

Е.И. Байда

К ВОПРОСУ ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ЗАМЕНЫ ЧАСТИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКОПРОВОДА МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ

У статті розглянуто питання еквівалентності заміни частини трифазного струмопроводу крапковим джерелом поля у вигляді магнітного моменту. Доведено, що в загальному випадку така заміна не є еквівалентною, а розрахунки поля по вказаній методиці без урахування цілої низки обмежень, може приводити к суттєвим помилкам.

В статті розглядається питання об еквівалентності заміни частини трифазного токопроводу точечним джерелом поля в вигляді магнітного моменту. Показано, що в загальному випадку така заміна не еквівалентна, а розрахунок магнітного поля по вказаній методиці без урахування певного набору обмежень, може приводити к суттєвним помилкам.

Расчеты магнитного поля занимают значительное место в электромеханике. Как правило, такие расчеты проводятся на основании уравнений Максвелла. Однако существуют методы, основанные на ряде допущений, позволяющие упростить расчет магнитного поля. Один из таких методов основан на использовании магнитного момента. Данный метод предполагает замену реального источника поля сосредоточенным. В литературе [1] обосновывается такая замена для любого замкнутого контура с током при расположении расчетной точки поля на значительном удалении от источника поля. В статье [2] проведен сравнительный анализ такой замены и определены расстояния, при которых расчет поля может быть проведен при помощи магнитного момента с известной ошибкой.

Анализ литературы последних лет позволяет сделать вывод, что при помощи магнитного момента проводятся расчеты поля для структур, которые в действительности не являются замкнутыми контурами [3, 5]. При этом в статьях не указываются критерии эквивалентности такой замены что, по мнению автора, является существенным упущением. Целью данной статьи является: проверка адекватности замены участка трехфазного токопровода точечным источником магнитного поля путем решения задачи по определению напряженности магнитного поля в контрольных точках пространства при помощи векторного магнитного потенциала и магнитного момента с дальнейшим сравнительным анализом полученных результатов; теоретическая проверка данных, полученных в результате изучения магнитофазного эффекта.

Постановка задачи: провести расчет магнитного поля различными методами при принятых ниже допущениях с последующим сравнительным анализом полученных результатов.

Допущения: токопроводы выполнены из парамагнитного материала; окружающее пространство линейно и однородно; токоведущие шины представлены в виде линейных источников тока; частота тока 50 Гц.

На рис. 1 показана расчетная система для участка трехфазного токопровода.

Известно [1], что значение векторного магнитного потенциала может быть получено на основании формулы:

$$\vec{e}_y \cdot A_y = \frac{\mu_0 \cdot i}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{-L}^L \frac{d\vec{l}}{r} = \vec{e}_y \cdot \frac{\mu_0 \cdot i}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{-L}^L \frac{dy}{r}, \quad (1)$$

где \vec{e}_y – орт; A_y – компонента векторного магнитного потенциала; i – ток соответствующей фазы; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

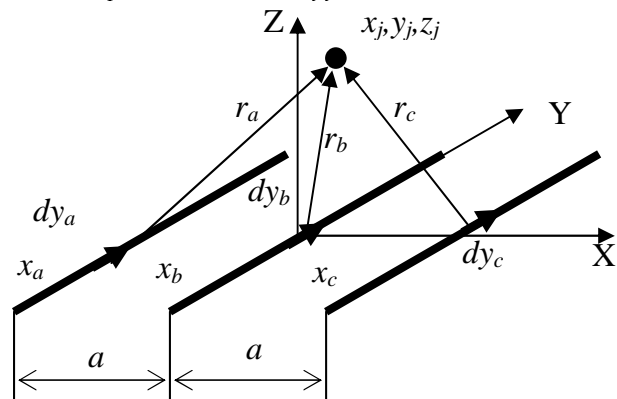


Рис. 1. Первая расчетная схема:

r – расстояние от элемента тока idy соответствующей фазы до точки наблюдения x_j, y_j, z_j ; x_a, x_b, x_c – координаты фазных проводников

Напряженность магнитного поля определяется по формуле:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \text{rot} \vec{A} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left(-e_x \cdot \frac{\partial A_y}{\partial z_j} - e_y \cdot 0 + e_z \cdot \frac{\partial A_y}{\partial x_j} \right), \quad (2)$$

где \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля, индекс j относится к координатам точки наблюдения.

В силу линейности системы суммарная напряженность поля определяется по методу суперпозиции.

Рассмотрим расчет поля при помощи магнитного момента. На рис. 2 показано расположение контуров и векторов магнитных моментов так, как это приведено в [3].

На рис. 2 показаны два контура, образованные отрезками шины длиной $2L$ и перемычками длиной a . Направление магнитного момента связано с вектором площади, который определяется положительным направлением обхода контура. Следовательно:

$$\vec{M}_{AB} = \vec{S}_{AB} \cdot (i_B - i_A); \vec{M}_{BC} = \vec{S}_{BC} \cdot (i_C - i_B), \quad (3)$$

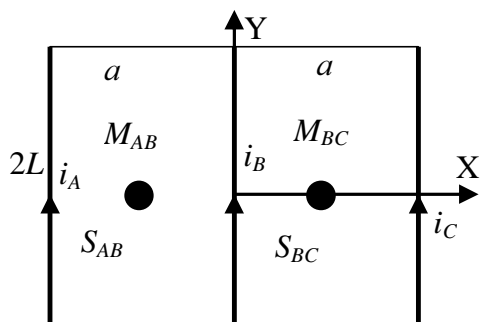


Рис. 2. К определению магнитного момента трехфазной системы: M – магнитный момент; S – площадь контура

В силу линейности системы, суммарный магнитный момент может быть получен на основании принципа суперпозиции и при равенстве площадей:

$$\vec{e}_z \cdot M_z = \vec{e}_z \cdot S \cdot (-i_A + i_C), \quad (4)$$

где $S = 2 \cdot L \cdot a$.

Данный результат получен несколько иным путем, чем в [3], но полностью ему аналогичен.

На рис. 3 показана эквивалентная схема замещения трехфазной системы шин магнитным моментом.

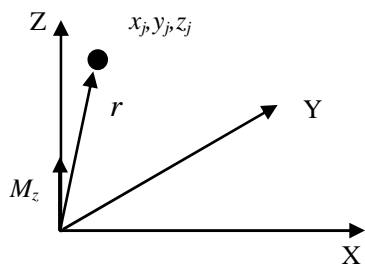


Рис. 3. Эквивалентная расчетная схема замещения трехфазной системы

Скалярный потенциал магнитного поля определится через магнитный момент по формуле:

$$U = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{\vec{M} \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{M_z \cdot z_j}{(x_j^2 + y_j^2 + z_j^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (5)$$

где U – скалярный магнитный потенциал.

В силу потенциальности поля, напряженность определится:

$$\vec{H} = -\text{grad}U, \quad (6)$$

где \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля.

Подставляя (3) в (4) можно получить компоненты поля по осям Декартовой системы координат:

$$\vec{H}_M = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{3 \cdot M_z \cdot z_j \cdot x_j}{(x_j^2 + y_j^2 + z_j^2)^{\frac{5}{2}}}, \frac{3 \cdot M_z \cdot z_j \cdot y_j}{(x_j^2 + y_j^2 + z_j^2)^{\frac{5}{2}}}, \frac{3 \cdot M_z \cdot z_j^2}{(x_j^2 + y_j^2 + z_j^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{M_z}{(x_j^2 + y_j^2 + z_j^2)^{\frac{3}{2}}} \right], \quad (7)$$

Выражения для компонент напряженности магнитного поля, определенных через векторный магнитный потенциал не приводятся ввиду их громоздкости, но они могут быть легко получены при помощи систем компьютерной алгебры [4].

На первом этапе, не прибегая к расчетам и сравнивая выражения (2) и (7) можно заключить, что напряженность поля H_y в (2) всегда равна нулю (при принятой ориентации проводников и расположении системы координат), а в (7) – только если одна из двух координат точки наблюдения будет равна нулю. В случае равенства координат точки наблюдения, компоненты поля по осям X и Y будут равны, чего не может быть ($H_y=0$). Исходя из рис. 2 и (3) в случае равенства токов шин (постоянный ток; переменный ток, совпадающий по фазе), магнитное поле исходя из (4) должно отсутствовать, что не наблюдается.

Численные расчеты подтверждают сделанные предположения.

Ниже приведен расчет компонент поля для действующего значения тока фаз равного 10 кА в установившемся синусоидальном режиме в плоскости ZX ($Y=0$), полученный двумя методами. Расчетные точки показаны на рис. 4 и имели координаты ($x_j=10, y_j=0, z_j=10$).

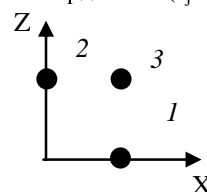


Рис. 4. Координаты расчетных точек

Данные расчета приведены в табл. 1.

Как следует из табл. 1 значения модуля поля совпадают только в контрольной точке 3, хотя значения компоненты H_z и отличаются по направлению. В случае если расчеты проводятся вне плоскости ZOX , модули магнитного поля не совпадают.

В табл. 2 показаны значения компонент поля и его модуля с координатами $x_j=10, y_j=10, z_j=10$.

Таблица 1

Расчет поля в контрольных точках				
Точка		1	2	3
Традиционный метод	H_x	0	-0.01- $I*0.018$	-0.37+ $I*0.22$
	H_y	0	0	0
	H_z	1.39- $I*0.85$	-0.71+ $I*0.41$	0.13- $I*0.07$
Метод магнитного момента	H_{mx}	0	0	-0.37+ $I*0.22$
	H_{my}	0	0	0
	H_{mz}	0.71- $I*0.41$	-1.43+ $I*0.83$	-0.13+ $I*0.07$
Модуль поля	$ H $	1.64	0.82	0.46
	$ H_m $	0.82	1.65	0.46

Таблица 2

Расчет поля в контрольных точках		
Точка		4
Традиционный метод	H_x	-0.14+ $I*0.08$
	H_y	0
	H_z	0.0012+ $I*0.0014$
Метод магнитного момента	H_{mx}	-0.14+ $I*0.08$
	H_{my}	-0.14+ $I*0.08$
	H_{mz}	0
Модуль поля	$ H $	0.16
	$ H_m $	0.23

Из теории [1] известно, что значение магнитного момента не должно зависеть от координат точки на-

блюдения. Для выяснения этого вопроса, необходимо задавшись значением компонент магнитного поля в контрольных точках полученных на основании (2), решить систему линейных уравнений относительно неизвестных магнитных моментов. Такая система в векторной форме может быть записана в виде:

$$\vec{H} = \frac{3 \cdot (\vec{M} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}, \quad (8)$$

где \vec{H} – вектор известных значений напряженности поля в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} и рассчитанный по уравнениям Максвелла; \vec{M} – вектор неизвестных магнитных моментов.

Необходимо отметить, что в уравнении (8) компоненты вектора \vec{H} по осям являются комплексными значениями для трехфазной системы в стационарном режиме. Результаты расчета вектора магнитного момента для значений поля, полученного по (2) в контрольных точках (см. рис. 4) приведены в табл. 3.

Значения модулей магнитного момента в зависимости от координат точки наблюдения приведены в табл. 4.

Таблица 3

Расчет магнитного момента для контрольных точек

Точка	1	2	3	4
M_x	0	$133+I*231$	$6706-I*3871$	$4540-I*2587$
M_y	0	0	0	$-4461+I*2679$
M_z	$-17587+I*10768$	$-4471+I*2581$	$-11132+I*6582$	$-4540+I*2587$

Таблица 4

Модули магнитного момента для контрольных точек

Точка	1	2	3	4
$ M $	20622	5170	15074	9038

Как следует из табл. 3, 4 значения магнитного момента и его модуля зависят от координаты точки наблюдения. Кроме того, из полученных данных следует, что поле системы трехфазных шин не удастся представить при помощи однокомпонентного магнитного момента.

Следовательно, в указанной выше постановке задачи, замена отрезка трехфазного токопровода замкнутыми контурами (магнитным моментом) представляется недостаточно обоснованной.

Продолжением данной тематики является исследование результатов эксперимента по магнитофазному эффекту [5], который заключается в изменении магнитного момента прямоугольной рамки изготовленной из проводникового материала и находящейся в магнитном поле шин трехфазного токопровода (рис. 5) при изменении последовательности чередования фаз (с А-Б-С на С-Б-А). Этот результат и был проверен теоретически.

На основании (1, 2) можно рассчитать векторный магнитный потенциал и напряженность магнитного поля в плоскости рамки. Определим магнитный поток через индукцию и площадь рамки:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (9)$$

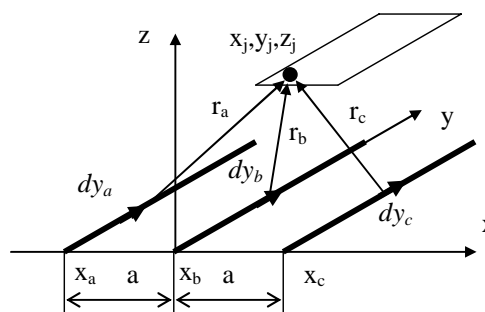


Рис. 5. Рамка в магнитном поле

Тогда ЭДС контура в установившемся синусоидальном режиме определится на основании:

$$E = -j \cdot \omega \cdot \Phi, \quad (10)$$

где ω – круговая частота.

ЭДС рамки может быть получена более простым путем на основании теоремы Стокса:

$$\Phi = \iint_S \text{rot}(\vec{A}) \cdot d\vec{S} = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l}. \quad (11)$$

Уравнения (9, 11) идентичны. Рассчитав ЭДС и определив полное сопротивление рамки, можно определить ток рамки и ее магнитный момент. Такие расчеты были проведены и полученные результаты несколько отличаются от данных полученных в [5]. Расчеты проводились при следующих исходных данных: длина фазных проводников – $L=1$ м; расстояние между проводниками $a=0,5$ м; высота расположения рамки 30 мм; размеры рамки – $20*30$ мм; амплитудное значение фазных токов 1000 А.

Результаты расчета ЭДС для прямой и обратной последовательности чередования фаз показаны в табл. 5.

Таблица 5

Результаты расчета наведенной в рамке ЭДС

Чередование фаз	ЭДС В		
	Комплекс	Модуль	Угол рад
Прямое	$-5.81*10^{-5}+I*1*10^{-4}$	$1.16*10^{-4}$	2.09
Обратное	$5.81*10^{-5}+I*1*10^{-4}$	$1.16*10^{-4}$	1.04

Как следует из табл. 5 модули ЭДС равны. При изменении чередования фаз меняется только начальный угол отсчета ЭДС.

Для определения тока в рамке необходимо определить ее полное сопротивление:

$$Z_r = R_r + j \cdot \omega \cdot L_r, \quad (12)$$

где Z_r – полное сопротивление рамки; R_r – активное сопротивление; L_r – индуктивность рассеяния.

Индуктивность рамки определяется по формуле:

$$L_r = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \left[a_r \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot a_r \cdot b_r}{r_r \cdot (a_r + d_r)} \right) + b_r \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot a_r \cdot b_r}{r_r \cdot (b_r + d_r)} \right) - 2 \cdot (a_r + b_r - d_r) \right] + \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot (a_r + b_r), \quad (13)$$

где a_r, b_r – размеры рамки.

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $a_r = 20 \cdot 10^{-3}$ м; $b_r = 30 \cdot 10^{-3}$ м; $r_r = 1 \cdot 10^{-3}$ м; $L_r = 0.98 \cdot 10^{-8}$ Гн; $R_r = 5,73 \cdot 10^{-4}$.

Результаты расчета тока рамки приведены в табл. 6.

Таблица 6

Расчет тока, наведенного в рамке		Ток А		
Чередование фаз		Комплекс	Модуль	Угол рад
Прямое		$-0.1 + j \cdot 0.176$	0.203	2.089
Обратное		$0.1024 + j \cdot 0.175$	0.203	1.041

Результаты расчета подтверждают предыдущий результат – изменение чередования фаз приводит к изменению только начальной фазы тока, но модуль величины остается неизменным.

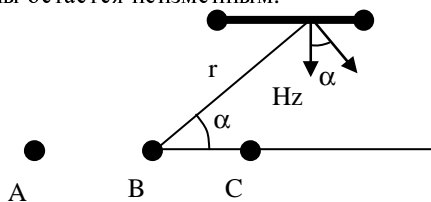


Рис. 6. Рамка в поле бесконечных шин

Подтверждение этого результата можно получить еще более простым путем, приняв, что шины токопровода имеют бесконечную длину. Согласно рис. 6, напряженность поля в плоскости рамки от одного проводника будет:

$$H_z = -\frac{i}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \cos(\alpha). \quad (14)$$

Тогда значение магнитного потока, пронизывающего рамку:

$$\Phi = \mu_0 \cdot a_r \cdot \int_{x_0}^{x_0+b_r} H_z \cdot dx_j, \quad (15)$$

где Φ – магнитный поток; H_z – суммарная напряженность поля в плоскости рамки; x_0 – начальная координата, a_r, b_r – размеры рамки.

Расчеты, проведенные по (14-15), подтверждают полученный ранее результат – изменение чередования фаз токопровода не изменяет амплитудное значение магнитного потока, наведенной ЭДС и ток в рамке. Изменяется только начальная фаза процесса. На рис. 7 показаны графики изменения наведенной ЭДС в относительных единицах при изменении чередования фаз.

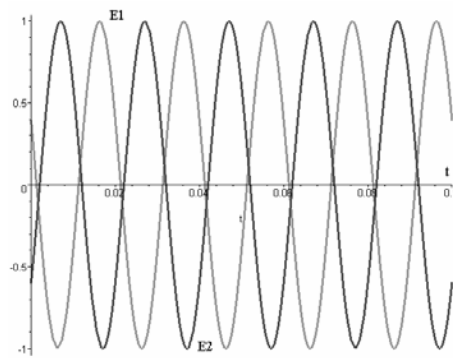


Рис. 7. Значения наведенной ЭДС: E1 – ЭДС прямого чередования фаз; E2 – ЭДС при обратном чередования фаз

ВЫВОДЫ

Замена отрезков трехфазного токопровода замкнутыми контурами с магнитным моментом недостаточно обоснована. Расчет наведенной ЭДС в рамке тремя различными способами показывает отсутствие магнитофазного эффекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники. В двух томах. – М.: Энергия, 1966. – 407 с.
2. Байда Е.И. К вопросу о возможности расчета электромагнитных полей в электрических машинах и аппаратах при помощи магнитного момента // Вестник Национального технического университета "ХПИ". Сборник научных трудов. "Проблемы совершенствования электрических машин и аппаратов". – 2005. №48. – С. 3-10.
3. Лупиков В.С., Крюкова Н.В., Гелярская О.А., Король Е.Г., Варшамова И.С., Гиль Л.А., Деркач В.В. Анализ магнитных моментов трехфазных источников поля // Электротехника и электромеханика. – 2006. – №4. С. 47-51.
4. В. Дьяконов. Maple 6: учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 608 с.
5. Лупиков В.С., Крюкова Н.В., Гетьман А.В., Рудас Ю.О., Ерисов А.В., Ивлева Л.Ф. Экспериментальное подтверждение магнитофазного эффекта для трехфазного электрооборудования // Вестник Харьковского Национального технического университета НТУ "ХПИ". – 2008. – №40. – С. 84-94.

Поступила 25.11.08

Байда Евгений Иванович, канд. техн. наук
Национальный технический Университет
"Харьковский политехнический институт"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе 21, НТУ "ХПИ",
кафедра "Электрические аппараты"
тел. (057) 707-69 76, mailto:baida@kpi.kharkov.ua