

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ТОНКИМ КРУГОВЫМ ВИТКОМ С РАЗРЕЗОМ НАД ТОНКОСТЕННЫМ ЛИСТОМ МЕТАЛЛА

У рамках статті проведено аналіз електромагнітних процесів, що збуджуються полем плоского "незамкнутого" кругового витка, розташованого над тонкостінним немагнітним листом металу. Отримано основні залежності для розрахунку просторово-часового розподілу вихрових струмів в розглянутій індукторній системі.

В рамках статьи проведен анализ электромагнитных процессов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла. Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов в рассматриваемой индукторной системе.

ВВЕДЕНИЕ

Возбуждение вихревых токов в тонкостенных металлах, в отличие от случая массивных и достаточно хороших проводников, происходит в условиях интенсивного проникновения действующих электромагнитных полей. Т.е. проводник "прозрачен" для действующих полей. Исследование этих процессов для МИОМ – задача, безусловно, весьма актуальная и практически значимая [1-3]. Физически, "прозрачный" проводник есть прямая противоположность "идеальному" проводнику [3-5]. Поэтому анализ процессов возбуждения вихревых токов в физически противоположных идеализациях позволит по максимуму оценить существующие природные различия и очерить круг наиболее интересных направлений в дальнейших исследованиях. Особая значимость – это адекватность реальной ситуации, когда индуктор – инструмент магнитно-импульсного воздействия имеет форму цилиндрического витка с "разрезом" [6].

Цель настоящей работы – получение основных зависимостей для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла.

ПОЛЯ И ТОКИ, РАСЧЁТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Расчётная модель представлена на рис. 1, где $\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z$ – направляющие орты координат в выбранной цилиндрической системе координат.

Примем следующие допущения.

- Бесконечно протяжённый в поперечных направлениях лист толщиной – d выполнен из немагнитного металла с удельной электропроводностью – γ .

- Виток индуктора расположен над поверхностью пластины на расстоянии – h , его радиус – R , поперечные размеры настолько малы, что влияние металла витка на электромагнитные процессы несущественно, и, математически, расположение возбуждающего тока индуктора можно описать произведением дельта-функций Дирака $\sim \delta(z-h) \cdot \delta(r-R)$.

- В местах соединения витка (соответствующие токопроводы перпендикулярны к его плоскости) и источника мощности имеет место "разрыв" по азимуту, описываемый функцией

$$f(\varphi) = \eta(\varphi - \varphi_0) - \eta(\varphi - (2\pi - \varphi_0)),$$

где $\eta(\varphi)$ – ступенчатая функция Хевисайда, $2\varphi_0$ – ве-

личина "разрыва" в витке, выраженная в терминах азимутального угла.

- По витку протекает азимутальный ток с плотностью – $j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z)$,

$$j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = j(t) \cdot \delta(r - R) \cdot \delta(z - h) \cdot f(\varphi),$$

где $j(t)$ – амплитудно-временная зависимость, t – время.

Временные характеристики возбуждающего тока таковы, что $\omega \cdot \tau \ll 1$, где ω – характерная циклическая частота сигнала, $\tau = \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$ – характерное время диффузии в металлический лист [6, 7].

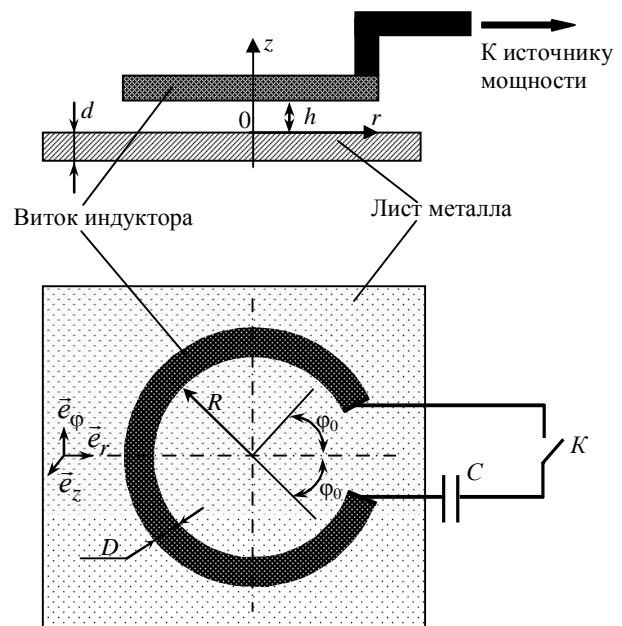


Рис. 1. Плоский "незамкнутый" виток над тонкостенным листом металла

Согласно принятым допущениям в системе возбуждается электромагнитное поле с векторами напряжённости $\mathbf{E} = \{E_r \neq 0, E_\phi \neq 0, E_z \neq 0\}$ и $\mathbf{H} = \{H_r \neq 0, H_\phi \neq 0, H_z \neq 0\}$.

Полная совокупность уравнений Максвелла в пространстве изображений по Лапласу для нулевых начальных условий запишется в виде:

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) + \gamma \cdot \mathbf{E}(p, r, \varphi, z); \\ \text{rot } \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = -p \cdot \mu_0 \cdot \mathbf{H}(p, r, \varphi, z); \\ \text{div } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = 0; \text{div } \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где p – параметр преобразования Лапласа,

$$\begin{aligned} j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) &= L\{j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z)\}, \\ \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) &= L\{\mathbf{H}(t, r, \varphi, z)\}, \\ \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) &= L\{\mathbf{E}(t, r, \varphi, z)\}. \end{aligned}$$

Необходимо подчеркнуть, что допущение о форме возбуждающего тока с азимутальным разрывом первого рода исключает влияние токоподводов, перпендикулярных к плоскости витка, но не противоречит требованию непрерывности линий тока – $\text{div } j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = 0$, формально следующему из системы (1). Принятая модель расчёта предполагает их замкнутость в элементах разрядного контура (рис.1), частью которого является и виток, а не в пространстве между местами его подсоединения к источнику за счёт априори пренебрежимо малых токов смещения.

При решении поставленной задачи выделим следующие области:

1) над листом металла, $z \geq 0$, здесь отсутствует второе слагаемое в первом из уравнений системы (1),

2) собственно лист металла, $-d \leq z \leq 0$, здесь отсутствует первое слагаемое в первом из уравнений системы (1),

3) под листом металла, $-\infty \leq z \leq -d$, здесь отсутствуют оба слагаемые в первом из уравнений системы (1).

Вначале в каждой из выделенных областей с помощью системы (1) запишем уравнения в частных производных и соответствующие общие интегралы для z -компоненты напряжённости магнитного поля.

1) Область над листом металла, $z \geq 0$.

Векторное преобразование первого уравнения системы (1) $\text{rot rot } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = \text{rot } j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z)$ в совокупности с хорошо соотношением $\text{rot rot } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = -\nabla^2 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$ даёт уравнение в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z)) \end{aligned} \quad (2)$$

Следует отметить, что интеграл уравнения (2) в данной области идентичен найденному для массивного идеально проводящего объекта [4, 5]. Разница лишь в наличии одной неопределённой произвольной постоянной интегрирования.

Для убедительности выполним все необходимые математические преобразования [7, 8].

Ток в витке представим разложением по косинусам кратных дуг:

$$j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} j_n(p, r, z) \cdot \cos(n\varphi), \quad (3)$$

где $j_n(p, r, z) = j(p) \cdot F_n(\varphi_0) \cdot \delta(r-R) \cdot \delta(z-h)$,

$$F_n(\varphi_0) = \begin{cases} \left(-\frac{2 \cdot \sin(n \cdot \varphi_0)}{\pi \cdot n} \right), & n \neq 0, \\ \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi} \right), & n = 0. \end{cases}$$

Тогда решение уравнения (3) следует искать в виде ряда:

$$H_z(p, r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(p, r, z) \cdot \cos(n\varphi). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим неоднородное уравнение Бесселя:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_{zn}(p, r, z)}{\partial r} \right) - \frac{n^2}{r^2} \frac{\partial^2 H_{zn}(p, r, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_{zn}(p, r, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(p, r, z)) \end{aligned} \quad (5)$$

Условию ограниченности радиального распределения $H_{zn}(p, r, z)$ из уравнения (5) при $r = 0$, $r \rightarrow \infty$ и $n \rightarrow \infty$ удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя:

$$H_{zn}(p, r, z) = \int_0^{\infty} H_{zn}(p, \lambda, z) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (6)$$

где $J_n(\lambda r)$ – функция Бесселя n -ого порядка, λ – параметр преобразования.

Правая часть уравнения (5) после преобразования Фурье-Бесселя принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j_n(p, r, z)) = \int_0^{\infty} K_n(p, \lambda) \cdot \delta(z-h) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} K_n(p, \lambda) &= j(p) \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(t, r, z)) \cdot J_n(\lambda r) \cdot r \cdot dr = \\ &= j(p) \cdot F_n(\varphi_0) \cdot f_n(\lambda). \\ f_n(\lambda) &= \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \delta(r-R)) J_n(\lambda r) \cdot dr = R \cdot \left. \frac{dJ_n(\lambda \cdot r)}{dr} \right|_{r=R} = \\ &= \frac{(\lambda \cdot R)}{2} \cdot [J_{n-1}(\lambda \cdot R) - J_{n+1}(\lambda \cdot R)] \end{aligned}$$

В соответствии с (6) и (7) уравнение (5) приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_{zn}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 H_{zn}(p, \lambda, z) = \\ = -K_n(p, \lambda) \delta(z-h). \end{aligned} \quad (8)$$

Общий интеграл уравнения (8) имеет вид:

$$\begin{aligned} H_{zn}(p, \lambda, z) = C_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} + C_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda z} - \\ - \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \text{sh}(\lambda(z-h)) \cdot \eta(z-h), \end{aligned} \quad (9)$$

где $C_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования.

Константу C_1 можно определить из граничного условия $H_{zn}(p, \lambda, z \rightarrow \infty) = 0$.

После тождественных преобразований и упрощающих переобозначений получаем, что

$$\begin{aligned} H_{zn}(t, \lambda, z) = \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} \times \\ \times \left[C_n(p, \lambda) e^{-\lambda z} + \left(0.5 e^{-\lambda(z-h)} - \text{sh}(\lambda(z-h)) \eta(z-h) \right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

где $C(p, \lambda)$ – оставшаяся неопределённой произвольная постоянная.

Результат (9) необходимо последовательно подставить в выражения (6) и (4).

В конечном итоге находим нормальную компоненту напряжённости магнитного поля, возбуждаемого в рассматриваемой системе.

Для удобства в дальнейших вычислениях поместим выходные результаты для рассматриваемой области верхним индексом – (1).

$$H_z^{(1)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \left[\sum_{n=0}^\infty K_n(p, \lambda) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \cos(n\varphi) \right] \times \left[C_n(p, \lambda) e^{-\lambda z} + \left(0.5 e^{\lambda(z-h)} - \text{sh}(\lambda(z-h)) \eta(z-h) \right) \right] d\lambda. \quad (11)$$

2) Область – собственно металл листа, $-d \leq z \leq 0$.

Здесь первое уравнение системы (1) $\text{rot rot } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = \gamma \cdot \text{rot } \mathbf{E}(p, r, \varphi, z)$ в совокупности $\text{rot } \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = -p \cdot \mu_0 \cdot \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$, $\text{div } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = 0$ и хорошо известным из векторной алгебры соотношением $\text{rot rot } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = -\nabla^2 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$ даёт уравнение в частных производных:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = -p \mu_0 \gamma \cdot H_z(p, r, \varphi, z), \quad (12)$$

Сопоставим уравнение (12) и (2).

Физически, источником электромагнитных полей, возбуждаемых в системе, является только ток "разомкнутого" витка. Следовательно, относительно "формы" источника возбуждения радиальная и азимутальная зависимости для идентичных компонент напряжённости должны повторять друг друга во всех выделенных областях рассматриваемой задачи. В этом нетрудно убедиться, повторяя все математические выкладки, произведенные при интегрировании уравнения (2).

Опуская промежуточные преобразования в (12), связанные с представлениями (4) и (6), сразу запишем дифференциальное уравнение для образа z -составляющей напряжённости магнитного поля.

$$\frac{d^2 H_{zn}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot H_{zn}(p, \lambda, z) = 0, \quad (13)$$

где $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p \mu_0 \gamma}$ – постоянная распространения по оси аппликат.

Общий интеграл однородного уравнения второго порядка (13) есть линейная комбинация фундаментальных решений $\sim e^{\pm q(p, \lambda) \cdot z}$. Подставляя её в разложение (4) и интеграл Фурье-Бесселева преобразования (6), находим, что

$$H_z^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty \left[D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot z} + D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot z} \right] \cdot \cos(n\varphi) J_n(\lambda r) \cdot \lambda d\lambda, \quad (14)$$

где $D_{1,2n}(p, \lambda)$ – неизвестные произвольные постоянные интегрирования.

3) Область под листом металла, $-\infty \leq z \leq -d$.

Так же, как и ранее, записываем, что $\text{rot rot } \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = -\nabla^2 \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = 0$. Отсюда получаем уравнение для z -компоненты напряжённости магнитного поля.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = 0. \quad (15)$$

Интеграл уравнения (15) идентичен выражению (14) при $\gamma = 0$.

Удовлетворяя условию ограниченности при $z \rightarrow -\infty$, записываем формулу для z -составляющей напряжённости магнитного поля под листовым металлом.

$$H_z^{(3)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty G_n(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} \cdot \cos(n\varphi) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \lambda d\lambda, \quad (16)$$

где $G_n(p, \lambda)$ – неизвестная произвольная постоянная интегрирования.

Выражения для выделенной составляющей вектора напряжённости магнитного поля, возбуждаемого в рассматриваемой системе, содержат четыре произвольных постоянных интегрирования, подлежащие определению.

Для этого необходимы четыре соотношения. Первые два из них – это условия непрерывности нормальных компонент вектора индукции на границе раздела выделенных областей. Поскольку в рассматриваемой задаче фигурируют немагнитные среды, эти условия сохраняют справедливость и для z -компонент напряжённости магнитного поля при $z = 0$ и $z = -d$.

Следующие два соотношения можно записать для касательных составляющих.

Ограничимся определением лишь радиальной компоненты вектора напряжённости магнитного поля в системе.

1) Область над листом металла, $z \geq 0$.

Из уравнений Максвелла (1) получаем, что

$$H_r(t, r, \varphi, z) = \int \frac{\partial H_z(t, r, \varphi, z)}{\partial r} dz + D, \quad (17)$$

где D – произвольная постоянная интегрирования.

Удовлетворение условию ограниченности магнитного поля $\lim_{z \rightarrow \infty} H_r(t, r, \varphi, z) = 0$ требует, чтобы $D = 0$.

Итак, подставляя (11) в (17), определяем, что

$$H_r^{(1)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty K_n(p, \lambda) \cdot \frac{dJ_n(\lambda r)}{dr} \cdot \cos(n\varphi) \times \left[-C_n(p, \lambda) e^{-\lambda z} + \left(0.5 e^{\lambda(z-h)} - \text{ch}(\lambda(z-h)) \eta(z-h) \right) \right] d\lambda \quad (18)$$

2) Область – собственно металл листа, $-d \leq z \leq 0$.

Здесь, строгое использование интегрального соотношения (17) не представляется возможным, поскольку для проводящей среды исходные уравнения Максвелла (1) содержат компоненты индуцированного тока, что существенно усложняет процесс отыскания аналитических связей между характеристиками протекающих электромагнитных процессов.

Тем не менее, громоздких математических преобразований можно избежать.

Первое. Из физического смысла решаемой задачи, как для z -составляющей тока, так и напряжённости следует, что $j_z^{(2)} \approx 0$ и $E_z^{(2)} \approx 0$.

С учётом этого из уравнений Максвелла (1) в принятой системе координат получаем, что

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot H_{\varphi}^{(2)}(p, r, \varphi, z) \right) - \frac{\partial H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi} = 0. \quad (19)$$

$$\frac{\partial E_{\varphi}^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial z} = p \cdot \mu_0 \cdot H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z), \quad (20)$$

где $E_{\varphi}^{(2)}(p, r, \varphi, z)$ – азимутальная компонента вектора напряжённости электрического поля.

Второе. Радиальные компоненты индуцированного тока и электрической напряжённости, безусловно, возбуждаются. Но, как показал анализ в системе из "разомкнутого" витка над идеальным проводником, роль радиальной компоненты в формировании результирующей картины пространственно-временного распределения индуцированных токов по сравнению с азимутальной составляющей весьма мала. Этот вывод для настоящего рассмотрения полезен тем, что позволяет ввести дополнительное упрощающее допущение о пренебрежимо малом влиянии радиальных компонент вихревых токов и, соответственно, электрической напряжённости на процессы в уже металле листа. То есть, принять, что $j_r^{(2)}(t, r, \varphi, z) \approx 0$ и $E_r^{(2)}(t, r, \varphi, z) \approx 0$.

Теперь соответствующее уравнение Максвелла запишется в виде:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_{\varphi}^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial z} \approx 0. \quad (21)$$

Комбинация выражений (21) и (19) приводит к интегральной связи (17). Произвольная постоянная принимается равной нулю. В противном случае при переходе из одной выделенной области в другую (это – среды с их электрофизическими характеристиками) нарушается подобие векторов электромагнитного поля, причинно обусловленных одним конкретным источником с заданными геометрическими и амплитудно-временными параметрами.

Итак, подставляя (14) в (17), находим, что

$$H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \int \sum_{n=0}^{\infty} \frac{dJ_n(\lambda \cdot r)}{d r} \cdot \cos(n\varphi) \times \frac{\lambda}{q(p, \lambda)} \cdot [D_{1n}(p, \lambda) e^{q(p, \lambda) \cdot z} - D_{2n}(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda) \cdot z}] d\lambda \quad (22)$$

3) Область под листом металла, $-\infty \leq z \leq -d$.

С помощью (14) и (17) определяем радиальную составляющую напряжённости магнитного поля.

$$H_r^{(3)}(p, r, \varphi, z) = - \int \sum_{n=0}^{\infty} G_n(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} \cdot \frac{dJ_n(\lambda r)}{d r} \cdot \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (23)$$

Приравнявая соответствующие компоненты поля на границах выделенных областей, приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных интегрирования.

$$\left. \begin{aligned} & z = 0. \\ & K_n(p, \lambda) \cdot [C_n(p, \lambda) + 0.5 \cdot e^{-\lambda h}] = \\ & = [D_{1n}(p, \lambda) + D_{2n}(p, \lambda)] \cdot \lambda. \\ & K_n(p, \lambda) \cdot [-C_n(p, \lambda) + 0.5 \cdot e^{-\lambda h}] = \\ & = [D_{1n}(p, \lambda) - D_{2n}(p, \lambda)] \cdot \frac{\lambda}{q(p, \lambda)}. \\ & z = -d. \\ & [D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} + D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d}] = \\ & = G_n \cdot e^{-\lambda d}. \\ & [D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} - D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d}] \cdot \\ & \cdot \frac{\lambda}{q(p, \lambda)} = G_n \cdot e^{-\lambda d}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Поскольку нас интересуют индуцированные токи в низкочастотном режиме, где $(\omega \cdot \tau) \ll 1$, из системы (24) достаточно найти только $D_{1,2}(p, \lambda)$ при $q(p, \lambda) \approx \lambda$.

Получаем, что

$$D_{1n}(p, \lambda) = \frac{K_n(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{2\lambda}, \quad D_{2n}(p, \lambda) = 0. \quad (25)$$

В выражении (25) раскроем $K_n(p, \lambda)$ (зависимость из (7)). Затем (25) подставим в формулу (22). Результат подстановки зафиксируем в уравнении (20), откуда найдём азимутальную компоненту напряжённости электрического поля.

$$E_{\varphi}^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \frac{\mu_0}{2} (pj(p)) \times \int \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_n(\varphi_0) f_n(\lambda) e^{\lambda(z-h)} d J_n(\lambda r)}{\lambda d r} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (26)$$

Выражение (26) помножим на удельную электропроводность металла листа – γ . Результат проинтегрируем по $z \in [0, -d]$. После перехода в пространство оригиналов и введения общепринятых обозначений получим аналитическую пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного в тонкостенном листовом металле полем "разомкнутого" витка индуктора.

$$J_{\varphi}^{(2)}(t, r, \varphi) = \left(\frac{\tau}{2d^2} \right) \frac{dj(t)}{dt} \times \int \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_n(\varphi_0) f_n(\lambda) e^{-\lambda h} (1 - e^{-\lambda d}) dJ_n(\lambda r)}{\lambda^2 d r} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (27)$$

В развёрнутом виде формула (27) приобретает вид:

$$J_{\varphi}^{(2)}(t, r, \varphi) = - \left(\frac{\tau \cdot R}{8d^2} \right) \cdot \frac{dj(t)}{dt} \times \int \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\varphi_0) \cdot [J_{n+1}(\lambda R) - J_{n-1}(\lambda R)] \times [J_{n+1}(\lambda r) - J_{n-1}(\lambda r)] \cdot e^{-\lambda h} \left(\frac{1 - e^{-\lambda d}}{\lambda} \right) \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (28)$$

ВЫВОДЫ

1. Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла.

2. Полученные аналитические выражения представляют собой пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного в тонкостенном листовом металле полем "разомкнутого" витка индуктора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В. Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Е.А. Чаплыгин // *Электротехника і електромеханіка.* – 2005. – №3. – С. 69-73.
2. Батыгин Ю.В. Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках / Ю.В. Батыгин, Е.А. Чаплыгин // *Электротехніка і електромеханіка.* – 2006. – № 5. – С. 54-59.
3. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий (научное издание). Том 1. Изд. второе, перераб. и доп. Под общ. ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. / Ю.В. Батыгин., В.И. Лавинский, Л.Т. Хищенко. Харьков: Изд. "МОСТ-Торнадо", 2003. – 288 с.
4. Гнатов А.В. Расчет электромагнитных процессов в индукционной индукторной системе с массивным экраном конечной толщины / А.В. Гнатов // *Электротехніка і електромеханіка.* – Харьков: 2009. – №5. – С.59 – 62.
5. Гнатов А.В. Электромагнитные процессы в индукционной индукторной системе с одновитковым соленоидом, массивным экраном и тонкостенной листовой заготовкой / А.В. Гнатов // *Электротехніка і електромеханіка.* – 2009. – № 6. – С. 46-49.
6. Гнатов А.В. Прогрессивные технологии. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография / А.В. Гнатов, Ю.В. Батыгин, А.Н. Туренко. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 238 с.
7. Мэтьюз Дж. Математические методы физики / Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. Пер. с англ. канд. физ.-мат наук В.П. Крайнова. М: Атомиздат, 1972. – 399 с.
8. Шнеерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверх сильных токов / Г. А. Шнеерсон. – [2-е изд.] – М.: – Энергоатомиздат, 1992. – 200 с.

Bibliography (transliterated): 1. Batygin Yu.V. Osobennosti tokov, inducirovannyh nizkochastotnym polem odnovitkovogo solenoida v ploskih listovyh metallah / Yu.V. Batygin, V.I. Lavinskij, E.A. Chaplygin // *Elektrotehnika i elektromehanika.* - 2005. - №3. - S. 69-73. 2. Batygin Yu.V. Vihrevye toki v ploskih listovyh metallicheskih zagotovkah / Yu.V. Batygin, E.A. Chaplygin // *Elektrotehnika i elektromehanika.* - 2006. - № 5. - S. 54-59. 3. Batygin Yu.V. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnyh tehnologij (nauchnoe izdanie). Tom 1. Izd. vtoroe, pererab. i dop. Pod obsch. red. d.t.n., prof. Batygina Yu.V. / Yu.V. Batygin., V.I. Lavinskij, L.T. Himenko. Har'kov: Izd. "MOST-Tornado", 2003. - 288 s. 4. Gnatov A.V. Raschet `elektromagnitnyh processov v indukcionnoj induktornoj sisteme s massivnym `ekranom konechnoj tolschiny / A.V. Gnatov // *Elektrotehnika i elektromehanika.* -Harkiv: 2009.-№5.- S.59 - 62. 5. Gnatov A.V. `Elektromagnitnye processy v indukcionnoj induktornoj sisteme s odnovitkovym solenoidom, massivnym `ekranom i tonkostennoj listovoj zagotovkoj / A.V. Gnatov // *Elektrotehnika i elektromehanika.* - 2009. - № 6. - S. 46-49. 6. Gnatov A.V. Progressivnye tehnologii. Teoriya i `eksperiment prityazheniya tonkostennyh metallov impul'snymi magnitnymi polyami: monografiya / A.V. Gnatov, Yu.V. Batygin, A.N. Turenko. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. - 238 s. 7. M'e'tyuz Dzh. Matematicheskie metody fiziki / Dzh. M'e'tyuz, R. Uoker. Per. s angl. kand. fiz.-mat nauk V.P. Krajnova. M: Atomizdat, 1972. - 399 s. 8. Shneerson G. A. Polya i perehodnye processy v apparature sverh sil'nyh tokov / G. A. Shneerson. - [2-e izd.] - M.: - `Energoatomizdat, 1992. - 200 s.

Поступила 03.02.2012

Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., доц.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
кафедра автомобильной электроники
61002, Харьков, ул. Петровского 25
тел. (057) 7003852, e-mail: kalifus@yandex.ru

Gnatov A.V.

Electromagnetic processes in an inductor system with a single thin round turn with a cut above a thin metal sheet.

An analysis of electromagnetic processes excited by the field of a flat open round coil located above a thin metal sheet have been carried out in this article. The basic relations for eddy-currents time-space distribution calculation in the considered inductor system have been obtained.

Key words – magnetic pulse metal working, inductor system, electromagnetic processes, thin-walled sheet workpiece, eddy-currents.