождественных преобразований получаем связь между операторными формами напряжённости магнитных полей на внутренней и внешней поверхностях трубчатой заготовки, отделённой от металлической оправки достаточно малым воздушным зазором.

$$H_2(p) = H_1(p) \cdot G_2(p), \quad (22)$$

где  $G_2(p)$  – операторный коэффициент экранирования касательной составляющей напряжённости магнитного поля при проникновении сквозь трубчатую

металлическую заготовку в воздушный зазор между ней и внешней металлической оправкой,

$$G_2(p) \approx \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{\left[ \text{ch}(k_1 d) + \left(1 + \frac{h}{R+d}\right) \cdot \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \cdot \text{sh}(k_1 d) + S(k_1 d) \right]},$$

$$S(k_1(p) \cdot d) = p \cdot \mu_0 \cdot \gamma_1 \cdot h \cdot d \cdot \frac{\text{sh}(k_1(p) \cdot d)}{(k_1(p) \cdot d)}.$$

Достоверность полученного результата можно установить с помощью предельного перехода к известному соотношению.

Пусть металлическая оправка выполнена из идеального проводника,  $\gamma_2 \rightarrow \infty$ . Тогда, пренебрегая

величинами порядка  $\frac{d}{R} \ll 1$ , при  $|k_1(p) \cdot d| \ll 1$

получаем, что  $G_2(p) \approx \frac{1}{1 + p \cdot T}$ , ( $T = \tau_1 \cdot \frac{h}{d}$ ).

Результат предельного перехода с точностью до обозначений совпадает с выражением для операторного коэффициента экранирования при проникновении плоскопараллельного магнитного поля сквозь тонкий металлический экран в полость ограниченную идеальным проводником – (формула В-2), приведенным в монографии [1].

Для проведения практических расчётов в формуле (22) необходимо выполнить обратное преобразование Лапласа.

С помощью теоремы об изображении свёртки функций записываем:

$$H_2(t) = H_1(t) * G_2(t), \quad (23)$$

где  $G_2(t)$  – оригинал операторной формы коэффициента экранирования.

Получить аналитическое выражение для  $G_2(t)$  непосредственно из  $G_2(p)$  (формула (22)) не представляется возможным. Тем не менее, для проведения численных оценок показателей диффузионных эффектов можно выполнить переходы в пространство оригиналов для характерных случаев реальной магнитно-импульсной обработки металлов, допускающих аналитические преобразования.

Условие тонкостенности металла трубчатой заготовки (6) позволяет записать выражение для операторного коэффициента экранирования в виде:

$$G_2(p) \approx \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{\left[ 1 + (k_1 \cdot d) \left[ \left(1 + \frac{h}{R+d}\right) \cdot \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} + (k_1 \cdot h) \right] \right]}. \quad (24)$$

Знаменатель дроби (24) можно упростить. Для этого, в первую очередь, пренебрежём слагаемыми порядка  $\sim \frac{h}{R+d}$ . Далее, сравним слагаемые во внутренних квадратных скобках и соотнесём их в терминах реальных характеристик электромагнитных процессов:

$$\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \ll |k_1(p)h| \Rightarrow h \gg \frac{1}{\sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \gamma_2}} \Rightarrow h \gg \frac{\delta_2}{\sqrt{2}}, \quad (25)$$

$$\sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}} \gg |k_1(p)h| \Rightarrow h \ll \frac{1}{\sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \gamma_2}} \Rightarrow h \ll \frac{\delta_2}{\sqrt{2}}, \quad (26)$$

где  $\delta_2$  – эффективная глубина проникновения поля в металл внешней оправки,  $\delta_2 = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \gamma_2}}$ .

В режиме "относительно больших" воздушных зазоров, соответствующем условию (25),

$$G_2(p) \approx \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{1+p \cdot T}, \quad (T = \tau_1 \cdot \frac{h}{d}). \quad (27)$$

Оригинал выражения (27) есть экспонента. Подставляя её в формулу (23) и раскрывая свёртку, получаем:

$$H_2(t) = \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{T} \cdot \int_0^t H_1(\eta) \cdot e^{-\frac{t-\eta}{T}} \cdot d \eta. \quad (28)$$

Для "сверхмалых" воздушных зазоров, соответствующим условию (26),

$$G_2(p) \approx \frac{\sqrt{\frac{R}{R+d}}}{1 + \sqrt{\tau_2} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot \sqrt{p}} \leftrightarrow G_2(t) \approx a \cdot \sqrt{\frac{R}{R+d}} F(t), \quad (29)$$

где  $\tau_2 = \mu_0 \cdot \gamma_2 \cdot d^2$ ;  $a = \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot \frac{1}{\tau_2}}$ ;

$$F(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} - a \cdot e^{a^2 t} \cdot \operatorname{erfc}(a \cdot \sqrt{t}) \right).$$

Подставляя (29) в (23), как и ранее, получаем:

$$H_2(t) = a \cdot \sqrt{\frac{R}{R+d}} \cdot \int_0^t H_1(t-\eta) \cdot F(\eta) \cdot d \eta. \quad (30)$$

Характерная временная зависимость поля в индукторных системах с достаточной степенью точности может быть представлена экспоненциально затухающей синусоидой –  $H_1(t) \approx H_m \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ,  $H_m$  – амплитуда,  $\delta$  – декремент затухания,  $\omega$  – циклическая частота [1,4].

Подставим в свёртки (28) и (30) принятую временную функцию  $H_1(t)$ . Интегрирование проведём, зафиксировав верхний предел интегрирования моментом  $t = \frac{\pi}{2 \cdot \omega}$ , соответствующим первому максимуму действующего магнитного поля.

В конечном итоге, получаем формулы для вычисления амплитудного значения напряжённости поля, диффундировавшего сквозь металл тонкостенной заготовки, при её "раздаче" по форме металлической оправки:

а) при  $h \gg \frac{\delta_2}{\sqrt{2}}$ ,

$$H_{2m} = H_{1m} \cdot \frac{1 + (\omega T) \cdot e^{-\frac{\pi}{2(\omega T)}}}{1 + (\omega T)^2}; \quad (31)$$

б) при  $h \ll \frac{\delta_2}{\sqrt{2}}$ ,

$$H_{2m} = H_{1m} \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{R}{R+d}} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad (32)$$

где  $\delta_0 = \frac{\delta}{\omega}$  – относительный декремент затухания;

$$\Phi\left(\frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp(-\delta_0(\frac{\pi}{2} - \eta)) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \eta}} - \alpha \cdot \exp(\alpha^2 \eta) \cdot \operatorname{erfc}(\alpha \sqrt{\eta}) \right] d \eta; \quad \alpha = \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot \frac{1}{\omega \tau_1}}.$$

Отметим один из аспектов практического использования полученных результатов.

В процессе магнитно-импульсного деформирования трубчатой заготовки величина воздушного зазора между ней и внешней оправкой может изменяться от "относительно большой" до "сверхмалой", вплоть до нуля.

Для ясности уточним, что величина начального зазора выбирается в зависимости от вида производственной операции. Например, при сварке он должен быть достаточно большим. В конечном же итоге, сварка означает взаимную диффузию пограничных слоёв сочленяемых объектов, то есть зазор исчезает вообще.

В этой связи формулы (31) и (32) позволяют оценивать амплитудные значения характеристик диффузионных процессов в начальный и конечный моменты процесса "раздачи" трубчатой металлической заготовки по форме внешней проводящей оправки. А поскольку речь идёт о тонкостенном металле, то эта оценка даст возможность установить появление или не появление, в конечном итоге, известного эффекта "магнитной подушки", который может стать значительным препятствием в осуществлении заданной производственной операции.

Для иллюстрации полученных расчётных соотношений рассмотрим операцию по сборке автомобильных кузовных конструкций, где для взаимной фиксации элементов в местах сочленения вместо аргоно-дуговой сварки применялось магнитно-импульсное воздействие.

В качестве примеров рассмотрим раздачу полых трубчатых заготовок из немагнитной стали (электропроводность  $\gamma = 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ ) с размерами: внутренний радиус –  $R_3 = 25$  мм, толщина стенок –  $d = 1$  мм.

Параметры индуктора: одновитковый, общая длина рабочей зоны –  $l_p = 8$  мм (выбирается из требования обеспечить максимум давления на участке ~ 4...6 мм), внутренний и внешний радиусы –  $R_1 = 22$  мм,  $R_2 = 24$  мм.

Если раздача производится на внешний элемент из диэлектрика, касательная компонента вектора магнитного поля сквозь металл трубы практически не проникает (количественно этот факт определяется выражением (17)) и электродинамические процессы в индукторной системе протекают, так же как и в режиме резкого поверхностного эффекта. Силовое воздействие на обрабатываемую заготовку максимально.

Экспериментальным подтверждением данного вывода являются фотографии модельного магнитно-импульсного сочленения элементов несущей кузовной конструкции автомобиля концерна "Volkswagen", приведенные на рис.2.



а)



б)

Рис.2. Узел рамы для кузова автомобиля концерна "VW", составляющие которого зафиксированы магнитно-импульсной раздачей внутреннего элемента

В эксперименте имело место свободное расширение. В нашей терминологии – это раздача на диэлектрическую оправку. Действие сил магнитного давления изменило форму и размеры поперечного сечения внутреннего полого профиля (из плохо проводящего, но достаточно лёгкого сплава). В результате чего, последний был зафиксирован в окне внешне-металлического профиля.

При раздаче на проводящую оправку диффузионные эффекты становятся весьма значимыми. В рамках настоящего примера ограничимся лишь вычислением параметров диффузии и связанных с этим явлением поправок в амплитудах и распределениях силового воздействия на обрабатываемый объект.

В функциональной зависимости от величины воздушного зазора между заготовкой и оправкой эти

амплитуды можно рассчитать с помощью формул (31) и (32).

Как следует из расчётов, представленных графически на рис.3, при уменьшении воздушного зазора между заготовкой и внешним металлическим элементом растёт амплитуда проникшего магнитного поля, что означает уменьшение амплитуд сил давления с 17% до 39%.

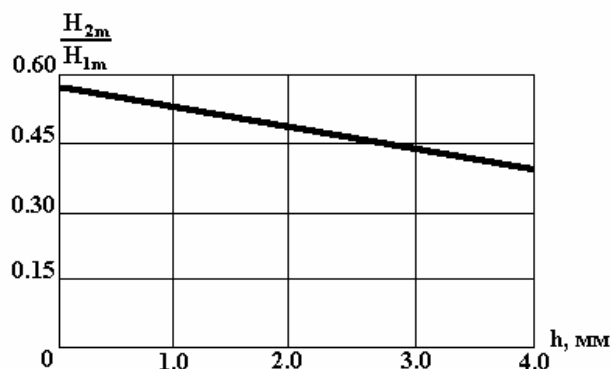


Рис.3. Относительная напряжённость магнитного поля, проникшего сквозь трубчатую стальную заготовку при раздаче на внешнюю металлическую оправку

Сравнение результатов настоящих вычислений с аналогичными величинами, рассчитанными для режима резкого поверхностного эффекта, наглядно иллюстрирует роль диффузионных эффектов при обработке прозрачных для действующего поля проводящих заготовок.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Батыгин Ю.В., Лавинский В.И. Магнитно-импульсная обработка тонкостенных металлов. Харьков: Изд. "МОСТ-Горнадо". 2002. – 284 с.
- [2] Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Электромагнитные процессы в индукторной системе для штамповки печатных плат. // Электричество. 2001, №12, с.44-48.
- [3] Batygin Yu.V., Lavinsky V.I., Electromagnetic processes in an inductor system for stamping printed-circuit boards. // Electrical Technology Russia. 2001. #4, p.129-136.
- [4] Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. – Харьков: Вища школа. 1977. – 190 с.
- [5] Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М: Изд. "Наука". 1977. – 342с.
- [6] Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике. М: Изд. "Наука". 1973. – 832с.

Поступила 08.12.2003