

АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ УСТАНОВОК ВЫСОКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Розглядаються методи розрахунку електричних полів установок високої напруги. Детально описані широко вживані на практиці такі чисельні методи розрахунку полів як метод кінцевих різниць (МКР), метод кінцевих елементів (МКЕ), метод граничних елементів (МГЕ), метод інтегральних рівнянь (МІР), метод еквівалентних зарядів (МЕЗ), гібридний метод.

Рассматриваются методы расчета электрических полей установок высоких напряжений. Подробно описаны широко применяемые на практике такие численные методы расчета полей как метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ), метод интегральных уравнений (МИУ), метод эквивалентных зарядов (МЭЗ), гибридный метод.

ВВЕДЕНИЕ

Протекание физических процессов, определяющих возникновение и распространение электрического разряда в газах, жидких и твердых диэлектриках, определяется значениями и характером распределения напряженности электрического поля в пространстве, где развивается разряд. Поэтому параметры поля определяют форму и свойства разряда, а значит, и электрическую прочность разрядного промежутка. Изменяя форму электродов, добавляя дополнительные экранирующие электроды и изоляционные вставки, можно добиться изменения разрядных характеристик межэлектродного промежутка. Инженерную деятельность такого рода называют регулированием электрических полей или управлением полями.

Её целью в изоляционных конструкциях установок высокого напряжения является снижение максимальной напряженности поля в разрядных промежутках газовой, жидкой или твердой изоляции и выравнивание поля, что позволяет повысить пробивное напряжение. В электротехнологических установках (к которым относятся электрофильтры, генераторы озона и т.д.) регулирование электрических полей обеспечивает, с одной стороны, снижение напряжения возникновения разряда и повышение пробивного напряжения и, с другой стороны, равномерное заполнение межэлектродного промежутка самим разрядом или его продуктами. Благодаря этому расширяется диапазон рабочих напряжений и равномерное воздействие на обрабатываемый материал (загрязнённый газ в электрофильтре, воздух в озонаторе и т.д.).

Регулирование электрических полей актуально и в области электромагнитной совместимости и безопасности, где изучается и ограничивается воздействие полей на различную аппаратуру и живые организмы. В данном случае это воздействие связано не с электрическим разрядом, а с эффектами электростатической и электромагнитной индукции. Однако интенсивность их проявления также зависит от абсолютных значений напряженности поля и его распределения в пространстве.

Список задач, для решения которых необходим расчёт электрических полей, можно продол-

жить, но и этого достаточно, чтобы оценить важность полевых расчетов для электроэнергетики.

Также важно отметить, что в области расчета электрических полей на сегодня сложилась противоречивая ситуация. Это обусловлено тем, что имеется большое число отечественных и зарубежных изданий, посвященных аналитическим и численным методам расчета. Однако ощущается острая нехватка литературы, способной служить практическим руководством по решению конкретных задач.

Цель данной статьи – не только проанализировать методы расчета электрических полей установок высоких напряжений, но и дать рекомендации по выбору наиболее рациональных и эффективных численных методов для решения конкретных задач в области электроэнергетики.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ УСТАНОВОК ВЫСОКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Электрические поля установок высокого напряжения – поля промышленной частоты (50 Гц). Длина волны электромагнитного поля такой частоты составляет $\lambda = c/f = 6 \cdot 10^6$ м, т.е. она существенно больше характерных размеров объектов электроэнергетики, которые не превышают 30-150 м. Это позволяет рассматривать поля промышленной частоты как квазистатические и описывать их, подобно электростатическим, уравнением Пуассона

$$\operatorname{div}(\epsilon \epsilon_0 \cdot \operatorname{grad}(\phi)) = -\rho, \quad (1)$$

или Лапласа

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad}(\phi)) = 0, \quad (2)$$

где ϵ – относительная проницаемость среды, ϵ_0 – электрическая постоянная, равная $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, ρ – объемная плотность заряда.

Исследование электростатического поля в общем случае сводится к решению неоднородных и однородных дифференциальных уравнений относительно потенциала ϕ при определенных граничных условиях. В качестве граничных условий выступают заданные распределения потенциала ϕ по границе области (условие первого рода) или его производной по нормали к границе (второго рода).

Решение любой задачи по расчету электрических полей может быть произведено аналитически или при использовании численных методов. Эффективное применение аналитических методов расчета (метод зеркальных изображений, метод конформных преобразова-

ний, решение краевых задач с использованием функции Грина, метод разделения переменных и т.д.) возможно в тех случаях, когда форма проводников, несущих первичные токи, может быть достаточно простым образом представлена в какой-либо системе координат (декартовой, цилиндрической, сферической и т.п.). Применительно к установкам высоких напряжений, аналитический подход целесообразен при расчете поля линий электропередач (ЛЭП).

Для случаев локальных технических средств (трансформаторы и другое силовое оборудование) распределение первичных зарядов и токов которых весьма сложно, целесообразно применение универсальных численных методов. Численные методы нацелены на непосредственное решение фундаментальных уравнений поля с граничными условиями, обусловленными самой задачей и ее геометрией. Численная процедура всех этих методов сводится к составлению и решению системы линейных алгебраических уравнений. Различные методы различаются между собой способом составления такой системы, видом и размерностью матрицы коэффициентов этой системы, а также способом учета граничных условий. Вопрос о целесообразности применения того или иного численного метода в конкретной ситуации достаточно сложен. Выбор определяется, с одной стороны, соответствием характеристик метода поставленной задаче и, с другой стороны, навыками реализующего его этот метод.

Расчет и анализ электрических полей в инженерной практике можно условно разделить на три этапа.

Первым этапом является выбор численного метода и составление расчетной модели изучаемого объекта, описывающей его основные физические и технические характеристики и учитывающей особенности применяемого метода расчета. При этом определяют, какие элементы конструкции учитываются в расчетной модели, а какими для упрощения расчета пренебрегают, поскольку они оказывают малое влияние на поле в интересующей области (например, ввиду удаленности от последней или малости влияния на решение задачи). Также определяют приемлемость тех или иных принимаемых допущений, к которым, например, относится предположение об идеальной проводимости грунта или каких-либо других объектов, обладающих высокой относительной диэлектрической проницаемостью. К этому этапу относится также определение части расчетной области, подлежащей детальному изучению, и исследуемых в ней характеристик поля.

Второй этап – это собственно расчет определенных ранее параметров поля в заданной расчетной области при помощи выбранного метода.

На третьем этапе производится обработка и анализ полученных результатов расчета. Для этого строятся распределения параметров поля в расчетной области, силовые линии и эквипотенциалы, распределения поля вдоль них. Затем выполняется анализ полученных данных, предусматривающий сопоставление полученных значений напряженности и потенциала с допустимыми значениями.

В настоящее время существует множество численных методов расчета электрического поля. Они существенно различаются как по своим возможностям (точности, требованиям к быстродействию и оперативной памяти ЭВМ), так и по сложности их практической реализации (т.е. по требованиям к реализации этих методов). Наибольшее распространение получили следующие численные методы, широко применяемые на практике:

- метод конечных разностей (МКР);
- метод конечных элементов (МКЭ);
- метод граничных элементов (МГЭ);
- метод интегральных уравнений (МИУ);
- метод эквивалентных зарядов (МЭЗ);
- гибридный метод.

Метод конечных разностей или, как часто его называют, метод сеток – наиболее старый и относительно простой метод, поскольку требует минимальной математической работы. МКР довольно успешно применялся и применяется в настоящее время для решения широкого круга расчета электрических полей. В этом методе исследуемая область разбивается двумерной или трехмерной сеткой в зависимости от размерности задачи. Частные производные в уравнении Пуассона или Лапласа заменяются соответствующими им конечно-разностными аппроксимациями на прямоугольной конечно-разностной сетке. В результате получается система алгебраических уравнений относительно неизвестных потенциалов в узлах сетки. Матрица коэффициентов получаемого матричного уравнения содержит большое количество нулевых элементов. По этой причине в данное уравнение решается преимущественно итерационными методами. Недостатками метода являются необходимость применения специальных методов хранения слабозаполненных матриц (методы, основанные на приведении матрицы к ленточному виду, методы факторизации и др.), а также сложностью описания криволинейных поверхностей тел из-за применения прямоугольной конечно-разностной сетки.

Метод конечных элементов сегодня приобрел широкое распространение. Его популярность обусловлена приемлемой точностью решения, возможностью описания криволинейных границ области любой сложности, легкостью учета граничных условий различных типов и расчета поля с объемным зарядом, автоматическим расчетом значений потенциала во всех узлах и, следовательно, быстротой вычисления потенциала и напряженности в любой точке области. МКЭ основан на интегральной формулировке граничной задачи. Исследуемая область делится на плоские или объемные элементы (в зависимости от размерности задачи), в которых неизвестное распределение поля аппроксимируется полиномами. Использование метода Рэлея-Ритца позволяет затем получить систему линейных алгебраических уравнений, из решения которой в конечном итоге будут получены значения потенциалов в каждом узле сетки конечных элементов. После этого при помощи аппроксимации легко определить значение потенциала в произвольной точке. Формирование и решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) – основные этапы решения задачи методом конечных элементов. По объему вычислений и необходимой компьютерной па-

мента они значительно превосходят остальные этапы, поскольку СЛАУ в МКЭ обычно имеют высокий порядок. Трудности, возникающие при решении СЛАУ традиционными методами, зачастую препятствуют использованию МКЭ для исследования полей в сложных областях, требующих построения конечно-элементных сеток с большим количеством узлов.

МКЭ имеет некоторое преимущество перед МКР в гибкости, так как с его помощью легко учитываются сложные границы. Метод обеспечивает прекрасные возможности визуализации результатов расчёта. Вместе с тем МКЭ не лишён недостатков, к которым относится сложность его программной реализации, необходимость создания сетки элементов во всей области, что требует большого объема компьютерной памяти. Также его применение приводит к заметным погрешностям расчёта вблизи поверхностей электродов, чем в межэлектродном пространстве. Последнее не характерно для интегральных методов, которые дают одинаковые погрешности во всей расчётной области. Кроме того, МКЭ позволяет точно рассчитывать распределение потенциала, но погрешности в значениях напряженности оказываются на порядки больше. Также МКЭ не позволяет рассчитывать поля в неограниченном пространстве. Таковы, например, поля воздушных линий электропередачи. Чтобы решить подобную задачу методом конечных элементов, приходится искусственно ограничивать расчётную область, задавая на фиктивных границах нулевые граничные условия 1-го или 2-го рода.

Метод граничных элементов представляет собой соединение двух подходов решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными, т.е. сведение краевых задач к эквивалентным интегральным уравнениям и аппроксимация решений при помощи функций формы, подобных используемым в МКЭ. Т.е. в МГЭ уравнение, описывающее поле, с помощью функции Грина, преобразуется в интегральное уравнение относительно неизвестных функций поля на границе. Граница разбивается на отдельные элементы, поле на которых аппроксимируется полиномами. Преимуществом метода является уменьшение размерности задачи и, как следствие, меньшая по сравнению с методом конечных элементов требуемая память ЭВМ и время счета. Недостаток МГЭ – оперирование полными несимметричными матрицами с коэффициентами, вычисляемыми путем численного интегрирования.

Интегральные методы основаны на замещении реального распределения заряда по поверхностям электродов системой фиктивных зарядов, размещенных на поверхностях или внутри тел полеобразующей системы. Значения зарядов находятся из граничных условий, включая эквипотенциальность электродов. После их определения потенциал и напряженность поля в любой точке межэлектродного пространства находятся методом наложения. Иначе говоря, в рамках интегральных численных методов на основании граничных условий вычис-

ляется аппроксимация распределения источников поля по поверхностям электродов.

Суть метода интегральных уравнений состоит в замещении реального распределения заряда по поверхностям электродов простыми слоями распределённых по ним зарядов, которые определяются граничными условиями. Основное достоинство метода интегральных уравнений - высокая точность получаемых значений напряженности поля во всей расчётной области, включая поверхность электродов. Это положительно отличает его от МКР и МКЭ. Другая отличительная черта МИУ, заключается в том, что он требует лишь дискретизации границ тел полеобразующей системы и ему не требуется сетка в межэлектродном пространстве, что обуславливает и достоинства, и недостатки метода, которые проявляются в зависимости от характера решаемой задачи. С одной стороны, благодаря этому решение может быть найдено в открытой области без каких-либо дополнительных искусственных ограничений. С другой стороны, расчёт значений напряженности поля в точках межэлектродного промежутка методом интегральных уравнений требует численного интегрирования, что приводит к большому объёму дополнительных вычислений. Если задача такова, что нет необходимости анализировать поле во всём межэлектродном пространстве и число расчётных точек невелико, то серьёзных проблем не возникает. В противном же случае применение МИУ становится проблематичным. Эта особенность метода также затрудняет компьютерную визуализацию результатов.

Метод эквивалентных зарядов можно рассматривать как упрощённый вариант МИУ. Поскольку состоит в замещении реального распределения заряда по поверхностям тел системой размещённых внутри них фиктивных эквивалентных зарядов, чьи значения находятся из граничных условий. Однако в МЭЗ поле в любой точке межэлектродного промежутка определяется в соответствии с принципом наложения полей дискретных эквивалентных зарядов и не требует численного интегрирования. Достоинства и недостатки МИУ в основном остаются справедливыми и для МЭЗ. В задачах с не слишком сложной геометрией тел данный метод более экономичный, чем МИУ. Также МЭЗ имеет сравнительную простоту программной реализации.

Особое значение получил в последние годы гибридный метод. Согласно этому методу при решении конкретной задачи выбираются преимущества двух численных методов (МГЭ и МКЭ) с одним решающим устройством. Идея создания гибридного метода, несомненно, выигрышная, но осуществить гибридный метод весьма сложно. Также возникает сложность в принятии решения, какой метод как основополагающий использовать в каждой объемной области или двумерной области в зависимости от типа задачи. Наиболее общая стратегия предполагает использование граничных элементов во всех линейных областях и конечных элементов во всех нелинейных областях (но в линейных областях использование МКЭ также допустимо, причем в некоторых из них – желательно). Если поверхностная область объема больше объема, который она охватывает, и средняя точность решения является достаточной, МКЭ – наиболее предпочтительный метод. Этот метод будет в ближайшем времени доминирующим способом анализа

электрического поля. Подтверждением этого является компания Integrated Engineering Software, продвигающая концепцию расчета полей посредством гибридных методов.

ВЫВОДЫ

1. К настоящему времени разработано множество аналитических и численных методов расчета электрических полей. В большинстве случаев задачи расчета электрических полей весьма сложны, и построение аналитического решения может потребовать грубых приближений, ведущих к неприемлемым погрешностям. Поэтому огромную роль приобретают численные методы.

2. Практически все численные методы расчета электрических полей вполне обеспечивают возможность расчета потенциалов и напряженностей полей, впоследствии успешно подтверждаемых экспериментально.

3. При применении различных методов структура исходных данных необходимая для решения задачи может существенно отличаться, кроме того, количество вычислений в различных методах может отличаться в несколько раз.

4. С точки зрения функциональных возможностей и целесообразности применения для решения полевых задач актуальных для электроэнергетики наиболее универсальными являются МКР и МКЭ.

5. Для усовершенствования процесса расчета на базе данных методов создано большое число программных продуктов, возможность применения которых для задач электроэнергетики необходимо рассмотреть более подробно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колечицкий Е.С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 168 с.
2. Агапов С.В., Чермошнцев С.Ф. Методы и средства анализа и прогнозирования электромагнитных излучений от электронных средств // Информационные технологии. 2003. – № 11. С. 2-12.
3. Миролубов Н.Н., Костенко М.В., Левинштейн М.Л., Тиходеев Н.Н. Методы расчета электростатических полей. – М.: Высшая школа, 1963. – 415 с.
4. Моделирование электромагнитных полей в электротехнических устройствах / А.Е. Степанов, Ю.Г. Блаудзевич и др. – К.: Техника; Щецин: Научное издательство Щецинского политехнического института, 1990. – 188 с.

5. Электромагнитная безопасность элементов энергетических систем: Монография / В.Н. Довбыш, М.Ю. Маслов, Ю.М. Сподобаев. – Самара: ООО "ИПК "Содружество", 2009. – 198 с.
6. Becker A.A. The boundary element method in engineering: A complete course. – McGraw-Hill, 1992. – 337 p.
7. Chari M.V.K., Salon S.J. Numerical methods in electromagnetism, Academic Press, San Diego, CA, 2000. – 359 p.
8. Klimpke B. A Hybrid Magnetic Field Solver Using a Combined Finite Element/Boundary Element Field Solver. Integrated Engineering Software/Enginia Research. Presented at the U.K. Magnetics Society Conference "Advanced Electromagnetic Modelling & CAD for Industrial Application". Feb. 19, 2003. Alstom Research and Technology Centre, Stafford, U. K.
<http://www.integratedsoft.com/papers/research/hybrid/>
9. Lehner G. Electromagnetic field theory for engineers and physicists. 1st Edition. – Springer, 2008. – 659 p.
10. Zhu Yu, Cangellaris A.C. Multigrid finite element methods for electromagnetic field modeling. Wiley-IEEE Press, 2006. – 408 p.
11. Zimmerman W.B.J. Process modeling and simulation with finite element methods. World Scientific Publishing, 2004. – 382 p.

Поступила 28.08.2010

Шевченко Сергей Юрьевич, к.т.н, проф.

Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Передача электрической энергии"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 707-69-77, (057) 707-62-46, (050) 291-44-51
e-mail: syurik42@rambler.ru

Окунь Александр Александрович

Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Передача электрической энергии"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (067) 546-53-25, e-mail: cannavaro1@mail.ru

S.Y. Shevchenko, A.A. Okun

Analysis of computation methods of the electric fields of high voltage installations.

Methods to calculate the electric fields of high voltage installations are considered. Numerical methods of fields computation widely used on practice such as finite difference method (FDM), finite element method (FEM), boundary element method (BEM), integral equation method (IEM), charge simulation method (CSM) and hybrid method are described.

Key words – field computation, electric field, boundary element method (BEM), charge simulation method (CSM), finite difference method (FDM), finite element method (FEM), integral equation method (IEM), hybrid method.