

# БАЗОВЫЕ УРАВНЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА Ш-ОБРАЗНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА

Загирняк М.В., д.т.н., проф.

Кременчугский государственный политехнический университет имени Михаила Остроградского  
Украина, 39614, Полтавская область, Кременчуг, ул. Первомайская, 20

Бранспиз М.Ю.

Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля  
Украина, 91034, Луганск, квартал Молодежный, 20-а, ВНУ им. В. Даля, кафедра электротехники

*Отримано основні співвідношення між геометричними, магнітними та електричними параметрами Ш-подібного електромагніту, які дають можливість розв'язання задачі його синтезу.*

*Получены основные соотношения между геометрическими, магнитными и электрическими параметрами Ш-образного электромагнита, которые позволяют решить задачу его синтеза.*

## ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваются Ш-образные электромагниты с осевой симметрией (электромагнитная шайба). Они нашли широкое применение в современном промышленном производстве, в частности на погрузочно-разгрузочных работах. На рис. 1 показаны основные элементы конструкции таких электромагнитов и их геометрические размеры. Определение этих размеров, наряду с электрическими параметрами обмотки намагничивания, и представляет собой задачу синтеза электромагнита. При этом электромагнит должен удовлетворять некоторому условию, соответствующему его функциональному назначению: обеспечение определенной подъемной силы.

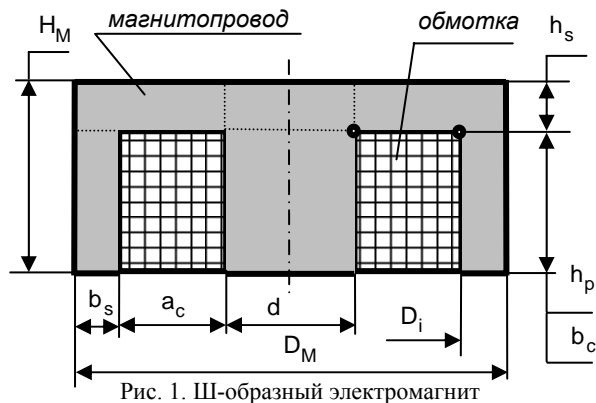


Рис. 1. Ш-образный электромагнит

В настоящее время в теории электрических аппаратов имеются общие методики решения задачи синтеза электромагнитов, которые представляют собой последовательность таких расчетов [1, 2]:

- определение магнитодвижущей силы обмотки намагничивания, обеспечивающей заданное значение параметра, определяющего функциональное назначение электромагнита (напряженность или индукция магнитного поля, магнитный поток, пондеромоторная сила);
- определение размеров обмоточного окна для обмотки намагничивания и размеров магнитопровода;
- определение электрических параметров обмотки намагничивания и параметров электрического провода (сечение провода, число витков).

Практическая реализация этих расчетов предполагает предварительное задание некоторых геометрических размеров электромагнита, кроме габаритных размеров. Это обуславливает некоторый произвол расчетчика при непосредственном решении задачи синтеза электромагнита. Как следствие, в настоящее время нельзя указать такую общую методику решения задачи синтеза электромагнитов, которую можно было бы применить к электромагниту любого типа без ограничений. Собственно, снятие соответствующих ограничений в частных случаях расчета какой-либо конкретной электромагнитной системы и представляет основную трудность при решении задачи синтеза для этой системы. Как следствие, непосредственное использование известных общих методик решения задачи синтеза для электромагнитов рассматриваемого типа (Ш-образные электромагниты) затруднительно.

Что же касается возможности использования известных методик решения задачи синтеза, разработанных для отдельных видов электромагнитов, то относительно них можно заметить, что в нашем случае они могут дать лишь общую последовательность расчета (ведь те или иные конкретные соотношения этих методик для рассматриваемого электромагнита будут другими). Причем эта общая последовательность расчета просто совпадает с указанной последовательностью расчетов, даваемой общими методиками решения задачи синтеза электромагнитов в теории электрических аппаратов.

Следует указать также на еще одну возможность решения задачи синтеза. А именно, многократное решение задачи анализа заданной электромагнитной системы с подбором численных значений параметров электромагнита, которые удовлетворяют условию создания заданного значения определяющего функционального параметра. Но этот подход является достаточно трудоемким (например, при численном расчете магнитного поля с помощью соответствующих программных продуктов [3]) и требует разработки рациональной стратегии подбора.

В данной работе показано, что для электромагнитных шайб можно все же указать такой порядок расчета, который позволяет достаточно просто и однозначно определить все его геометрические и электрические параметры.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

С этой целью предварительно учтем, что на основе цепей размеров в аксиальном и радиальном направлениях (без учета технологических зазоров) для основных геометрических размеров системы (размеры  $D_M$ ,  $d$ ,  $D_i$ ,  $b_s$ ,  $H_M$ ,  $h_s$ ,  $h_p$ ,  $b_c$  и  $a_c$  на рис. 1) имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} b_s &= 0,5(D_M - D_i), & D_i &= d + 2a_c, \\ h_s &= H_M - h_p, & h_p &= b_c. \end{aligned}$$

Если принять, что габариты электромагнита  $D_M$  и  $H_M$  заданы, то, поскольку приведенных уравнений имеется только четыре, для однозначного определения оставшихся семи размеров (размеры  $d$ ,  $D_i$ ,  $b_s$ ,  $h_s$ ,  $h_p$ ,  $b_c$  и  $a_c$ ) необходимо:

- либо задать предварительно численные значения трех размеров (соответствующие комбинации из трех размеров, очевидно, не должны содержать размеры, входящие все сразу в одно из приведенных геометрических соотношений);

- либо дополнить эти четыре соотношения еще тремя соотношениями, связывающими между собой геометрические размеры электромагнита.

Первая из указанных возможностей соответствует отмеченному выше произволу расчетчика при непосредственном решении задачи синтеза электромагнита. Поэтому эта возможность не может быть принята как основа общего решения задачи синтеза для рассматриваемого электромагнита.

Что же касается второй из указанных возможностей, то при ее реализации будем иметь семь соотношений, которые можно рассматривать как систему уравнений относительно неизвестных семи геометрических размеров (размеры  $d$ ,  $D_i$ ,  $b_s$ ,  $h_s$ ,  $h_p$ ,  $b_c$  и  $a_c$ ). При этом ввиду равенства числа неизвестных числу уравнений, ясно, что такая система уравнений имеет однозначное решение, которое, если его удастся найти, и будет искомым решением задачи синтеза рассматриваемого электромагнита (причем, однозначным решением).

Таким образом, все сводится к необходимости определения дополнительных соотношений между геометрическими размерами рассматриваемого электромагнита. Причем ясно, что эти искомые дополнительные соотношения не могут быть произвольными, а должны, очевидно, учитывать особенности физических процессов, происходящих в электромагните.

В качестве таких физических процессов, очевидно, следует рассматривать: процесс распределения магнитного потока в системе; тепловые процессы, вызванные прохождением электрического тока в обмотке намагничивания. При этом соответствующее рассмотрение необходимо осуществлять так, чтобы всегда имелась возможность определить вводимые дополнительные параметры, характеризующие указанные физические процессы.

Установление соответствующих этим процессам дополнительных соотношений и порядка их применения (чтобы задача синтеза имела решение, приемле-

мое для практического применения) и является решаемой далее задачей.

## 2. УСЛОВИЕ РАВЕНСТВА ПЛОЩАДЕЙ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗА МАГНИТОПРОВОДА

Прежде всего, учтем, что магнитопровод электромагнита служит для того, чтобы направлять магнитный поток без потерь в его рабочую зону (пространство под центральным полюсом, рис. 1). Для этого, очевидно, достаточно, чтобы площадь сечения магнитопровода по всей длине пути магнитного потока была одинаковой и равной площади сечения центрального полюса. Соответствующий путь замыкания основного магнитного потока по железу магнитопровода показан на рис. 2 (светлые стрелки).

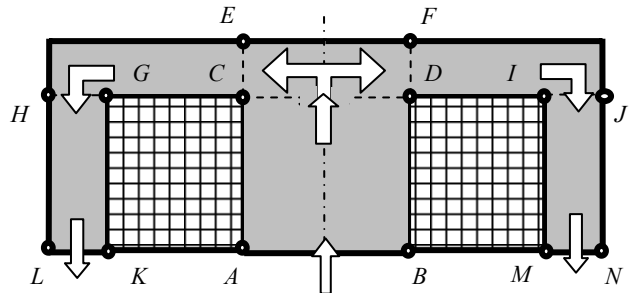


Рис. 2. Путь замыкания магнитного потока по магнитопроводу Ш-образного электромагнита

На рис. 2 указаны также основные сечения, для которых должно быть обеспечено равенство их площадей:

- сечения главного полюса у его основания и на торце (соответственно, сечения  $CD$  и  $AB$ ), площади которых определяются выражением

$$S_{\text{circle } AB} = S_{\text{circle } CD} = \pi \frac{d^2}{4};$$

- сечение диска магнитопровода, образующее боковую поверхность цилиндра  $CDEF$ , площадь которой определяется выражением

$$S_{\text{cylinder } CDEF} = \pi d h_s;$$

- сечение боковых полюсов у основания и у торца, образующие кольцевые поверхности, соответственно,  $HGIJ$  и  $LKMN$ , площади которых определяются выражением

$$S_{\text{ring } HGIJ} = S_{\text{ring } LKMN} = \pi \frac{D_M^2}{4} - \pi \frac{D_i^2}{4}.$$

Из равенства площадей указанных сечений, то есть из равенств

$$\begin{aligned} S_{\text{circle } AB} &= S_{\text{circle } CD} = S_{\text{cylinder } CDEF} = \\ &= S_{\text{ring } HGIJ} = S_{\text{ring } LKMN}, \end{aligned}$$

можно записать следующих два независимых уравнения связи геометрических размеров рассматриваемой системы

$$\begin{aligned} \pi \frac{d^2}{4} &= \pi d h_s, \\ \pi \frac{D_M^2}{4} - \pi \frac{D_i^2}{4} &= \pi \frac{d^2}{4}. \end{aligned}$$

Первое из этих уравнений дает соотношение

$$h_s = 0,25d,$$

а второе уравнение может быть переписано (с учетом равенства  $D_i = D_M - 2b_s$ , рис. 1) в виде

$$4b_s^2 - 4D_M b_s + d^2 = 0,$$

который можно рассматривать как квадратное уравнение относительно размера  $b_s$ , что позволяет записать его решение в виде соотношения

$$b_s = 0,5 \left( D_M - \sqrt{D_M^2 - d^2} \right).$$

при записи которого учтено, что размер  $b_s$  не может быть больше чем  $0,5D_M$ , иначе тогда будем иметь отрицательное значение для размера диаметра центрального полюса  $d$ .

Таким образом, объединяя полученные решения с приведенными выше геометрическими соотношениями (полученными на основе цепей размеров), можно получить следующие шесть соотношений, связывающих между собой девять геометрических параметров рассматриваемой системы:

$$h_s = 0,25d, \quad b_s = 0,5 \left( D_M - \sqrt{D_M^2 - d^2} \right),$$

$$a_c = 0,25 \left( D_M + \sqrt{D_M^2 - d^2} \right) - 0,5d,$$

$$b_c = H_M - 0,25d, \quad h_p = H_M - 0,25d,$$

$$D_i = 0,5 \left( D_M + \sqrt{D_M^2 - d^2} \right).$$

Если заданы габаритные размеры  $D_M$  и  $H_M$  Ш-образного электромагнита, то, как видно из формы записи этих соотношений, они позволяют, определить остальные его геометрические размеры через один размер – диаметр центрального полюса  $d$ . То есть для однозначного решения задачи синтеза Ш-образного электромагнита достаточно установить размер центрального полюса, соответствующий условию обеспечения электромагнитом заданной подъемной силы.

### 3. РАСЧЕТНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ДИАМЕТРА ЦЕНТРАЛЬНОГО ПОЛЮСА

Из изложенного выше следует, что диаметр  $d$  центрального полюса должен быть таким, чтобы в магнитопроводе электромагнита можно было создать такой магнитный поток, который обеспечил бы требуемую подъемную силу. Причем этот магнитный поток не должен создавать магнитного насыщения в железе магнитопровода (общее условие для электромагнитов различного назначения [1, 2])

Последнее условие можно удовлетворить, если индукция магнитного поля в железе полюса будет менее такого значения, при котором магнитная проницаемость железа имеет максимальное значение. То есть индукция магнитного поля в железе полюса не должна превышать некоторого предельного допустимого значения  $B_0$  (для литейной стали, которая используется в производстве подъемных электромагнитов, предельное значение индукции составляет  $\sim 1.5$  Тл). Это предельное значение индукции и примем в

качестве расчетного значения индукции в центральном полюсе электромагнита.

Далее примем, что подъемная сила электромагнита  $F_0$  в общем случае определяется по формуле [1, 2]

$$F_0 = 0,5\mu_0^{-1} B_p^2 S_p,$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $B_p$  – индукция магнитного поля на поверхности полюсов;  $S_p$  – суммарная площадь рабочей поверхности полюсов электромагнита.

Тогда, учитывая, что для рассматриваемого электромагнита

$$S_p = S_{circle\ ABJ} + S_{ring\ LKMN} = 2S_{circle\ ABJ},$$

а также принимая для него (в пренебрежении различия индукции на поверхности центрального полюса и в самом центральном полюсе, что является допустимым для рабочего состояния электромагнита)

$$B_p = B_0,$$

для расчета подъемной силы в нашем случае можно записать следующую формулу

$$F_0 = k_s \mu_0^{-1} B_0^2 S_{circle\ AB},$$

где  $k_s$  – коэффициент, учитывающий уменьшение рабочего магнитного потока с поверхности  $S_{ring\ LKMN}$  за счет рассеивания.

В результате, для диаметра центрального полюса из последней формулы для силы  $F_0$  несложно получить следующее выражение

$$d = 2B_0^{-1} \sqrt{(F_0 \mu_0) / (\pi k_s)},$$

которое позволяет однозначно определять диаметр центрального полюса по заданной подъемной силе и известным магнитным свойствам железа полюса (определяют индукцию  $B_0$  и коэффициент  $k_s$ ).

Таким образом, если заданы габариты электромагнитной шайбы  $D_M$  и  $H_M$ , то имеется возможность однозначного определения основных геометрических размеров ее, обеспечивающих заданную подъемную силу  $F_0$  (определяем сначала диаметр центрального полюса, а затем определяем все остальные размеры электромагнита).

### 4. ОБ УРАВНЕНИЯХ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ И ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА

Известные размеры электромагнита позволяют решить однозначно и задачу определения магнитодвижущей силы обмотки намагничивания. В частности, это можно сделать на основе метода магнитных цепей.

Так, например, если пренебречь падением магнитного потенциала в железе магнитопровода и принять, что полный магнитный поток  $\Phi_0$  в рассматриваемой системе определяется выражением (здесь  $IW_0$  – магнитодвижущая сила обмотки намагничивания, а  $\Lambda_\Sigma$  – суммарная магнитная проводимость воздушных промежутков между полюсами электромагнита)

$$\Phi_0 = \Lambda_\Sigma IW_0,$$

то, учитывая, что магнитный поток в этом случае определяется также выражением

$$\Phi_0 = B_0 \frac{\pi d^2}{4},$$

для магнитодвижущей силы обмотки намагничивания несложно получить следующее расчетное выражение

$$IW_0 = \frac{\pi}{4} \frac{d^2}{\Lambda_\Sigma(d)} B_0,$$

в котором суммарная магнитная проводимость  $\Lambda_\Sigma$  обозначена как функция диаметра центрального полюса  $\Lambda_\Sigma(d)$ , поскольку эта проводимость определяется геометрическими размерами магнитопровода электромагнита, которые выше выражены все через диаметр  $d$ .

При этом проводимость  $\Lambda_\Sigma(d)$  может быть определена, например, известным методом фигур Ротерса [2], применение которого в рассматриваемом случае дает

$$\Lambda_\Sigma(d) = \Lambda_S + \Lambda_W + \Lambda_C,$$

где

$$\Lambda_S = 2\pi\mu_0 \frac{h_p}{\ln(D_i/d)}, \quad \Lambda_W = \mu_0 \frac{d^2}{D_i + b_s},$$

$$\Lambda_C = \mu_0 \frac{2}{2 + \pi} (d + a_c).$$

Если же учесть падение магнитного потенциала в железе магнитопровода, используя одноконтурную схему замещения магнитной цепи, то для расчета магнитодвижущей силы обмотки намагничивания можно получить (на основе применения закона полного тока к контуру, проходящему по пути основного магнитного потока [1, 2]) следующее расчетное выражение

$$IW_0 = \frac{\pi}{4} d^2 B_0 \left( \frac{1}{\Lambda_\Sigma(d)} + \frac{l_f(d)}{\mu(B_0)} \right),$$

где  $\Lambda_\Sigma(d)$  – та же суммарная магнитная проводимость воздушных промежутков между полюсами электромагнита, которая была использована выше;  $\mu(B_0)$  – магнитная проницаемость железа магнитопровода для принятого значения  $B_0$  индукции в железе;  $l_f(d)$  – длина магнитопровода по пути основного магнитного потока, которая может быть представлена через геометрические размеры магнитопровода как сумма (рис. 1, 2)

$$l_f(d) = 2h_p + a_c + h_s + 0,5d + 0,5b_s,$$

которая является функцией размера  $d$ , поскольку через него выше выражены все размеры электромагнита (кроме габаритных размеров), что и отображено в форме записи длины  $l_f(d)$ .

Следует отметить, что согласно разработанной в настоящее время теории магнитных цепей [1, 2] независимо от сложности принятой эквивалентной схемы магнитной цепи, ее расчет представляет собой решение одного уравнения (уравнение магнитной цепи). Ведь любая разветвленная эквивалентная схема маг-

нитной цепи может быть сведена к одноконтурной схеме замещения.

Заметим также, что решение уравнения магнитной цепи представляет собой уже задачу анализа электромагнитной системы (ее электромагнитный расчет, который при известных размерах системы может быть осуществлен стандартными аналитическими или численными методами).

Также стандартными методами может быть при этом (известное значение  $IW_0$ ) решена и задача определения обмоточных данных обмотки намагничивания (сечение провода при заданном напряжении), решение которой основывается на соответствующей записи уравнения теплового равновесия в рассматриваемом электромагните. В этой связи укажем на практическую возможность отсутствия решения уравнения теплового равновесия, означающую, что в заданном габарите нельзя обеспечить требуемое значение магнитодвижущей силы обмотки намагничивания.

В заключение отметим, что, если рассматривать полученные соотношения между параметрами электромагнитной шайбы как уравнения ограничений, то ее расчет может быть осуществлен как решение некоторой задачи оптимизации (например, для критерия минимума потребляемой электроэнергии). Разработка методики решения такой оптимизационной задачи является целью дальнейшей работы авторов.

## ВЫВОДЫ

Задача синтеза Ш-образного электромагнита при заданных габаритах его, может быть сведена к однозначному расчету характерных геометрических размеров электромагнита, позволяющих обеспечить заданную подъемную силу. При этом однозначно (с использованием стандартных методик) определяются и соответствующие электрические параметры обмотки намагничивания.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Никитенко А.Г., Пеккер И.И. Расчет электромагнитных механизмов на вычислительных машинах. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 216 с.
- [2] Электрические и электронные аппараты/ Под ред. Ю.К. Розанова. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 752 с.
- [3] Meeker D. Finite element method magnetics: User manual. – <http://femm.berlios.de>. – 2003. – 79 p.

Поступила 10.09.2007