

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ З НЕСИМЕТРІЄЮ СТАТОРА Й РОТОРА

Пропонується математична N-модель трифазної асинхронної машини при електричній несиметрії в колі статора й ротора. Диференціальні рівняння електромеханічного стану записано у фізичних координатах. Подаються результати розрахунку на ЕОМ.

Предлагается математическая N-модель трёхфазной синхронной машины при электрической несимметрии в цепи статора и ротора. Дифференциальные уравнения электромеханического состояния записаны в физических координатах. Приводятся результаты расчёта на ЭВМ.

ВСТУП

Явище електричної несиметрії в колі статора а заодно й ротора асинхронної машини – достатньо частий випадок у практиці експлуатації електричних машин. Це зумовлює значні труднощі математичного моделювання, бо виключає можливість записати диференціальні рівняння стану в безпараметричній формі! У даній роботі буде показано як записати ці рівняння для випадку математичної N-моделі, як найпростішої. Аналіз здійснюється у фізичних координатах, що забезпечує зручність у користуванні.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Математичну модель трифазної асинхронної машини з несиметрією в колі статора й ротора (передбачається несиметрія джерел живлення, опорів резисторів, ємностей конденсаторів, індуктивностей котушок) будуватимемо на підставі такої ж математичної моделі з симетричним статором і ротором [1]. За відсутності нульового провідника в обмотках статора й ротора можемо виключити залежні рівняння обох фаз С. Тоді рівняння контурів статора й ротора в матричній формі матимуть вигляд

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = u_k - r_k i_k - u_{Ck} - u_{Lk} - v_k, \quad k = S, R, \quad (1)$$

де $\lambda_k (\lambda = \Psi, u, i, u_C, u_L; k = S, R) = (\lambda_{kA}, \lambda_{kB})_t$ – колонки фазних повних потокозчеплень, напруг, струмів, напруг конденсаторів, напруг котушок індуктивностей фаз статора ($k = S$) і ротора ($k = R$), причому індекси A, B вказують на причетність до однойменних фаз, v_k – напруга зміщення нейтралей. Можна показати [2], що

$$v_k = \frac{1}{3}(u_{kA} + u_{kB} + u_{kC} - (r_{kA} - r_{kC})i_{kA} - (r_{kB} - r_{kC})i_{kB} - u_{kCA} + u_{kCB} - u_{kCC} - u_{kL}); u_{kL} = \left((L_{kA} - L_{kC}) \frac{di_{kA}}{dt} + (L_{kB} - L_{kC}) \frac{di_{kB}}{dt} \right), \quad (2)$$

де $\lambda_{ki} (\lambda = r, v, L; k = S, R; i = A, B, C)$ – значення сумарних фазних опорів, напруг конденсаторів і індуктивностей, причому, фазні опори включають і опори обмоток машини. Вирази (3) одержані сумуванням рівнянь напруг усіх трьох фазних контурів, що замикаються через напруги зміщення нейтралей v_k за умови представлення зовнішніх фазних віток зосередженими послідовними ланками $u-r-L-C$ і виключення струму фази С.

Рівняння конденсаторів і котушок індуктивностей очевидні

$$u_{Lk} = L_k \frac{di_k}{dt}; \quad (3)$$

$$\frac{du_{Ck}}{dt} = C^{-1} i_k; \quad \frac{du_{CCK}}{dt} = - \frac{i_{kA} + i_{kB}}{C_{Ck}}, \quad (4)$$

причому, матриці опорів, ємностей і індуктивностей мають вигляд $\lambda_k (\lambda = r, C, L) = \text{diag}(\lambda_{kA}, \lambda_{kB})$, звертаємо увагу, що в (6) фігурує додаткове рівняння конденсатора фази С, що зумовлено потребою у відповідній напрузі, що входить до (2).

Колонки основних потокозчеплень обмотки ротора Ψ_R визначатимемо через колонку Ψ_S основних потокозчеплень статора як

$$\Psi_R = \Pi^{-1} \Psi_S, \quad (5)$$

де

$$\Pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -\sin(\gamma-120) & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \sin(\gamma+120) \end{pmatrix}; \quad \Psi_S = (\Psi_A, \Psi_B)_t; \quad (6)$$

$$\Pi^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \sin(\gamma+120) & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & -\sin(\gamma-120) \end{pmatrix}; \quad \Psi_R = (\Psi_{\tilde{A}}, \Psi_{\tilde{B}})_t;$$

Кут повороту ротора γ і кутову швидкість ω знаходимо за рівняннями механічного стану (штивністю і дисипацією механічних ланок в теорії електричних машин прийнято нехтувати)

$$\frac{d\omega}{dt} = p_0 (M_E - M) / J; \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega, \quad (7)$$

де $M(\omega, t)$ – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – число пар магнетних полюсів; M_E – електромагнетний момент [2]

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (\Psi_A i_B - \Psi_B i_A). \quad (8)$$

Колонки струмів знаходимо через потоки дисипації обмоток статора й ротора згідно з (6)

$$i_S = \alpha_S (\Psi_S - \Psi_S); \quad i_R = \alpha_R (\Psi_R - \Pi^{-1} \Psi_S), \quad (9)$$

де $\alpha_S = 1/l_S$; $\alpha_R = 1/l_R$ – обернені індуктивності дисипації обмотки статора й ротора.

Для визначення поздовжнього Ψ_S запишемо рівняння магнетного стану

$$\alpha_m \Psi_S = i_S + \Pi i_R, \quad (10)$$

де $\alpha_m = 1/l_m$ – обернена основна індуктивність машини.

Підставляючи (9) у (10), одержимо рівняння для обчислення основних потокозчеплень машини

$$\Psi_S = G_S \Psi_S + G_R \Pi \Psi_R \quad (11)$$

де

$$G_S = \alpha_S G; \quad G_R = \alpha_R G; \quad G = (\alpha_m + \alpha_S + \alpha_R)^{-1} \quad (12)$$

Підставляючи (2), в (1) і беручи до уваги (3), одержимо проміжні рівняння

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = u_k^* - r_k^* i_k - u_{Ck}^* - L_k^* \frac{di_k}{dt}, \quad k = S, R, \quad (13)$$

де

$$u_k^* = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2u_{kA} - u_{kB} - u_{kC} \\ -u_{kA} + 2u_{kB} - u_{kC} \end{bmatrix}; L_k^* = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2L_{kA} + L_{kC} & L_{kC} - L_{kB} \\ L_{kC} - L_{kA} & 2L_{kB} + L_{kC} \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$u_{kC}^* = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2u_{CA} - u_{CB} - u_{CC} \\ -u_{CA} + 2u_{CB} - u_{CC} \end{bmatrix}; r_k^* = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{kA} + r_{kC} & r_{kC} - r_{kB} \\ r_{kC} - r_{kA} & 2r_{kB} + r_{kC} \end{bmatrix}.$$

Підставляючи (9), (11) у (3), а одержаний результат після диференціювання в (13), одержимо остаточну систему рівнянь

$$\begin{bmatrix} A & B \\ D & F \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_S \\ \Psi_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_S \\ Y_R \end{bmatrix} \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} A &= 1 + \alpha_S L_S^* (1 - G_S); & B &= -\alpha_S L_S^* G_R \Pi; \\ F &= 1 + \alpha_R L_R^* (1 - G_R); & D &= -\alpha_R L_R^* \Pi^{-1} G_S; \\ Y_k &= u_k^* - r_k^* i_k - u_{Ck}^* - u_{Lk}^*, & k &= S, R; \end{aligned} \quad (16)$$

$$u_{LS}^* = -\alpha_S L_S^* G_R \frac{d\Pi}{dt} \Psi_R;$$

$$u_{LR}^* = -\alpha_R L_R^* \left(\Pi^{-1} G_R \frac{d\Pi}{dt} \Psi_R + \frac{d\Pi^{-1}}{dt} \Psi_R \right).$$

Диференціальні рівняння (4), (7), (15) – шукана N -модель електромеханічного стану асинхронної машини з несиметричними електричними колами обмоток статора й ротора. Часові похідні матриць координатних перетворень (6) беруться аналітично.

Рівняння (15) значно спрощується, якщо в колі статора й ротора відсутні котушки індуктивності ($L_k=0$), або вони є, але симетричні ($L_{kA}=L_{kB}=L_{kC}=L_k$)

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = u_S^* - r_S^* i_S - u_{CS}^*. \quad (17)$$

В останньому випадку L_k необхідно долучити до поля дисипації $\alpha_k=1/(L_k+L_k)$

При односторонній несиметрії рівняння (15) теж спрощуються. При симетричному роторі вони будуть

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = A^{-1}(Y_S - B(u_R - r_R i_R)); \quad \frac{d\Psi_R}{dt} = u_R - r_R i_R. \quad (18)$$

Навпаки, при симетричному статорі

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = u_S - r_S i_S; \quad \frac{d\Psi_R}{dt} = F^{-1}(Y_R - D(u_S - r_S i_S)). \quad (19)$$

У випадку відсутності несиметрії в колі обмоток статора й ротора запропонована модель зводиться до відомої математичної моделі з симетричним електричними колами статора й ротора [1].

Алгоритм обчислень на часовому кроці:

1. Володіючи поточними (на першому кроці початковими умовами) значеннями невідомих (повних потокозчеплень, напруг конденсаторів, кутової швидкості й кута повороту ротора, за тим чи іншим методом числового інтегрування згідно з (4), (7), (15) знаходимо їх часові прирости;

2. Згідно з (11) знаходимо колонку основних потокозчеплень обмотки статора;

3. За даними п. 1 і п. 2 згідно з (9) обчислюємо значення шуканих струмів.

РЕЗУЛЬТАТИ СИМУЛЯЦІЇ

Показано стани запуску модельного мотора ($U_m=4900$; $r_S=1.27$; $r_R=1.31$; $\alpha_S=38.9$; $\alpha_R=37.0$; $\alpha_m=0.11$; $J=67.5$; $p_0=4$) до ustalenoї швидкості

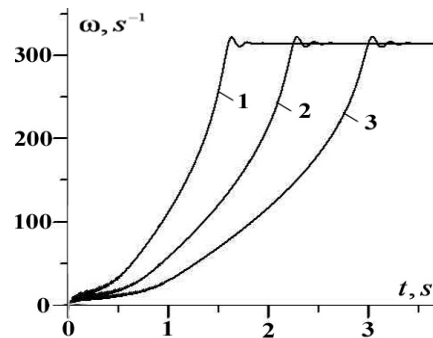


Рис. 1. Залежність $\omega=\omega(t)$: 1 – натуральна крива, 2 – з симетричним ідеальним дроселем 0.01 Гн, 3 – з несиметричним ідеальним: 0.01, 0.02, 0.03 Гн

Перехідний процес засвідчує успішний запуск мотора до ustalenoї робочої швидкості.

ВИСНОВОК

Запропонована математична модель дає можливість аналізувати перехідні процеси неявнополюсних асинхронних машин з електричною несиметрією обмоток статора й ротора. Аналіз здійснюється у фізичних координатах, що спрощує врахування несиметрії.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чабан В. И. Методы анализа электромеханических систем. – Львов: Вища школа, 1985, 190 с.
2. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997, 344 с.

Bibliography (transliterated): 1. Chaban V. I. Metody analiza `elektromehaniicheskikh sis-tem. - L'vov: Vischa shkola, 1985, 190 s. 2. Chaban V. Matematichne modelyuvannya elektromehaniichnih procesiv. - L'viv, 1997, 344 s.

Надійшла 16.06.2012

Чабан Василь Йосипович, д.т.н., проф.

Національний університет "Львівська політехніка" й Рязівський університет

79021, Львів, вул. Кульпарківська, 142, кв. 33.

тел: (067) 7202181, e-mail: vtchaban@polynet.lviv.ua

Чабан Остап Васильович, к.т.н., доц.

Національний університет "Львівська політехніка" 79021, Львів, вул. Лазаренка, 38, кв. 14

тел: (067) 6734482

Tchaban V.Y., Tchaban O.V.

A mathematical model of an induction motor with the stator and rotor unsymmetry.

In the paper, a mathematical model of a three-phase induction motor with the stator and rotor unsymmetry is introduced. Differential equations of the electromechanical state are given in real coordinates. Results of computation are presented.

Key words – induction motor, stator and rotor unsymmetrical, mathematical model.