

УДК 536.423.4

Горин В.В.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛЕНОЧНОЙ КОНДЕНСАЦИИ НЕПОДВИЖНОГО ПАРА НА ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ОТСОСЕ КОНДЕНСАТА НА ЕГО ГРАНИЦАХ

*Национальный технический университет Украины «КПИ»*

В условиях невесомости отсос конденсата является основным способом организации работы конденсаторов. В наземных условиях, отсос организуется, как за счет искусственного создания разности давлений, так и с помощью гравитационных сил путем профилирования поверхности конденсации. И в том и в другом случае существенное влияние на отвод конденсата, а значит и на интенсивность теплообмена оказывают силы поверхностного натяжения.

Известные (Риферт В.Г. и Смирнов Г.Ф. 2004 [5]) и хорошо зарекомендовавшие себя теоретические решения для расчета теплообмена при конденсации пара относятся к различным вариантам гравитационного стекания пленки конденсата. Попытки учесть поверхностные силы в теоретических решениях привели к появлению физически необоснованных и противоречивых результатов. Экспериментальные исследования в условиях невесомости авторам неизвестны, а для условий ослабленной гравитации (горизонтальная поверхность) они ограничены и противоречивы.

Проблемам воздействия поверхностных сил на процесс пленочной конденсации посвящено множество исследований. Наиболее часто принимаемыми допущениями при анализе этой проблемы являются [5]:

1. Оценка источника капиллярного отсоса по кривизне условного профиля вершины ребра.

2. Предположение о постоянстве градиента давления  $\frac{dp}{dx}$  в стекающей пленке

конденсата, определяемого как  $\frac{\Delta p}{h}$ , где  $h$  – высота ребра.

Существенное расхождение в оценках интенсификации теплообмена при пленочной конденсации в условиях движения пленки под действием некоторого источника отсоса, определяемого как разность давлений в паре и в жидкости в месте отсоса  $\Delta p = p_v - p_l$ , свидетельствует о необходимости дополнительных исследований. Авторы [1–4] исходили из того, что силы поверхностного натяжения являются не причиной, а следствием отсоса. Причина состоит в понижении давления в месте отсоса за счет любых внешних сил. Функции сил поверхностного натяжения сводятся к тому, что они формируют пленку жидкости таким образом, чтобы при ее движении в любом сечении выполнялись законы сохранения массы и количества движения. При этом градиент давления вдоль пленки и изменяется с этими же законами. Определяя толщину пленки жидкости, эти силы решающим образом влияют на интенсивность теплообмена. Авторы [1–4] не исключали возможности того, что в отдельных случаях заметную роль в формировании пленки конденсата могут сыграть и силы инерции, поэтому соответствующие слагаемые учтены в уравнениях движения.

Схема рассматриваемого процесса конденсации представлена на рис. 1. Принято, что течение пленки одномерное и осуществляется под действием отсоса в сечении 1-1, переохлаждение конденсата не учитывается.

Рассмотрим основные уравнения, описывающие движение пленки жидкости.

1. Уравнение сохранения количества движения вдоль оси  $x$

$$d(\bar{G}u_l) = dF_p - dF_\mu, \tag{1}$$

где изменение количества движения жидкости

$$d(\bar{G}u_l) = d(\bar{u}_l^2 b \delta \rho_l) = d \left( \text{Re}^2 \Delta \frac{\mu_l^2 b}{\rho_l l} \right) = \frac{\mu_l^2 b}{\rho_l l} (\text{Re}^2 d\Delta + 2\text{Re} \Delta d\text{Re}); \tag{2}$$

сила давления

$$dF_p = -b\delta dp_l = b\delta d(p_s - p_l) = \frac{\mu_l^2 b}{\rho_l l} \Delta dP; \tag{3}$$

сила трения

$$dF_\mu = \mu_l \left( \frac{du_l}{dy} \right)_{y=0} b dx. \tag{4}$$

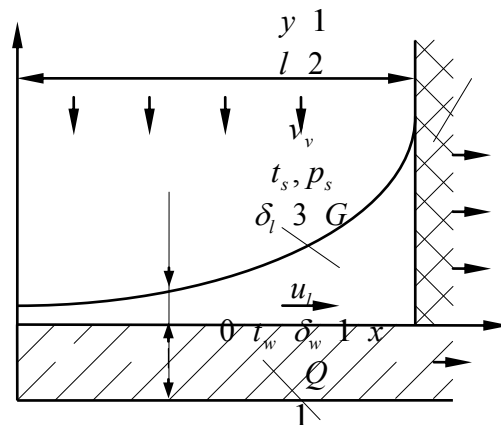


Рисунок 1 – Схема процесса пленочной конденсации с отсосом жидкости: 1 – теплоотводящее ребро; 2 – пористая структура; 3 – пленка жидкости

Аппроксимируя зависимость  $u_l = f(y)$  полиномом второй степени, полагая  $(u_l)_{y=0} = 0$ ,

$$\left( \frac{du_l}{dy} \right)_{y=\delta} = 0 \text{ и с учетом того, что } \bar{u}_l = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u_l dy \text{ получим: } \left( \frac{du_l}{dy} \right)_{y=0} = \frac{3\bar{u}_l}{\delta}. \text{ Тогда}$$

$$dF_\mu = \frac{3\mu_l \bar{u}_l}{\delta} b dx = \frac{3\mu_l^2 b}{\rho_l l} \frac{1}{\Delta} \text{Re} dX. \tag{5}$$

В уравнениях (2)–(5) приняты обозначения:  $X = \frac{x}{l}$ ,  $\Delta = \frac{\delta}{l}$ ,  $Re = \frac{\rho_l \bar{u}_l l}{\mu_l}$ ,  $P = \frac{(p_s - p_l) l^2}{\nu_l^2 \rho_l}$ ;

После подстановки (2), (3), (5) в (1) получим:

$$P' = Re^2 \left( 2 \frac{Re'}{Re} + \frac{\Delta'}{\Delta} \right) + \frac{3Re}{\Delta^2}, \quad (6)$$

где  $P' = \frac{dP}{dX}$ ,  $Re' = \frac{dRe}{dX}$ ,  $\Delta' = \frac{d\Delta}{dX}$ .

2. Уравнение сохранения количества движения вдоль оси  $y$

$$\nu_v dG = dF_p \cdot \cos \beta - dF_\sigma \cdot \cos \beta, \quad (7)$$

где с учетом  $\nu_v = \frac{1}{\rho_v b} \frac{dG}{dx}$ ,  $G = \rho \bar{u} b \delta = Re \Delta \rho \nu b$ ,  $\frac{dG}{dx} = (Re' \Delta + Re \Delta') \rho \nu b$

изменение количества движения  $\nu_v dG$  равно:

$$\nu_v dG = \frac{1}{\rho_v b} \frac{dG}{dx} dG = (Re' \Delta + Re \Delta')^2 \frac{\rho_l^2 \nu_l^2 b}{\rho_v} dx; \quad (8)$$

сила давления

$$dF_p = (p_s - p) \frac{b dx}{\cos \beta}; \quad (9)$$

сила поверхностного натяжения

$$dF_\sigma = \sigma \delta'' b dx. \quad (10)$$

Перейдя к безразмерным переменным и принимая во внимание, что угол  $\beta$  есть угол наклона касательной к поверхности пленки, получим:  $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \beta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta'^2}}$  и из уравнения (7) получим:

$$\Delta'' = A \sqrt{1 + \Delta'^2} \left[ P - \frac{\rho_l}{\rho_v} (Re' \Delta + Re \Delta')^2 \right], \quad (11)$$

где  $A = \frac{\rho_l \nu_l^2}{\sigma l}$ ,  $\Delta'' = \frac{d^2 \Delta}{dX^2}$ .

3. Комбинированное уравнение энергии, сплошности и теплопередачи

$$\frac{\lambda (t_s - t_w) b dx}{\delta} = rdG. \quad (12)$$

С учетом того, что  $G = \rho \bar{u} b \delta$  и используя безразмерные переменные, из последнего уравнения получим:

$$\text{Re}' = \frac{K}{\Delta^2} - \frac{\text{Re} \Delta'}{\Delta}, \quad (13)$$

где  $K = \frac{\lambda(t_s - t_w)}{\rho \nu r}$  – безразмерный температурный напор.

4. Одномерное уравнение теплопроводности вдоль ребра

$$\lambda_w \frac{d^2 t}{dx^2} = - \frac{\lambda_l(t_s - t_w)}{\delta_l \delta_w} \quad (14)$$

или в безразмерной форме

$$K'' = \frac{BK}{\Delta}, \quad (15)$$

где  $K'' = \frac{d^2 K}{dX^2}$ ,  $B = \frac{\lambda_l l}{\lambda_w \delta_w}$  – аналог критерия Био для ребра.

Средняя интенсивность теплоотдачи характеризуется безразмерным комплексом  $\text{Nu} = \frac{\bar{\alpha} l}{\lambda} = \frac{Q}{\lambda b(t_s - t_w)} = \frac{r \rho \bar{u}_1 \delta_l b}{\lambda b(t_s - t_w)} = \frac{\text{Re}_1 \Delta_1}{K}$ , где величины с индексом 1 относятся к сечению  $x = 1$ .

Значение интенсивности теплообмена  $\text{Nu}$ , которое может быть найдено в результате решения системы уравнений (6), (11), (13), (15), в общем случае может зависеть от пяти безразмерных параметров:

- безразмерной разности давлений пара и жидкости в месте отсоса  $P_1$ ;
- безразмерного температурного напора в месте отвода тепла  $K$ ;
- комплекса свойств теплоносителя  $A$ ;
- аналога критерия Био для конденсации на ребре  $B$ ;
- отношения плотностей паровой и жидкостной фаз.

Описание математической модели процесса конденсации при отсосе пленки представлено авторами ранее. Некоторые отличия в конечной форме уравнений связаны, главным образом, с разными способами представления решаемой задачи в одномерном виде. Эти отличия связаны со слагаемыми, которые при рассмотренных значениях параметров малы, поэтому различия в результатах расчетов по этой причине не существенны. Главная причина качественного отличия расчетных закономерностей изменения толщины пленки вдоль поверхности конденсации состоит в различии принятых граничных условий.

Рассмотрим характерные граничные условия для системы уравнений (6), (11), (13), (15) при выбранных на рис.1-2 координатах.

1. Левая граница ( $X = 0$ )

1.1.  $\text{Re} = 0$ . Такое условие наблюдается в задачах симметричного отсоса (рис. 2а, 2е), а также в случае примыкания участка конденсации к теплоизолированному участку (рис. 2б, 2д)

1.2.  $P = 0$  наблюдается в случае примыкания участка конденсации к теплоизолированному участку (рис. 2 б). Вследствие того, что обычно сила инерции мала в сравнении с силой давления, из (11) следует, что это условие в большинстве случаев соответствует условию  $\Delta'' = 0$ .

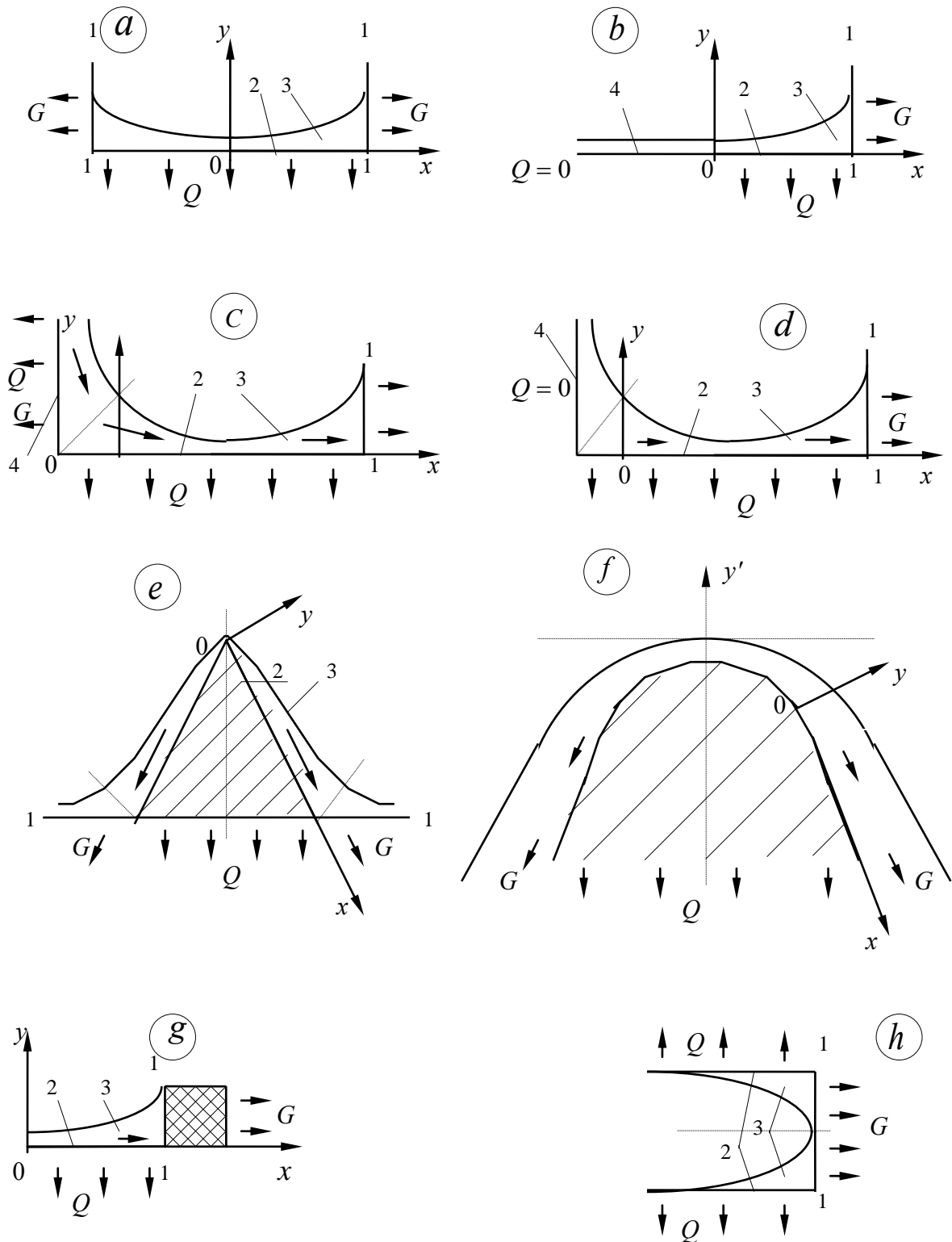


Рисунок 2 – Типичные варианты задания граничных условий при пленочной конденсации с отсосом жидкости

1-1 – сечение отсоса; 2 – теплоотводящая стенка; 3 – пленка жидкости;  
4 – теплоизолированная стенка

1.3.  $\Delta' = 0$  – условие симметрии (рис. 2а) либо условие примыкания к полностью смачиваемой теплоизолированной поверхности (рис. 2b).

1.4.  $Re = Re_0 \neq 0$ ;  $P = P_0 \neq 0$ ;  $\Delta = \Delta_0$ ;  $\Delta' = \Delta'_0$ . В некоторых случаях реальную задачу конденсации удобно разбить на две одномерные сопряженные задачи (рис. 2с). В этом случае значения  $Re_0, P_0, \Delta_0$  находятся предварительно из решения предшествующей задачи конденсации.

1.5.  $\Delta = \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заведомо малое число. Такое условие удобно принять, например, для вершины ребра (рис. 2е). Это условие физически не совсем понятно и требует пояснений. Строго говоря, в рамках принятых представлений следовало бы, задавшись радиусом кривизны вершины ребра, рассмотреть сопряженную задачу, состоящую из задачи конденсации на вершине ребра и задачи конденсации на основной поверхности ребра (рис. 2f). Для первой задачи следовало бы задать физически понятное условие о том, что на оси ребра поверхность пленки перпендикулярна этой оси, решить эту задачу и определить значение  $\Delta_0$ , необходимое для решения второй задачи. Однако из-за того, что площадь поверхности теплообмена на вершине ребра мала по сравнению с полной поверхностью ребра, вкладом этого участка в общий теплоперенос можно пренебречь и принять для второй задачи  $Re_0 = 0, \Delta = \varepsilon \rightarrow 0$ . Если принять  $\Delta = 0$ , то с физической точки зрения это означает разрыв в кривизне пленки на вершине ребра, а с точки зрения математики возникают проблемы в связи с делением на 0 в уравнении (13). Некоторый произвол в принятии значения малого  $\varepsilon$  не вносит неопределенности в решение задачи. Изменение значения малого  $\varepsilon$  приводит к соответствующему изменению значений  $P_0$  и  $\Delta'_0$  (определяемых в результате решения краевой задачи) и практически не влияет на остальные величины. Авторами при решении подобных задач принималось  $\varepsilon = 0.001$ , в то время, когда  $\bar{\Delta} \sim 0.02 \div 0.05$

1.6.  $K = K_0$ ;  $K' = K'_0$  – традиционные для задач теплопроводности граничные условия первого либо второго рода.

2. Правая граница ( $X = 1$ )

2.1.  $P = P_1$ , где  $P_1$  – независимо задаваемая характеристика интенсивности отсоса конденсата, либо величина, определяемая в результате совместного решения сопряженной задачи конденсации и отсоса жидкости.

2.2.  $\Delta = \Delta_1$ . Такое условие задается тогда, когда вследствие конструктивных особенностей  $\Delta_1$  является величиной фиксированной и не зависит от  $P_1$  (см. рис. 2g). Строго говоря, в этом случае, как и в случае 1.4 (рис. 2е), следовало бы решать сопряженную задачу конденсации и течения жидкости у вершины ребра. Однако, полагая, что эти локальные явления не вносят существенного вклада в общий процесс, будем решать задачу конденсации при заданном  $\Delta_1$ .

2.3.  $\Delta' = 0$  – условие полного смачивания поверхности либо условие симметрии (рис. 2а).

2.4.  $K = K_1$ ;  $K' = K'_1$  – традиционные для задач теплопроводности граничные условия первого либо второго рода.

Различные варианты сочетания граничных условий определяют многообразие решений системы уравнений (6), (11), (13), (15). Чтобы решить эту систему необходимо задать шесть граничных условий. Корректное их задание является очень важным фактором. Дополнительные трудности в выборе граничных условий для конкретной задачи нередко возникают из-за необходимости сводить реальные процессы к одномерным. Так, например, для условий, соответствующих схеме на рис. 2с, двумерную задачу те-

чения пленки конденсата можно свести к решению двух одномерных задач конденсации - на вертикальной стенке и на горизонтальной.

При этом непонятно, как в рамках одномерных задач описать конденсацию и течение пленки в месте стыковки поверхностей конденсации (в углу). Следует отметить, что вследствие толстой пленки конденсата в этой области вклад этой зоны в общий процесс теплообмена незначителен. С другой стороны, большая площадь поперечного сечения потока жидкости в этой области приводит к незначительным потерям давления. Все это позволяет опустить рассмотрение гидродинамики и теплообмена в этой наиболее сложной для математического описания области. Возможные пути решения этого вопроса авторами рассмотрены ниже на конкретном примере. Проведены расчеты для одного из типичных вариантов сочетания граничных условий в системе уравнений (6), (11), (13), (15).

Пример вариантного расчета.

Рассмотрим следующие граничные условия:

$$\text{при } X = 0: \text{Re} = 0; \Delta' = 0; P = 0; K' = 0; \text{ (16); при } X = 1: P = P_1; K = K_1; \text{ (17)}$$

т.е. для пленки жидкости приняты условия 1.1, 1.2, 1.3 и 2.1.

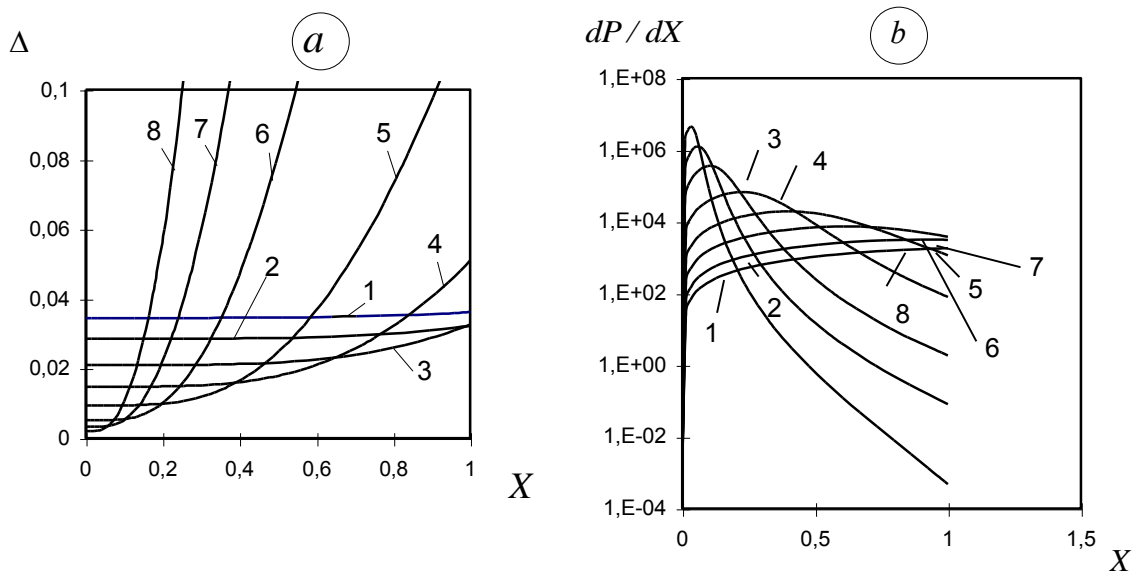


Рисунок 3 – Изменение безразмерной толщины пленки жидкости  $\Delta$  (а) и безразмерного градиента давления  $P' = dP / dX$  (б) в пленке жидкости вдоль поверхности конденсации при граничных условиях (16), (17) (рис. 2б), при  $B=0$ ,  $K=0.001$ ,

$A=0.00002$  и различных интенсивностях отсоса  $P_1$ :

1 – 1000; 2 – 2000; 3 – 5000; 4 – 10000; 5 – 20000; 6 – 50000; 7 – 100000; 8 – 200000

Такие граничные условия соответствуют схеме, представленной на рис. 2б. Некоторые результаты численного решения системы уравнений (6), (11), (13) для изотермической поверхности конденсации ( $B = 0$ ) при краевых условиях (16) и (17) представлены на рис. 3 и рис. 4 и свидетельствуют о следующем:

1.1. Пленочная конденсация в условиях отвода конденсата под мощным источником отсоса характеризуется сильным и немонотонным изменением вдоль пленки

конденсата градиента давления  $P'$  (рис. 3б). Допущение о постоянстве  $P'$  вдоль  $X$ , принимаемое многими авторами, не выполняется во всех случаях.

1.2. В рассмотренном диапазоне параметров наблюдается незначительное влияние на значение  $Nu$  сил инерции (первое слагаемое в правой части уравнения (6))

1.3. При малых интенсивностях отсоса можно считать линейным изменение  $P'$  вдоль  $X$ , что соответствует постоянству  $\Delta$ . В этом случае система уравнений (6), (11), (13), (15) существенно упрощается:

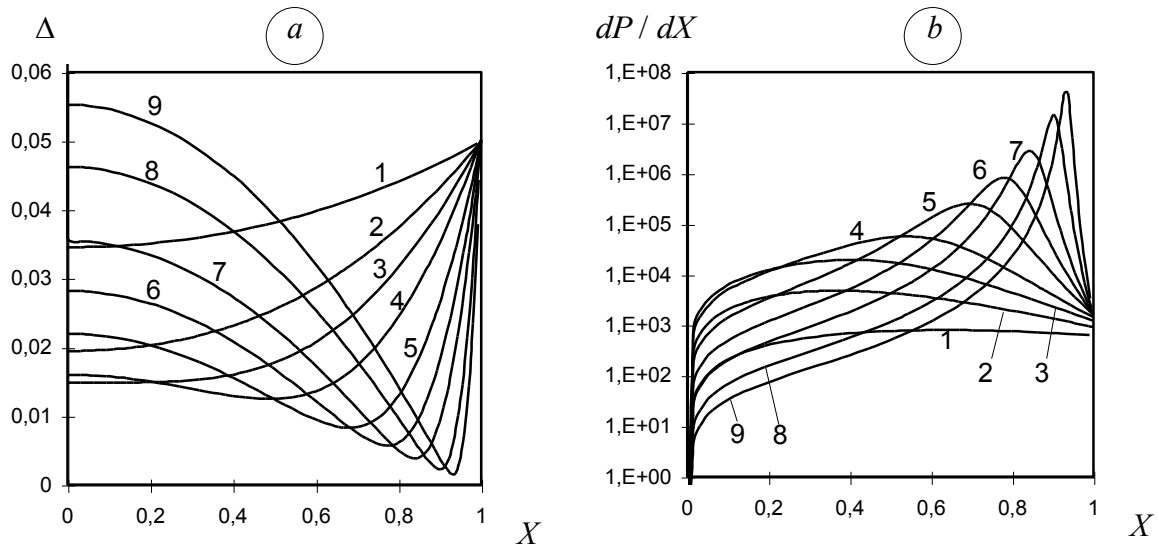


Рисунок 4 – Изменение безразмерной толщины пленки  $\Delta$  (а) и безразмерного градиента давления  $P'$  (б) вдоль поверхности конденсации при граничных условиях (22), (23),  $B=0$ ,  $K=0.001$ ,  $A=0.00002$ ,  $\Delta_1 = 0.01$  и различной интенсивности отсоса  $P_1$ : 1 – 2000; 2 – 5000; 3 – 10000; 4 – 20000; 5 – 50000; 6 – 100000; 7 – 200000; 8 – 500000; 9 – 1000000

$$P' = \frac{3Re}{\Delta^2}; \quad (18)$$

$$Re' = \frac{K}{\Delta^2}; \quad (19)$$

$$K'' = \frac{BK}{\Delta} \quad (20)$$

и для изотермической задачи ( $K = const$ ) получено аналитическое решение:  $Nu = 0.904P_1^{0.25}$  (21).

1.4. При малых интенсивностях отсоса можно считать  $\Delta'^2 \ll 1$ .

1.5. Зависимость средней интенсивности теплообмена  $Nu$  от интенсивности отсоса  $P_1$  показывает существование некоторого максимума интенсивности теплоотдачи



(это следует из анализа рис.4 (а)), после достижения которого дальнейший рост интенсивности отсоса не способствует росту интенсивности теплообмена.

### Условные обозначения

L; l – длина, м;  
Q – тепловой поток, Вт;  
G – массовый расход, кг/сек;  
Z; X; z; y – координаты, м;  
d – диаметр м.; П – периметр, м;  
W, w, u – скорость, м/сек;  
P, p – давление Па; Н/м<sup>2</sup> ;  
 $\beta$  – угол, град.  
 $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup> ;  
 $\mu$  – динамическая вязкость, кг/(м сек);  
 $\delta$  – толщина (пленки, стенки), м;  
 $Nu = \alpha L / \lambda$  – число Нуссельта;  
 $Re = WL / \nu$  – число Рейнольдса;  
A; B; P – безразмерные числа для конденсации с отсосом.

### Индексы

l – жидкость;  
f – сечение;  
Z; X; Y – координаты;  
1 – сечение отсоса.

### Литература

1. Smirnov H.F. and Buz V.N. The Condensation on the Finned Corrugated Surfaces when the Condensate Film Flows Without Gravitational Forces Action/ Proc. of the IX Int.Heat Pipe Conf. Albuquerque, May, 1995.
2. Smirnov H.F. and Buz V.N. The condensation on the profiled surfaces without gravitational low of liquid film/ Proc. of the "Heat and Mass. Transfer. International Forum - Minsk-96". Vol.4, Part 2, pp.131-135, Minsk, 1996 (in Russian).
3. Smirnov H.F., Buz V.N. and Goncharov K.A. Intensification of Heat Exchange in Two Phase Loop Condensers for Space Applications/ The 10 -th Int.Heat Pipe Conf. Preprints of Sessions A1, A2. Paper A1-1, September, 1997, Stuttgart. Germany.
4. Buz V.N., Smirnov H.F. The film-wise condensation on the finned surfaces and with artificial suction in space conditions/Proc.of the Intern.Symp."The Physics of Heat Transfer in Boiling and Condensation". May, 1997, Moscow, Russia, pp. 545–549.
5. Rifert V.G. & Smirnov H.F." Condensation Heat Transfer Enhancement" WIT Press Publishing House; Southampton; February 2004; 392 pp.