

## К ПРОБЛЕМЕ РАСЧЕТА СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ МАГНИТОПРОВОДА НА ОБМОТКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Кузьмин В.В., д.т.н., проф., Шлатенко В.С.  
НИИ "Электротяжмаш"  
Украина, 61055, Харьков, пр-т Московский, 299  
тел. (0572) 95-66-81, e-mail: kuzmin@spetm.com.ua

*Виконано порівняльний аналіз наслідків застосування нетрадиційних теоретичних засобів вирішення проблеми розрахунку силового впливу магнитопроводу на обмотки електрических машин, коли у зоні розташування обмоток індукція магнітного поля дорівнює нулю ("парадокси трансформатора та генератора").*

*Выполнен сравнительный анализ результатов применения нетрадиционных теоретических подходов к решению проблемы расчета силового воздействия магнитопровода на обмотки электрических машин, когда в зоне расположения обмоток индукция магнитного поля равна нулю ("парадоксы трансформатора и генератора").*

### ВВЕДЕНИЕ

Из довольно большого ряда неразрешённых парадоксов, присущих современной теоретической электротехнике [1], "парадокс трансформатора" и "парадокс генератора" наиболее приближены к запросам практики, вследствие чего их обсуждение и попытки разрешения не теряют актуальности и по сей день.

Для машин традиционной конструкции речь идёт о том, что э.д.с. наводится в обмотках, в районе расположения которых отсутствует "классическое" вихревое магнитное поле ( $B = 0$ ). Кроме того, из опыта известно, что на якорную обмотку электрической машины не действуют тангенциальные силы от момента нагрузки. Другими словами э.д.с. наводится, а силовых воздействий – нет.

На первом этапе решения этой проблемы внимание уделялось выяснению механизма наведения э.д.с. в обмотке при  $B = 0$ . Здесь "камнем преткновения" являлось фарадеевское представление о том, что э.д.с. в обмотке наводится только вследствие пересечения проводников силовыми линиями магнитного поля  $B$ . Откуда следовало, что при  $B = 0$  согласно уравнению Максвелла  $\operatorname{rot} \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial t$  не действует принцип "вихревое магнитное поле порождает вихревое электрическое", т.е. процесс наведения э.д.с. не реализуется.

Был выдвинут ряд гипотез [2, 3] согласно которым вне замкнутого магнитопровода трансформатора при питании первичной обмотки переменным током возникает вихревое магнитное поле.

В [4] нами показано, что и на переменном токе вне длинного (замкнутого) соленоида поле векторного потенциала остаётся безвихревым.

Столь же несостоятельны попытки доказать, что в пазу электрической машины э.д.с. наводится тем же фарадеевским механизмом за счёт того, что силовые линии  $B$  в пазу движутся с большей скоростью, чем в зубцах, сохраняя неизменным соотношение  $B \cdot v = \text{const}$ .

Например, если магнитопровод выполнен из анизотропной стали, то при индукции в нём порядка 1 Тл в прилегающих слоях зоны расположения обмотки индукция имеет порядок несколько мкТл, т.е. практически равна нулю. В мощном турбогенераторе ок-

ружная скорость перемещения поля индуктора составляет 200 м/с; для той же эффективности силовые линии индукции в пазу должны перемещаться с релятивистской скоростью, что лишено физического смысла. С другой стороны, "силовая линия" с почти нулевым значением индукции не может существовать в пакете силовых линий рабочего поля индуктора.

Впрочем, надобность в описанных попытках спасти консервативные представления о механизме наведения э.д.с. в рассматриваемых случаях начисто отпадает, если перейти к более реальной и физически непротиворечивой концепции, согласно которой "переменное во времени соленоидальное поле вектора  $\bar{A}$  порождает такого же типа переменное поле вектора  $\bar{E}$ " в полном соответствии с известным уравнением

$$\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}.$$

Гораздо сложнее найти решение второй части рассматриваемой проблемы. С момента открытия эффекта Ааронова-Бома [5] не прекращаются попытки найти теоретические подходы к расчёту силовых взаимодействий элементов тока в соленоидальном поле вектора  $\bar{A}$ , т.е. в тех же условиях, когда  $B = 0$ .

За последние годы было экспериментально обнаружено много фактов макрофизического проявления аналогичных эффектов. В [6] отмечено, что попытки объяснения эффекта Ааронова-Бома на базе квантово-механических представлений противоречат данным макрофизических экспериментов и часто приводят к неверным физическим предсказаниям.

Настоящая статья посвящена поиску теоретических подходов к расчёту силовых взаимодействий в соленоидальном поле вектора  $\bar{A}$ .

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ

Наряду с "каноническими" классическими уравнениями силовых взаимодействий в магнитном поле – законом Лоренца

$$\bar{F}_{12} = q_2 (\bar{v}_2 \times \bar{B}_1), \quad (1)$$

– и законом Ампера

$$d\bar{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} (d\bar{l}_2 \times (d\bar{l}_1 \times \bar{r})), \quad (2)$$

известны также пять нетрадиционных уравнений силовых взаимодействий элементов тока или зарядов:

- симметрированный закон Ампера

$$d\bar{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} \left[ -2(\bar{dl}_1 \cdot \bar{dl}_2) \bar{r} + \frac{3}{r^2} (\bar{dl}_1 \cdot \bar{r})(\bar{dl}_2 \cdot \bar{r}) \right], \quad (3)$$

- модифицированный закон Ампера по Николаеву

$$d\bar{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} (\bar{dl}_2 \times (\bar{dl}_1 \times \bar{r})) - I_2 \operatorname{div} \bar{A} (\bar{I}_1 \cdot \bar{dl}_1) d\bar{l}_2, \quad (4)$$

- модифицированный закон Ампера по нашим предложениям

$$d\bar{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3} \left[ \bar{dl}_2 \times (\bar{dl}_1 \times \bar{r}) + \bar{dl}_1 \times (\bar{dl}_2 \times \bar{r}) \right], \quad (5)$$

- закон Лоренца-Маринова по [6]

$$\begin{aligned} \bar{F}_{12} = q_2 \bar{E}_1 - q_2 \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial t} + q_2 (\bar{v}_2 \times \operatorname{rot} \bar{A}) - \\ - q_2 \bar{v}_2 \operatorname{div} \bar{A}_2 - \left( \bar{v}_2 \frac{q_2}{2v_2^2 r^3} \times \right. \\ \left. \times \int_V (q_1 \bar{v}_1 \times \bar{v}_2) (\bar{r} \cdot \bar{v}_2) \right) - \\ - \bar{v}_2 \cdot \frac{q_2}{2v_2^2 r^3} \int_V (q_1 \bar{v}_1 \times \bar{v}_2) (\bar{r} \times \bar{v}_2). \end{aligned} \quad (6)$$

И, наконец, соотношение, основанное на расширении сферы применения известного закона

$$\bar{F}_{12} = q_2 \bar{E}_1 = -q_2 \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial t}$$

за счёт перехода от частной к общей производной по времени, которая включает в себя вектор-градиент поля  $\bar{A}$  в направлении движения заряда  $q_2$  со скоростью  $v_2$

$$\begin{aligned} \bar{F}_{12} = q_2 \bar{E}_1 = -q_2 \frac{d\bar{A}_1}{dt} = \\ = -q_2 \left[ \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + (\bar{v}_2 \operatorname{grad} \bar{A}) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Известно, что вне длинного соленоида, питаемого постоянным током, поле векторного потенциала описывается уравнением [4]

$$\bar{A} = \frac{\mu_0 i R^2}{2X} e_\phi, \quad (8)$$

где  $i$  - поверхностная плотность тока в обмотке в аксиальном направлении ( $A/m$ ),  $R$  - радиус обмотки соленоида,  $X$  - радиальная координата.

Нетрудно видеть, что в данном случае

$$\bar{B} = \operatorname{rot} \bar{A} = 0,$$

т.е. поле имеет безвихревой характер, вследствие чего согласно (1) и (2) вне соленоида никакие силы не должны действовать на движущийся заряд (элемент тока).

Рассмотрим, что дают в такой ситуации расчёты по альтернативным подходам (3) - (7) в поле  $\bar{A}$ , на-

пример, для элемента тока  $I_2 d\bar{l}_2$  расположенного параллельно оси  $Y$  (рис. 1).

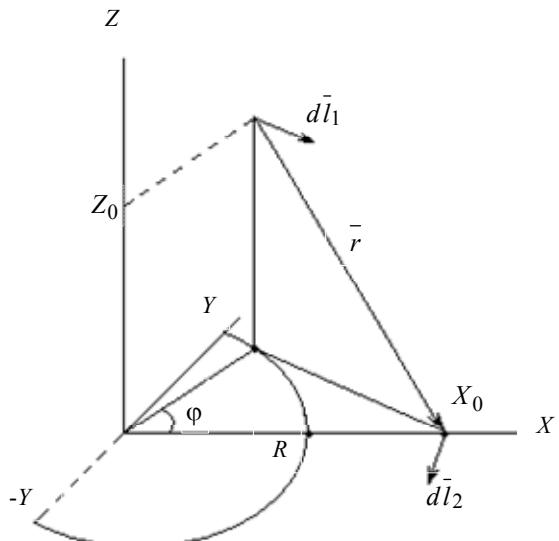


Рис. 1

В правовинтовой системе основные векторные элементы равны

$$\begin{aligned} d\bar{l}_1 &= dl_1 \left( \sin\varphi \hat{i} - \cos\varphi \hat{j} \right), \\ d\bar{l}_2 &= dl_2 \left( -\hat{j} \right), \\ \bar{r} &= (X - R \cos\varphi) \hat{i} - R \sin\varphi \hat{j} - Z_0 \hat{k}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $dl_1 = Rd\varphi$ .

При равномерно навитой обмотке соленоида ( $n$  витков на метр длины) и запитке её постоянным током  $i_f$  линейная плотность тока по оси составит

$$i = ni_f,$$

а элемент тока будет равен

$$I_1 d\bar{l}_1 = idZ R d\varphi. \quad (10)$$

Перейдём к системе безразмерных координат относительно  $R$

$$\begin{aligned} X_0 &= x_0 R, X = xR, Y = yR, Z = zR, dZ = dzR; \\ Z_0 &= hR; r = \rho R; dl_1 = Rd\varphi, dl_2 = Rdy. \end{aligned} \quad (11)$$

Прежде чем приступить к расчётом по (3)-(7) отметим следующее. В силу того, что

- расчёты внешних сил по (1) и (2) дают нулевой результат,

- во внешнем поле соленоида

$$\bar{E} = 0, \operatorname{rot} \bar{A} = 0, \operatorname{div} \bar{A} = 0, \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = 0$$

результаты расчётов по (4) обращаются в нуль, в (5) остаётся только второе слагаемое в квадратных скобках, а в (6) – только два последних слагаемых.

Итак, для рассматриваемого случая в расчёт следует брать формулу (3), вторые слагаемые формул (5) и (7), а также последние два слагаемых формулы (6).

Учитывая тождество

$$I_i d\bar{l}_i \equiv q_i v_i, \quad (12)$$

переходя к безразмерным параметрам (11) и вводя константу

$$k = \frac{\mu_0 i_1 R I_2 dy}{4\pi} \quad (13)$$

с учётом направленности базовых векторов (9), приходим к следующему представлению упомянутых формул для радиальных составляющих  $dF_{12x}$

$$dF_{12x} = k \frac{dz d\varphi}{\rho^3} \left[ -2 \begin{pmatrix} x \cos \varphi \\ -\cos^2 \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ \rho^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^2 \sin^2 \varphi \\ -x \sin^2 \varphi \cos \varphi \end{pmatrix} \right] \quad (14.1)$$

по формуле (3);

$$\begin{aligned} dF_{12x} &= k \frac{dz d\varphi}{\rho^3} (\cos^2 \varphi - x \cos \varphi) \equiv \\ &\equiv -k \frac{dz d\varphi}{\rho^3} \sin^2 \varphi \end{aligned} \quad (14.2)$$

по (5);

$$dF_{12x} = -k \frac{dz d\varphi}{\rho^3} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{2} \quad (14.3)$$

по закону (6).

Используя подход к интегрированию выражений (14), описанный в [4] и учитывая, что

$$\int_0^\infty \frac{dz}{(z^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{1}{b^2}, \quad \int_0^\infty \frac{dz}{(z^2 + b^2)^{5/2}} = \frac{2}{3b^4} \quad (15)$$

где  $b^2 = 1 + x^2 - 2x \cos \varphi$ , приходим к следующим выражениям для искомых сил взаимодействия:

$$F_{12} = \frac{4k}{x(x^2 - 1)} [\pi + 1 + (\pi - 1)(x^2 + x)] \quad (16.1)$$

по (3);

$$F_{12} = -2k \frac{\pi}{x^2} \quad (16.2)$$

по (5);

$$F_{12} = -k \frac{\pi}{x^2} \quad (16.3)$$

по (6).

Кроме того, ряд авторов [6] предполагал использовать понятие вектор-градиента в поле  $A$  для расчёта сил взаимодействия этого поля с зарядом  $q_2$  движущимся со скоростью  $v_2$

$$F_{12} = -q_2 [(\bar{v}_2 \operatorname{grad}) \bar{A}], \quad (17)$$

что представляет собой правую часть формулы (7).

Нетрудно показать, что с учётом введённых обозначений на базе (8) последнее соотношение даёт результат

$$F_{12} = -\frac{\mu_0 i_1 R I_2 dy}{2x^2} = -2k \frac{\pi}{x^2}, \quad (18)$$

который полностью совпадает с (16.2).

Результаты расчёта силовых взаимодействий для законов (16.1) - (16.3) сведены в таблицу.

Таблица

Силовые взаимодействия элементов тока	Закон		
	По (3)	По (5) и (18)	По (6)
$x = 1$	$\infty$	-6.28	-3.14
$x = 1.1$	+71.4	-5.19	-2.60
$x = 1.5$	+26.6	-2.79	-1.40
$x = 2$	+11.3	-1.57	-0.79
$x = 3$	+4.98	-0.70	-0.35
$x = 5$	+2.28	-0.25	-0.13

В связи с тем, что силовые взаимодействия по (3) и качественно и количественно резко расходятся с двумя другими, для дальнейшего анализа остановимся на законе (16.2).

Сначала определим характер силового взаимодействия "бесконечно длинных" соленоидов различной конфигурации.

Наиболее простой для анализа представляется пара "бесконечно длинный цилиндр - токонесущая плоскость шириной  $\pm y_0$ " (рис. 2). Здесь сила действия цилиндра на элемент тока в плоскости на единицу её относительной длины  $dz$  составит

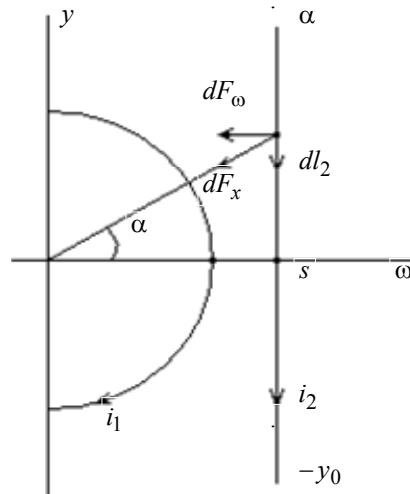


Рис. 2

$$\begin{aligned} dF(dz)_\omega &= 2k_2 \int_0^{y_0} F_{12}(x) \cos \alpha dy = -4k_2 \pi \times \\ &\times \int_0^{y_0} \frac{s dy}{(s^2 + y^2)^2} = -4k_2 \frac{\pi y_0}{s \sqrt{s^2 + y_0^2}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $k_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 R^2}{4\pi}$ ;  $x^2 = s^2 + y^2$ , а для плоскости с током, имеющей конечные размеры  $\pm h$  по длине сила взаимодействия равна

$$F(h)_\omega = 2h F(z)_\omega. \quad (20)$$

Для более сложной конфигурации пары цилиндров одинакового диаметра (рис. 3) при условии, что первый (левый) цилиндр – "бесконечно длинный" сила на элемент длины  $dz$  второго цилиндра равна

$$\begin{aligned}
dF(dz)_{\omega} &= 2k_2 \int_0^{\pi} [F_{12}(x) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha + \psi) d\psi] = \\
&= -4k_2 \int_0^{\pi} \frac{\pi(s^2 + 1) \cos \psi - s \cos^2 \psi - s}{(1 + s^2 - 2s \cos \psi)^2} d\psi, \quad (21) \\
&= -\frac{2k_2 \pi^2}{s(s^2 - 1)},
\end{aligned}$$

а для второго цилиндра конечных размеров  $\pm h$

$$F(h)_{\omega} = 2h F(z)_{\omega}.$$

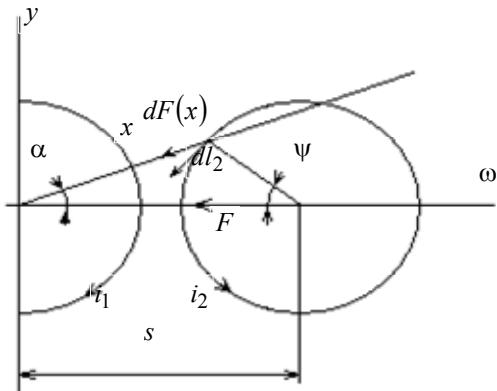


Рис. 3

Если же и левый цилиндр (источник поля) также имеет конечные размеры  $\pm h$  по высоте, то силовое поле источника становится несимметричным по оси  $U = uR$  (рис. 4) вследствие чего выражение (15) значительно усложняется. Интегрирование по оси аппликат вместо (15) приходится вести по несимметричным пределам

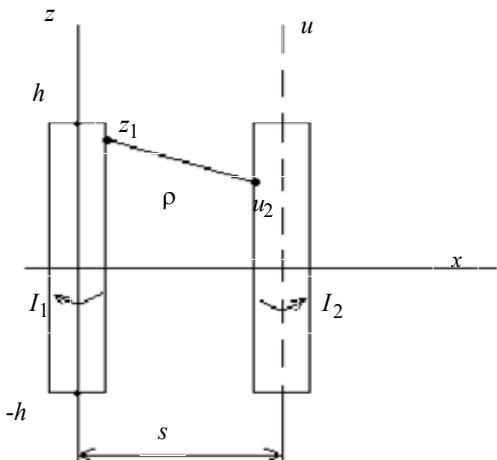


Рис. 4

$$\begin{aligned}
\int_{-h-u}^{h-u} \frac{dz}{(z^2 + b^2)^{3/2}} &= \\
&= \frac{1}{b^2} \left( \frac{h-u}{\sqrt{(h-u)^2 + b^2}} - \frac{-(h+u)}{\sqrt{(h+u)^2 + b^2}} \right). \quad (22)
\end{aligned}$$

На оси  $U = uR$ , параллельной оси  $Z$ , полоска поверхности второго соленоида площадью  $S = 2h d\phi$ , обтекаемая током с линейной плотностью  $i_2$  и перпендикулярная оси  $x$ , будет притягиваться с усилием

$$\begin{aligned}
dF(x) &= \frac{\mu_0 i_1 i_2 R^2}{4\pi} \times 2 \int_0^{\pi} \sin^2 \psi d\psi \times \\
&\times \frac{1}{b^2} \int_{-h}^h \left( \frac{h-u}{\sqrt{(h-u)^2 + b^2}} + \frac{h+u}{\sqrt{(h+u)^2 + b^2}} \right) du = \quad (23) \\
&= C_1 \int_0^{\pi} \frac{\sqrt{4h^2 + b^2} - b}{b^2} \sin^2 \psi d\psi,
\end{aligned}$$

где  $C_1 = \mu_0 i_1 i_2 R^2 / \pi$ ,  $b^2 = 1 + s^2 - 2x \cos \psi$ .

Интеграл (23) не может быть представлен в виде аналитической функции аргумента  $x$ , и поэтому для вычисления требует применения методов численного интегрирования.

Таким же способом приходится определять и силу взаимодействия рассматриваемых соленоидов конечных размеров

$$F = 2 \int_0^{\pi} dF(x) \cos \alpha \cos(\alpha + \psi) d\psi, \quad (24)$$

где  $x = \sqrt{1+s^2 - 2s \cos \psi}$ ,  $\alpha = \arcsin(\sin \psi / x)$ .

Ответ на вопрос о том, какое из рассмотренных нетрадиционных соотношений (16) ближе к истине, должен дать эксперимент, проведение которого нами планируется в ближайшее время.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Николаев Г.В. Современная электродинамика и причины её парадоксальности. - Томск, 2003.
- [2] Брон О. Электромагнитное поле как вид материи. - М., 1964.
- [3] Боев В.М., Грибская Е.А., Лавриненко О.В. "Электротоническое состояние" и закон электромагнитной индукции Фарадея. - Електротехніка і електромеханіка. - 2004, № 4.
- [4] Кузьмин В.В., Шпатенко В.С. К проблеме нелокального действия магнитного поля на обмотки электрических машин. "Електроінформ", 2005, № 1.
- [5] Физическая энциклопедия. - М, 1989-1998, т.1.
- [6] Маринов С. Является ли эффект Ааронова-Бома эффектом Ааронова-Бома? Сб. Трудов III МНТК "Проблемы пространства, времени, тяготения". - С.Пб. "Политехника", 1995.

Поступила 18.10.2006