

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДВОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

У магнітогідродинамічному наближенні розроблено замкнену математичну модель і виконано аналіз просторово-часових процесів електричного розряду у воді. Наведено порівняння результатів моделювання з результатами відомих експериментальних досліджень.

В магнітогідродинаміческом приближении разработана замкнутая математическая модель и выполнен анализ пространственно-временных процессов электрического разряда в воде. Представлено сравнение результатов моделирования с результатами известных экспериментальных исследований.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач изучения процессов электрического разряда в жидкости, является исследование взаимосвязи пространственно-временных электродинамических, тепловых и гидродинамических процессов, что в конечном итоге определяет эффективность практического использования этого явления в ряде разрядно-импульсных технологий [1].

При пробое межэлектродного промежутка в воде образуется плазменный канал, в который вводится энергия накопителя. Она расходуется на повышение внутренней энергии плазмы и преобразуется в энергию светового излучения, механическую работу ударной волны и движения среды. Расширяясь в жидкости, плазменный канал после окончания диссипации в нем электрической энергии трансформируется в пульсирующую парогазовую полость. Длительность времени ввода электрической энергии в плазму для характерных режимов разряда составляет приблизительно 10^{-6} - 10^{-4} с.

Следует отметить, что характеристики канала разряда в воде распределены в пространстве неравномерно. В публикациях прошлых лет [2] отмечается, что удельная электропроводность плазмы, осредненная по сечению канала электрического разряда в воде, существенно выше, чем рассчитанная по значениям измеренной поверхностной температуры. При этом попытки обосновать неравномерность распределения температуры и удельной электропроводности в плазме разряда [3-5] на ранних стадиях исследования не были строгими, поскольку не учитывали весь комплекс нестационарного взаимодействия электродинамических, гидродинамических и теплофизических процессов, происходящих в ней.

Поэтому целью настоящей работы является усовершенствование математической модели [1] для расчета пространственно-временных процессов во всей области межэлектродного промежутка с должным учетом такого взаимодействия.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ВОДЕ

Ввиду зарегистрированной экспериментально существенной неравномерности распределения характеристик электрических разрядов (удельной электропроводности плазмы, плотности тока, температуры,

напряженности электрического и магнитного поля, давления и т.д.) в плазме канала и за ее пределами возможности количественного анализа характеристик разряда в приближениях, предполагающих однородность канала, ограничены. В этом случае для анализа пространственно-временных процессов электрического разряда необходимо применение математического аппарата теории поля, в частности магнитогидродинамического приближения. Согласно ему математическая модель должна включать три группы уравнений: уравнения электромагнитного поля, уравнения гидродинамики – неразрывности и количества движения и уравнения термодинамики, включающие уравнения энергии и теплового потока. Такой подход позволяет корректно учесть взаимодействие электромагнитных, газодинамических и термодинамических процессов, сопровождающих преобразование электрического разряда в плазме канала разряда.

В работе рассмотрен важный, с практической точки зрения, случай электрического разряда в разрядном контуре с емкостным накопителем энергии в камере осевой симметрии (рис. 1). На рис. 1 обозначено: C – емкость конденсаторной батареи; R, L – активное сопротивление шин и паразитная индуктивность контура. Вдоль оси камеры расположены электроды. Стенка камеры служит обратным токопроводом, образуя вместе с межэлектродным промежутком коаксиальную конструкцию.

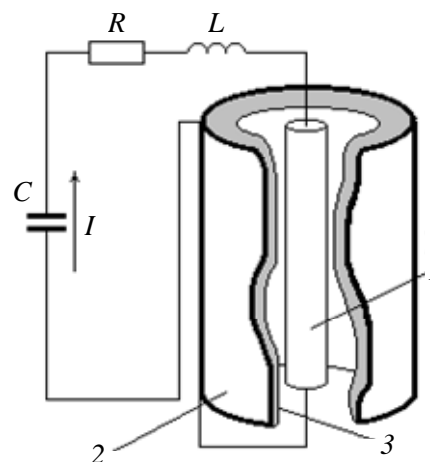


Рис. 1. Схема замещения разрядного контура с емкостным накопителем энергии: 1 – канал разряда; 2 – обратный токопровод; 3 – внутренняя стенка разрядной камеры

Если длина канала разряда намного превышает его радиус, процессы в межэлектродном промежутке можно считать одномерными. Поэтому уравнения электродинамики, записанные в лагранжевых координатах без учета токов смещения, имеют вид

$$i = \rho \cdot \frac{\partial(r \cdot H)}{\partial s}; \quad \mu_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H}{\rho \cdot r} \right) = \frac{\partial E}{\partial s}, \quad (1)$$

где i – плотность тока; t – время; ρ – плотность среды; E , H – напряженности электрического и магнитного поля; r – пространственная координата; s – лагранжева координата ($ds = \rho \cdot r \cdot dr$); μ_0 – магнитная постоянная.

Взаимная связь между характеристиками электромагнитного поля и свойствами среды выражается законом Ома в дифференциальной форме, уравнениями для плотности электромагнитной силы f , действующей на элемент объема плазмы, и для удельной объемной мощности q тепловых источников в пересчете на единицу массы:

$$i = \sigma \cdot E; \quad f = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot H}{\rho}; \quad q = \sigma \cdot E^2, \quad (2)$$

где σ – удельная электропроводность среды.

Влияние гидродинамических процессов на электродинамические проявляется через движение среды, которое с одной стороны определяет динамику изменения радиуса токопроводящей области, а с другой – влияет на плотность среды и удельную электропроводность плазмы. Движение среды в межэлектродном промежутке описывается законами сохранения массы и количества движения:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (r \cdot v); \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -r \cdot \frac{\partial p}{\partial s} + f; \quad v = \frac{\partial r}{\partial t}, \quad (3)$$

где v – скорость; p – давление.

Закон сохранения энергии представляет собой уравнение баланса энергии по видам: механической, электромагнитной, тепловой, излучения:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -p \cdot \frac{\partial(r \cdot v)}{\partial s} + q - \frac{\partial W}{\partial s} - Q_V, \quad (4)$$

где ϵ – внутренняя энергия; W – суммарный тепловой поток; Q_V – объемные потери энергии излучением.

Суммарный тепловой поток в лагранжевых координатах определяется выражением:

$$W = -\chi \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial s}, \quad (5)$$

где $\chi = \chi_\epsilon + \chi_m + \chi_R$ – удельная теплопроводность, определяемая суммой удельной электронной χ_ϵ , молекулярной χ_m и лучистой χ_R теплопроводностей соответственно.

Излучением плазмы электрического разряда в воде нельзя пренебрегать уже при температурах $T > 10^4$ К и давлениях $p > 10^5$ Па. В противном случае это приводит к завышению расчетной температуры в несколько раз. Для разрядов в жидкости характерна высокая оптическая плотность плазмы воды во всем спектре частот излучения [6, 7]. В этом случае справедливо приближение лучистой теплопроводности [8]:

$$\chi_R = \frac{16}{3} \cdot \sigma_B \cdot T^3 \cdot l_R, \quad (6)$$

где σ_B – постоянная Стефана-Больцмана; l_R – средняя длина свободного пробега по Росселанду [8].

В конце активной стадии разряда, когда плотность плазмы вследствие ее расширения уменьшена на несколько порядков величины, средняя длина свободного пробега l_R превышает радиус канала, плазма начинает излучать из всего объема. В этом случае в соответствии с [8] объемные потери энергии излучением определяются соотношением:

$$Q_V = \sigma_B \cdot T^4 / l_R. \quad (7)$$

Эти уравнения дополняются разработанным в данной работе широкодиапазонным уравнением состояния воды вида:

$$p = p(\rho, T); \quad \epsilon = \epsilon(\rho, T). \quad (8)$$

Необходимый диапазон термодинамических параметров (8), охватывает область состояний от конденсированного до плазменного. При разработке уравнения состояния в работе использовались данные динамических измерений, статистических исследований, результаты расчетов диссоциации молекул воды, расчеты по соотношениям химического равновесия состояний частичной ионизации и диссоциации [9-12]. Средняя квадратичная ошибка аппроксимации данных составила (3-4 %).

Уравнения (1) – (8) дополнены входящими в них зависимостями коэффициентов теплопроводности и удельной электропроводности от плотности и температуры:

$$\chi = \chi(\rho, T); \quad \sigma = \sigma(\rho, T). \quad (9)$$

Зависимости (9) задавались в расчетах интерполяцией табличных данных [12] с учетом неидеальности плотной низкотемпературной плазмы воды при высоких давлениях (до 10^9 Па) и температурах (до $7 \cdot 10^4$ К).

Сопротивление канала определяется по его локальным характеристикам с использованием соотношения

$$R = \frac{l}{2 \cdot \pi \cdot \int_0^{r_k} \sigma \cdot r \cdot dr}, \quad (10)$$

где r – пространственная координата; r_k – радиус канала; σ – удельная электропроводность плазмы.

Для однозначного определения сопротивления канала необходимо знать его радиус r_k . В связи с этим возникает вопрос о границе канала. Как доказано экспериментально [14], значение радиуса токопроводящей области, определяющее величину сопротивления канала, в общем случае не совпадает со значением регистрируемого экспериментально радиуса светящегося столба. Как показано в [14], радиус токопроводящей области следует определять по кратчайшему расстоянию от оси канала до точки пространственной координаты, в которой удельная электропроводность плазмы меньше максимальной в $e = 2,71$ раза. В дальнейшем в настоящей работе везде, если это не оговорено особо, под радиусом канала подразумевается именно радиус токопроводящего плазменного столба.

В разработанной модели уравнения магнитной

гидродинамики дополнены соответствующими постановке задачи граничными условиями.

В общем случае пространственно-временные процессы в межэлектродном промежутке рассматриваются в области $0 < r < r_T$, где координата $r = 0$ соответствует положению оси канала и разрядной камеры, а $r = r_T$ – границе разрядной камеры, выбираемой из условия ее недостижимости возмущениями среды за интересующее время разряда. В связи с этим краевые условия для уравнений (3) математической модели заданы в виде

$$v(0,t) = 0; \quad v(r_T,t) = 0. \quad (11)$$

Аналогично граничные условия по тепловому потоку определяются выражениями

$$W(0,t) = 0; \quad W(r_T,t) = 0. \quad (12)$$

Краевые условия для уравнений электромагнитного поля (1) на оси и на стенке разрядной камеры (рис. 1) имеют вид:

$$H(0,t) = 0; \quad H(r_T,t) = I(t)/(2 \cdot \pi \cdot r_T), \quad (13)$$

где I – ток канала разряда.

Значение тока в (13) определяется совместным решением уравнений электромагнитного поля с уравнениями внешней электрической цепи [15]:

$$\oint E \cdot dm = -\frac{\mu_0 \cdot l}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{d}{dt} \left[I(t) \cdot \ln \frac{r_T}{r_k(t)} \right]. \quad (14)$$

Таким образом, система уравнений (1) – (14) является математической моделью электрического разряда в жидкости, учитывающей развитие процессов в плазменном канале в пространстве и во времени.

Решение системы (1) – (14) выполнено конечно-разностным методом отдельных прогонок [15].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Численно моделировались пространственно-временные процессы подводного электрического разряда в воде в условиях, близких условиям эксперимента [2]. Параметры разрядного контура установки задавались следующими: емкость батареи конденсаторов – $6 \cdot 10^{-6}$ Ф; начальное напряжение на ней – $2 \cdot 10^4$ В; паразитная индуктивность разрядного контура – $1,1 \cdot 10^{-6}$ Гн; суммарное сопротивление разрядника в открытом состоянии и шин кабельно-коллекторного тракта разрядного контура – $2 \cdot 10^{-3}$ Ом; длина межэлектродного промежутка – $4,5 \cdot 10^{-2}$ м; радиус разрядной камеры – $5,6 \cdot 10^{-2}$ м. При таких параметрах разрядного контура энергия, запасенная в емкостном накопителе, имеет значение 1200 Дж. Канал разряда цилиндрической симметрии полагался сформированным электрическим взрывом тонкого металлического проводника диаметром менее 10^{-5} м. Энергия электрического взрыва пренебрежимо мала в сравнении с полной энергией, выделяющейся в электродной системе во время разряда, а количество металла настолько незначительно, что не может существенно повлиять на характеристики плазмы в межэлектродном промежутке, заполненном водой. В рассматриваемом случае также соблюдается одномерность переходных процессов в разрядной камере в течение активной стадии разряда, поскольку радиус плазменного канала, расширяясь, не

превышает значения нескольких миллиметров, что более чем на порядок меньше его длины.

Следует отметить, что правильность алгоритма программы и численного интегрирования ею системы уравнений в частных производных вида (1) – (10), выбора разностной сетки, соблюдения законов сохранения, скорости сходимости итерационных процессов на каждом шаге по времени была решена ранее [1, 16].

Правильность воспроизведения разработанным численным кодом уравнения состояния воды (8) в широком диапазоне термодинамических параметров при изменении состояния вещества от конденсированного до плазменного следует из S - p диаграммы [9], представленной на рис. 2.

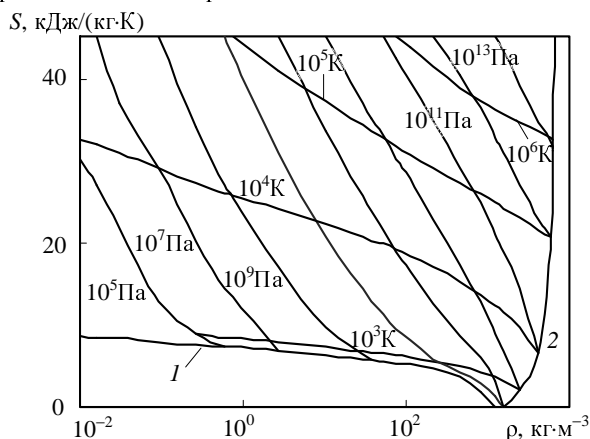


Рис. 2. Результаты тестирования математической модели. Широкодиапазонное уравнение состояния воды: 1 – фазовая граница жидкость-пар; 2 – ударная адиабата

Для проверки соответствия модели процессам на активной стадии электрического разряда в воде результаты расчетов сопоставлялись с данными оптических и электрических измерений характеристик канала разряда [2].

Интегральные характеристики электрического разряда – ток, напряжение на межэлектродном промежутке, сопротивление канала разряда, энергия, выделившаяся в разрядной камере, представлены на рис. 3. При заданных параметрах разрядного контура расчетная амплитуда тока составляет $3,42 \cdot 10^4$ А. Длительность первого периода разряда равна $1,82 \cdot 10^{-5}$ с. Энергия, выделившаяся в межэлектродном промежутке в течение периода разряда имеет значение 900 Дж, что составляет 75 % от запасенной в конденсаторной батарее. В результате импульсного выделения энергии в канале разряда температура плазмы повышается до 60 тысяч градусов на оси канала, что в свою очередь приводит к увеличению давления плазмы, формированию и распространению в окружающее плазменный канал пространство ударной волны.

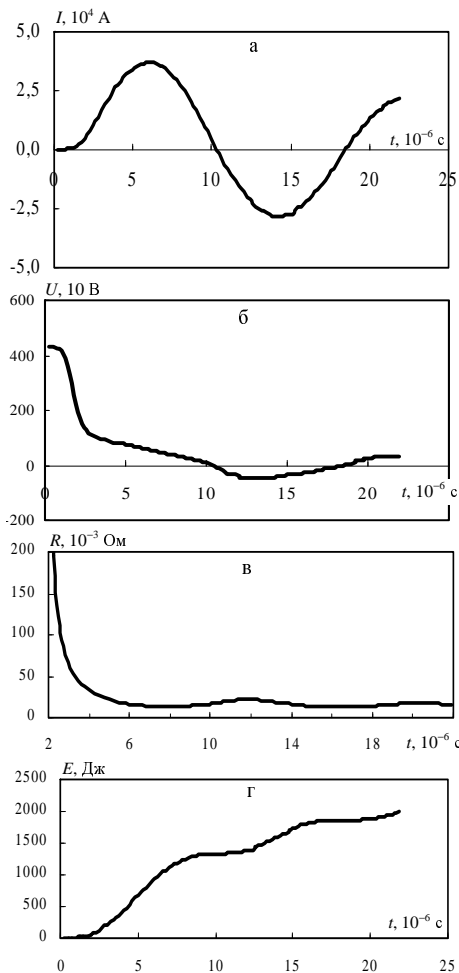


Рис. 3. Интегральные характеристики электрического разряда в воде, отнесенные к единице длины межэлектродного промежутка: а – ток разряда; б – напряжение канала разряда; в – сопротивление канала разряда; г – энергия, выделившаяся в канале разряда

Временные зависимости температуры и давления на оси канала разряда представлены на рис. 4.

Спад температуры и давления в начальные моменты времени (зависимости $T = T(0, t)$ и $p = p(0, t)$) объясняется перестройкой течения после завершения инициированного пробоя, в результате которого в данных условиях область канала разряда с начальным радиусом $r_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ м характеризуется значениями плотности $\rho_0 = 10^2$ кг·м⁻³ и температуры $T_0 = 1,5 \cdot 10^4$ К. Параметры среды в остальной области пространства соответствуют ее конденсированному состоянию.

Сравнение расчетного профиля волны давления в момент 11,5 мкс с данными работы [17] для параметров разрядного контура установки [2] представлены на рис. 5.

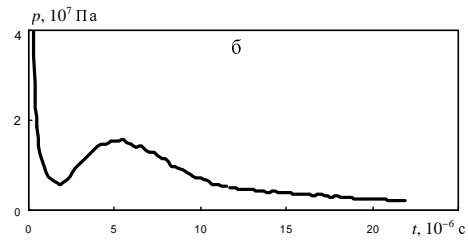
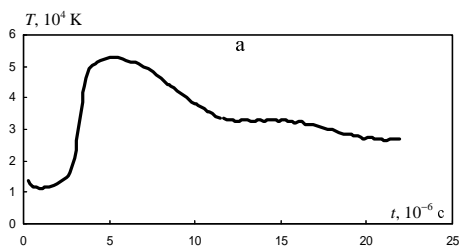


Рис. 4. Временные зависимости температуры (а) и давления плазмы (б) на оси разрядной камеры

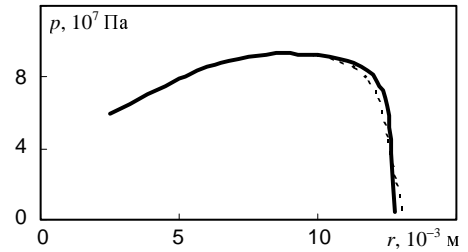


Рис. 5. Сравнение результатов расчета профиля ударной волны (сплошная линия) с результатами работы [17] (пунктирная линия) для параметров разрядного контура установки [2]

Особенностью численного анализа с использованием полностью консервативных разностных схем является возможность моделирования пространственно-временных характеристик разряда в условиях, когда плотность среды в межэлектродном промежутке изменяется в очень широких пределах (на 3-4 порядка). В качестве примера на рис. 6 представлены пространственно-временные характеристики электрического разряда в воде с указанными выше параметрами.

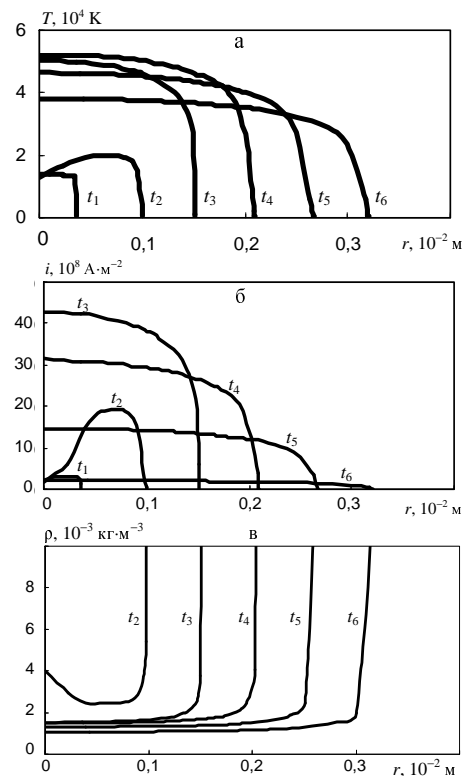


Рис. 6. Пространственно-временное распределение характеристик (а – температура; б – плотность тока; в – плотность среды) плазмы канала разряда в моменты времени, мкс: $t_1 = 0,25$; $t_2 = 2$; $t_3 = 4$; $t_4 = 6$; $t_5 = 8$; $t_6 = 10$

Следует отметить, что характеристики электрического разряда распределены в пространстве неравномерно. Полученные в данной работе расчеты позволяют по распределению плотности и температуры определить количественно длину свободного пробега излучения, которая при заданных параметрах существенно меньше радиуса канала разряда и поэтому аналогично разрядам в плотных газах [8, 16] канал разряда излучает с поверхности, а не из объема. Таким образом, температура на оси канала разряда оказывается в 2-4 раза более высокой, чем измеренная поверхностная температура плазмы у границы канала. Следует также отметить, что к десятой микросекунде после начала разряда плотность плазмы на оси канала уменьшается до значения порядка 1 кг м^{-3} , что в тысячу раз меньше плотности невозмущенной жидкости.

ВЫВОДЫ

В приближении одномерной нестационарной магнитной гидродинамики реализована математическая модель электрического разряда в воде с сохранением баланса энергии в конечно-разностной расчетной схеме, предназначенная для анализа пространственно-временных процессов в плазме электрического разряда. Выполнены модельные расчеты и проведен численный анализ характеристик подводного электрического разряда в разрядной камере осевой симметрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Щерба А.А., Дубовенко К.В. Высоковольтные электро-разрядные компактные системы. – Киев: Наукова думка, 2008. – 270 с.
2. Швец И.С. К определению удельной электропроводности плазмы подводного искрового разряда // Теплофизика высок. температур. – 1980. – Т. 18. – № 1. – С. 1-8.
3. Robinson I.W. Finite-Difference Simulation of an Electrical Discharge in Water // Journal of Applied Physics. – 1973. – Vol. 44. – № 1. – P. 76-81.
4. Сенкевич О.А., Шевченко А.Л. Динамика электрического разряда в жидкости: Препр. / Ин-т высоких температур АН СССР; 2-094. – М.: 1982. – 24 с.
5. Иванов В.В., Жирнов М.В. Исследование внутренней структуры канала мощных подводных искровых разрядов на ЭВМ // Электрон. обраб. материалов. – 1983. – № 5. – С. 33-36.
6. Пасечник Л.Л., Старчик П.Д., Федорович О.А. Временная эволюция спектров излучения импульсных разрядов в воде / Теория, эксперимент, практика разрядно-импульсной технологии. – К.: Наук. думка. – 1987. – С. 6-9.
7. Пасечник Л.Л., Старчик П.Д., Федорович О.А. О составе плазмы и структуре плазменного канала импульсных разрядов в воде / Теория, эксперимент, практика разрядно-импульсной технологии. – К.: Наук. думка. – 1987. – С. 3-6.
8. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных газодинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 686 с.
9. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В., Шарипджанов И.И. Построение уравнения состояний химических соединений / Препринт: АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 43. – М.: 1976. – 63 с.
10. Ривкин С.Л., Александров А.А. Термодинамические свойства воды и водяного пара. – М.: Энергия, 1975. – 106 с.
11. Кузнецов Н.М. Двухфазная смесь вода-пар. Уравнение состояния, скорость звука, энтропии // Доклады АН СССР. – 1981. – Т. 257. – № 4. – С. 858-860.
12. Гидродинамические и теплофизические характеристики мощных подводных искровых разрядов / П.И. Царенко, А.Р. Ризун, М.В. Жирнов, В.В. Иванов. – К.: Наук. думка, 1984. – 148 с.
13. Райзер Ю.П. Основы современной физики газоразрядных процессов. – М.: Наука, 1980. – 416 с.
14. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
15. Дубовенко К.В. Взаимодействие ударных волн с плазмой канала сильноточного разряда в камере высокого давления // Журн. техн. физики. – 1992. – Т. 62. – № 6. – С. 83-93.
16. Куперштох Е.Л., Ершов А.П. О канальной стадии электрического разряда в воде / Новое в теории и практике электрогидравлического эффекта. – К.: Наукова думка. – 1983. – С. 24-29.

Поступила 25.10.2009

Дубовенко Костянтин Вікторович, д.т.н, доц.
Миколаївський державний аграрний університет
кафедра електротехнологій і електропостачання
Україна, 54024, Миколаїв, Генерала Свиридова, б. 7/1, кв. 24
тел. (0512) 56-03-38, 8-096-77-13-564
e-mail: ppps@mksat.net

K.V. Dubovenko

Numerical simulation of the underwater spark discharge spatial and temporal characteristics

In the approach of magnetic hydrodynamics a closed set of equations that represents a mathematical model is worked out. Analysis of spatial and temporal transient characteristics of underwater spark discharge is conducted. The results of numerical simulation are compared with results of the known experimental investigations.

Key words – underwater spark discharge, numerical simulation, spatial and temporal characteristics