УДК 629.7.016.7.

Зарубін А.М., Комаров Е.В, Добров О.О.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ ПО МОДЕЛІ, ЩО НАСТРОЮЄТЬСЯ

Харківський інститут Військово-Повітряних Сил ім. І. Кожедуба

Побудова математичних моделей руху літального апарату (ЛА) на граничних та критичних режимах польоту з метою їх реалізації в авіаційних тренажерах потребує ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів за результатами льотного експерименту. Отримані значення коефіцієнтів сил та моментів дійсні для даної конкретної реалізації і залежать від багатьох взаємодіючих факторів. Для використання цих результатів необхідно на основі логічного принципу індукції із часткових спостережень отримати загальні заключення і висновки в максимально можливому діапазоні застосування.

Рівняння спостереження запишемо у вигляді

$$\tilde{O}_1 = \varphi\left(b, X\right) + \xi, \tag{1}$$

де $\tilde{O}_1$- n – мірний вектор спостережень; $\tilde{O}$- к – мірний вектор відомих незалежних змінних; b - m – мірний вектор невідомих параметрів регресії; ξ - n – мірний випадковий вектор з нульовим математичним очікуванням і коваріаційною матрицею по відомій виборочній реалізації вектора $\tilde{O}_1$.

Рівняння чисельної регресії (1) складається на основі аналізу фізичної природи явищ з урахуванням лінійної незалежності аргументів. Нехай воно має такий вигляд:

$$X_1 = \grave{a}_1 + b_1 X_1 + \ldots + b_m X_m. \tag{2}$$

Застосувавши метод найменших квадратів [l] для мінімізації квадрату довжини залишкового вектора

$$Z_i = X_{11i} - X_{ij} b_j, \tag{3}$$

отримаємо нормальну систему рівнянь виду:

$$\begin{cases} b_2 \sum x_2^2 + b_3 \sum x_2 x_3 + \ldots + b_m \sum x_2 x_m = \sum x_1 x_2 \\ b_2 \sum x_2 x_3 + b_3 \sum x_3^2 + \ldots + b_m \sum x_3 x_m = \sum x_1 x_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ b_2 \sum x_2 x_m + b_3 \sum x_3 x_m + \ldots + b_m \sum x_m^2 = \sum x_1 x_m \\ a_1 = Mx_1 - \left(b_2 Mx_2 + b_3 Mx_3 + \ldots + b_m Mx_m\right) \end{cases} \tag{4}$$

де $\sum x_i^2 = \sum x_i^2 - nMx_i^2$; $\sum x_i x_{i+1} = \sum X_i X_{i+1} - nMx_i x_{i+1}$; $Mx_i = \dfrac{\sum X_i}{n}, i = 2, \ldots, \left(m-1\right)$.

Система (4) часто буває погано обумовлена, і для її рішення необхідно застосовувати штучні методи. В реалізації машинних програм зручно використовувати псевдообернену матрицю Мура-Пенроуза, обчислену за методом Гревіля [2] , суть якого полягає у нижче наведеному.

Нехай $\tilde{O}$ – матриця розмірності m x n, а $x_l - l$ –й стовпчик у ній; X_l – матриця, утворена першими l стовпчиками початкової матриці X ; a_l – останній рядок псевдообереної матриці X_l , l =1,...,n.

$$X_1 = x_1; \quad X_n = X \,, \tag{5}$$

тоді

$$X_1^* = b_1^* = \frac{b_1^T}{b_1^T b_1}. \tag{6}$$

Якщо $X_1 = b_1 = 0$, то приймається $X_1^* = 0$.
Для $l > 1$

$$X_l^* = \begin{vmatrix} A_l \\ a_l \end{vmatrix}; \qquad A_l = X^*{}_{l-1} - x_l a_l; \qquad x_l = X_{l-1}^* b_l \,, \tag{7}$$

де

$$a_l = \left(b_l - X_{l-1} x_l\right)^* \quad \text{при}\, d_l = b_l - X_{l-1} x_l \neq 0; \tag{8}$$

$$a_l = \left(1 + X_l^* x_l\right)^{-1} x_l X_{l-1} \quad \text{при}\, d_l = b_l - X_{l-1} x_l = 0. \tag{9}$$

Матриця $X_n^* = \begin{vmatrix} A_n \\ a_n \end{vmatrix}$ буде псевдообереною для $\tilde{O}$.

Лінія регресії завжди відрізняється від істинної у генеральній сукупності. Надійність та точність оцінки визначається [3]:

– похибками визначення значень залежної змінної за значеннями незалежних - стандартною похибкою оцінки

$$\overline{S}_{X_1}, \ldots, X_m = S_Z^2 \left(\frac{n}{n-m} \right) = \frac{\sum z^2}{n-m}, \tag{10}$$

де $S_Z^2 = \frac{\sum z^2}{n}$ – стандартне відхилення залишкових величин; n – число перетинів у інтервалі часу спостережень; m – число коефіцієнтів рівняння регресії, включаючи a_1 .

– ступенем залежності результативної ознаки від окремих незалежних факторів – індексами множинної кореляції

$$Ix_1, \ldots, x_m = \sqrt{1 - \frac{Sz^2}{Sx^2}}, \tag{11}$$

де Sz^2 – стандартне відхилення оцінених величин; Sx^2 – стандартне відхилення величин, за якими спостерігають, і множинної детермінації

$$\overline{d} x_1, \ldots, x_m = \overline{I} x_1^2, \ldots, x_m = 1 - \left(1 - I x_1, \ldots, x_m\right) \frac{n-1}{n-m}. \tag{12}$$

Вважається, що рівняння регресії повністю відображає природу залежності, якщо $Ix_1,...,x_m \geq 0{,}99$. В цьому випадку $\overline{S}x_1,\ldots,x_m$ є тільки похибкою вимірювань. У протилежному випадку вона відображає і неточність рівняння регресії.

Пошук коефіцієнтів рівняння регресії можна організовувати таким чином.

Нехай задані об'єкт та модель, на входи яких поступають одні й ті ж керуючі сигнали $u(t)$. Виходи моделі $y_M(t)$ і об'єкта $y(t)$ порівнюються, і деякий оператор змінює вектор параметрів моделі β так, щоб розходження виходів було мінімальним, тобто, щоб для рівняння моделі

$$y_M(t) = A\left[y_M(t), u(t), \beta\right] \tag{13}$$

деяка норма різниці задовольняла співвідношенню

$$Y\left[y(t), y_M(t), \beta\right] = \min Y\left[y(t), y_M(t), \beta\right], \tag{14}$$

де Y – скалярна функція $y(t), y_M(t), \beta$, що вимірюється.

Суттєва нелінійність и багатоскладність математичних моделей динаміки польоту приводять до практичної неможливсті застосування аналітичних методів рішення, яким властива низька універсальність.

Використання пошукових алгоритмів для даного вектора параметрів β_i здійснюється на основі опрацювання $u(t), y(t), y_M(t)$ та $\dot{y}_M(t)$ з метою отримання такого вектора β_{i+1}, що

$$J\left[y(t), y_M(t), \beta_{i+1}\right] < J\left[y(t), y_M(t), \beta_i\right], \tag{15}$$

де $\beta_{i+1} = \beta_i + \Delta\beta_i, \beta_i$ – значення вектора β при і-й ітерації; $\Delta\beta_i$ - приріст вектора β_i.

Залежно від конкретно поставленої задачі, на практиці застосовуються розімкнуті та замкнуті пошукові методи, які відрізняються формами нев'язності [4]:

– для розімкнутих методів пошуку

$$\delta(t) = y_M(t) - A\left[y_M(t), u(t), \beta_p\right], \tag{16}$$

– для замкнутих

$$\Delta(t) = y_M(t) - A\left[y_M(t) - \Delta(t), u(t), \beta_3\right]. \tag{17}$$

Незв'язності $\delta(t)$ і $\Delta(t)$ співпадають і $\beta_p = \beta_3$ тільки при умові $\delta(t) = \Delta(t) = 0$. Мінімальність $\delta(t)$ ще не означає мінімальності $\Delta(t)$. Звідси походить, що розімкнуті методи пошуку можуть застосовуватись лише в часткових випадках.

Окрім того, при наявності шумів на виході моделі $\overset{\approx}{y}_M(t) = y_M(t) + n(t)$ при умові екстремуму відповідно мають місце рівняння

$$\frac{\partial J_3(\beta)}{\partial\beta} = 2\int_0^T \left[\overset{\approx}{y}_M(t) - y(t,\beta)\right] \frac{\partial y(t,\beta)}{\partial\beta} dt = 0; \tag{18}$$

$$\frac{\partial J_p(\beta)}{\partial\beta} = 2\int_0^T \left\{\overset{\approx}{y}_M(t) - A\left[\overset{\approx}{y}_M(t), u(t), \beta\right]\right\} \frac{\partial A}{\partial\beta} dt = 0. \tag{19}$$

Оскільки у виразі (19) завада додана до аргументу вектора A, то поверхня критерію якості спотворюється, а оцінка параметрів, що шукають, виходить зміщеною.

Однак для функції $J_3(\beta)$ у випадку нелінійних систем можлива багатоекстремальність, що приводить до отримання неоднозначних результатів. В той же час, якщо для розімкнутих методів оператор А можна представити лінійною формою від β, тобто

$$A\left[y_M(t),u(t),\beta\right]=\sum_{i=1}^{n}\beta_i C_i\left[y_M(t),u(t)\right], \tag{20}$$

де C_i – деякий нелінійний оператор, а $y_M(t)$ таке, що система $C_i\left[y_M(t),u(t)\right]$ лінійно незалежна, то поверхня

$$Y_p(\beta)=\left\| y_M(t)=\sum_{i=1}^{n}\beta_i C_i\left[y_M(t),u(t)\right]\right\| \tag{21}$$

має єдиний екстремум, випукла при будь-яких β і для будь-якої норми.

Із положення про те, що при апріорно відомому діапазоні зміни ідентифікуємих параметрів $(\beta\in B)$ результати рішення рівняння моделі (13) виходять однозначними [5], витікає висновок про необхідність сполучення розімкнутих и замкнутих пошукових методів ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів літального апарата. Такий алгоритм може бути побудований на основі прототипу, що запропонований в [6].

Попереднє оцінювання вектора параметрів проводиться прямим методом, що забезпечує отримання вже на першому кроці достатнього наближення до оцінки, яка відшукується, потім ця оцінка вводиться в модель об'єкту, що настроюється, і вектор параметрів остаточно оцінюється ітеративним методом, обчислюється критерій якості ідентифікації та перевіряється досягнення ним оптимального значення.

Структурна схема алгоритму зображена на рис. 1.

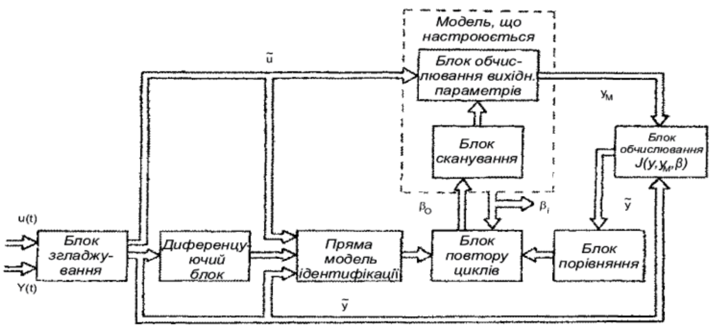

Рисунок 1

Вектори керуючих впливів и вихідних параметрів об'єкту, записані за допомогою бортової реєструючої апаратури, через блок згладжування та диференцуючий блок (для вектора Y) подаються на пряму модель ідентифікації, яка реалізується за розімкненим методом, тобто на основі умови мінімуму по нев'язності

$$\delta(t) = \frac{dy(t)}{dt} - A\left[y_M(t), u(t), \beta\right]. \tag{22}$$

Функціоналом якості ідентифікації є

$$Y\left[y(t), y_M(t), \beta\right] = \int_0^T \left\|\delta(t)\right\|^2 dt, \tag{23}$$

а умовою його мінімуму –

$$grad\beta_i y[\beta_i] \,|\beta_i = \beta = 0.$$

Таким чином, вже після першого кроку вектор ідентифікуємих параметрів визначається достатньо точно. Значення β_0 через блок повтору циклів подається до блоку сканування моделі, яка настроюється. В блоці сканування відбувається зміна вектора β у бік чергового збільшення та зменшення його с заданим кроком. На кожному кроці обчислюється вектор вихідних параметрів моделі y_M, а за його значенням и значенням y – функціонал якості ідентифікації. В блоці порівняння порівнюються значення функціоналу $Y(\beta_{i+1})$ та $Y(\beta_i)$. Запам'ятовуються найменший з них та відповідний йому вектор $\beta_{\min}$, який приймається за шуканий.

В блоці повтору циклів задається новий, менший крок сканування, і пошук повторюється. На повторному циклі $\beta_{\min}$ попереднього циклу береться за початкове значення. Така побудова процедури пошуку дозволяє скоротити витрату машинного часу, а також збільшити точність ідентифікації. Збіжність процедури багатопараметричної ідентифікації методом регулярного циклічного сканування доводиться аналогічно довідності збіжності методу випадкового пошуку [7].

Наприклад, була проведена ідентифікація аеродинамічних коефіцієнтів C_y та m_z легкого літака за даною реалізацією пошуковим методом. Подальше оцінювання часткових похідних регресивними методами привело до рівнянь регресій у вигляді

$$C_y = a_1 + b_1\overline{M} + b_2\alpha + b_3\overline{M}^2 + b_4\overline{\alpha}^2 + b_5\overline{M}\overline{\alpha} + b_6\overline{M}^2\overline{\alpha} + b_7\overline{M}\overline{\alpha}^2, \tag{24}$$

де $\overline{M} = M - 0{,}8;$ $\overline{\alpha} = \alpha$ – число Маха і кут атаки, відлічені від вибраних базових значень, які знаходяться всередині вибірки ($M_\delta = 0{,}8; \alpha_\delta = 0$);

$$\begin{gathered} m_z = c_1 + d_1\overline{\alpha} + d_2\overline{\omega}_z + d_3\dot{a}\overline{M} + d_4\dot{\alpha}\overline{\varphi} + d_5\overline{\alpha}\overline{\omega}_z + d_6\overline{\omega}_z\overline{\alpha}^2 + \\ + d_7\overline{M}^2 + d_8\overline{\alpha}\overline{\varphi} + d_9\overline{\beta}, \end{gathered} \tag{25}$$

де $\overline{\alpha} = \alpha - 0{,}2;$ $\overline{\omega}_z = \omega_z$ – кутова швидкість тангажу; $\dot{a} = \dot{\alpha}$ – зміна кута атаки від запізнення скосу потоку; $\overline{M} = M - 0{,}5;$ $\overline{\varphi} = \varphi + 0{,}05;$ φ – кут відхилення стабілізатора в радіанах; $\overline{\beta} = \beta$ – кут ковзання.

В усталених режимах польоту отримані коефіцієнти близькі до продувочних даних (рис. 2,3), однак при наявності ω_z та $\dot{\alpha}$ істотно відрізняються від них, більш повно описуючи фізичні фактори польоту.

Показники якості рівнянь множинної регресії дорівнюють:

$\overline{S}_z = 0,0179, \quad Ix_1,\ldots,x_m = 0,997; \quad \overline{d}x_1,\ldots, = 0,994.$

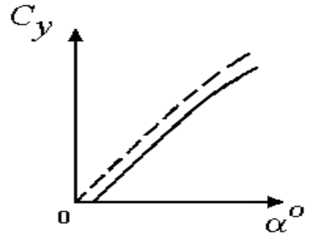

Рисунок 2

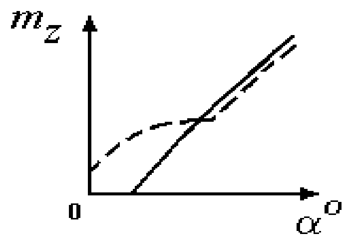

Рисунок 3

Таким чином, методи статистичного регресійного аналізу з ідентифікацією коефіцієнтів по моделі, що настроюється, дають можливість будувати математичні моделі руху ЛА в авіаційних тренажерах з високою точністю.

Література

1. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений.- М.: Сов. радио, 1978.

2. Захарин Ф.М. Методы и алгоритмы прикладного анализа. // Выпуск 2. Статистическая фильтрация.– Киев: КВВАИУ, 1978.

3. Пахненко В.Л. Обработка испытаний методом последовательных приближений.– Киев: КВВАИУ, 1976.

4. Норкин К.Б. Поисковые методы настройки управляемых моделей в задачах определения параметров объектов // Автоматика и телемеханика, 1968, №11.

5. Касьянов В.А. Ударцев Е.П. Определение характеристик воздушных судов методами идентификации.– М.: Машиностроение, 1988.

6. Войтенков И.Н. Об одном методе параметрической идентификации объектов управления. // Автоматика и телемеханика, 1978, №11.

7. Гроп Д. Методы идентификации систем.– М.: Мир, 1979.

УДК 629.7.016.7.

Зарубин А.Н., Добров О.А.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО НАСТРАИВАЕМОЙ МОДЕЛИ

В статье рассматривается возможность получения аэродинамических характеристик летательного аппарата с помощью алгоритма с реализацией по настраиваемой модели. Приводится пример для иллюстрации достигнутой точности оценивания.