УДК 621.391.037.372

Рассомахин С.Г.

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ ПОЗИЦИОННЫХ КОДОВ СИГНАЛАМИ С КОМБИНИРОВАННОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Одной из наиболее распространенных задач распределенных автоматизированных систем управления (АСУ) является оперативный обмен цифровой измерительной информацией между органами и объектами управления. При этом передача числовых данных осуществляется при помощи позиционных кодов (измерений), выполненных в дискретные моменты времени и представленных числами конечной разрядности (импульсно-кодовая модуляция). Основным показателем качества функционирования системы цифровой передачи позиционных кодов (СЦППК) является средняя относительная мощность ошибки восстановления чисел на выходе демодулятора. Факторами, снижающими точность функционирования СЦППК, являются ошибки измерений и помехи каналов связи. В условиях ограниченного частотно-энергетического ресурса физических трактов передачи информации второй фактор приобретает доминирующее значение. Хотя сама по себе задача обеспечения требуемых значений показателей качества таких систем не нова [1, 2], однако до сих пор не существует ее универсального решения в условиях ограниченного ресурса. Кроме того представляет интерес оптимизация параметров СЦППК на основе совместного рассмотрения кодирования источника и канала при использовании активно внедряемых в мобильных сетях третьего и четвертого поколений [3] сигналов с комбинированными видами модуляции.

Наибольшее распространение, благодаря сочетанию ряда положительных свойств, получили методы модуляции на основе частотного разделения с мультиплексированием OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [4]. Групповой сигнал OFDM, является композицией нескольких колебаний несущих частот, которые присутствуют в спектре одновременно и используют собственную модуляцию по фазе. Такой сигнал может рассматриваться, как несколько параллельных каналов или как многоосновный сигнал для кодированной передачи одновременно нескольких двоичных символов потока данных. Для рассматриваемого случая удобно использовать структуру OFDM для передачи многоразрядных (в двоичном представлении) позиционных кодов чисел за один интервал модуляции.

Математическое описание произвольного OFDM сигнала имеет вид:

$$S_j(t)=\sum_{i=0}^{N-1} a_i \cdot \sin\left\{\left(f_н + i\right)\cdot t + r_{j,i}\cdot\frac{2\pi}{m}\right\},\quad t\in\overline{0,T}, \tag{1}$$

где N – число несущих частот; $f_н$ – значение наименьшей несущей частоты; $r_{i,j}$ – j-ый модуляционный фазовый сдвиг на i-ой несущей частоте; m – кратность фазовой манипуляции; a_i – амплитуда i-ой несущей; T – длительность интервала модуляции. При использовании четырехкратной ФМ: m = 4, $r_{i,j}\in\overline{0,3}$. Как следует из (1), интервал между несущими частотами в спектре сигнала для обеспечения их ортогональности составляет $\Delta f = 1/T$.

В традиционном применении амплитуды всех несущих колебаний одинаковы: $a_i = a,\quad i=0,\dots N-1$. Тогда, с учетом того, что на каждой из несущих частот осуществляется передача двух бит, энергия сигнала, приведенная к одному биту, составляет

$$E = a^2 \cdot \left(T/4 \right). \quad (2)$$

OFDM сигналы, если их рассматривать как реализации многоосновных сигналов одного ансамбля, являются взаимно зависимыми, т.к. элементы соответствующей ковариационной матрицы $\|\rho_{ij}\|$ принимают значения в диапазоне от минус до плюс единицы с шагом дискретности, обратно пропорциональным мощности ансамбля. Собственно ковариационная матрица обладает рангом $\mathrm{rank}\|\rho_{ij}\| = 2 \cdot N$, что соответствует количеству корреляторов в схеме оптимального когерентного приемника, который реализует потенциальную помехоустойчивость обработки. Это означает, что поэлементный прием с использованием отдельной решающей схемы для каждой квадратурной составляющей на всех несущих частотах обеспечит в условиях аддитивного белого шума со спектральной плотностью мощности N_0 наименьшую возможную величину вероятности приема с ошибкой в расчете на один бит, совпадающую с соответствующей вероятностью для противоположных сигналов [2]:

$$p = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\sqrt{2 \cdot E / N_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{2} \right) dx . \quad (3)$$

В условиях рассматриваемой задачи для передачи каждого значащего разряда позиционного кода числа, представленного в двоичной форме, отводится отдельная квадратурная составляющая на каждой из частот. При этом если n – разрядность позиционного кода, то для передачи числа за один интервал модуляции необходимо $N = \lceil n/2 \rceil$ несущих частот. Для модели двоичного симметричного канала без памяти [2], характеризуемого переходной вероятностью p, средняя нормированная мощность ошибки восстановления может быть вычислена из выражения

$$D = \sum_{i=1}^{n} \left(C_{n-1}^{i-1} p^i (1-p)^{n-i} \sum_{j=1}^{n} 2^{2(n-j)} \right), \quad (4)$$

где вероятность p вычисляется для одного разряда позиционного числа на основании (3) в предположении равной энергии (2), затрачиваемой на передачу каждого из n двоичных разрядов кода. В дальнейшем будем предполагать нормировку E = 1, при этом амплитуда несущих колебаний сигнала (1) составит $a = 2 \cdot T^{-0,5}$.

Естественным способом уменьшения величины D может являться учет неравенства весов разрядов чисел, вследствие которого искажения старших разрядов приводят к большей относительной ошибке восстановления, чем аналогичные искажения в младших позициях числа. Если осуществить перераспределение энергии между квадратурными компонентами на несущих частотах $E_0, E_1, \ldots, E_{n-1}$, соблюдая требование

$$\sum_{i=0}^{n-1} E_i = n , \quad (5)$$

то при неизменных энергетических затратах на передачу и соответствующей оптимальной пропорции этого перераспределения можно добиться наименьшего значения средней мощности ошибки. В этом случае нормированная дисперсия ошибки восстановления составит

$$
\begin{aligned}
D' = \sum_{i_0=0}^{n-1} \left\{ \left[\prod_{k=0}^{0} p_{i_k} \right] \cdot \left[\prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i_0}}^{n-1} \left[1\cdot\left(1-p_j\right) \right] \right] \cdot \left[\sum_{\ell=0}^{0} 2^{2\cdot i_0} \right] \right\} + \\
+ \sum_{i_0=0}^{n-2} \sum_{i_1=i_0+1}^{n-1} \left\{ \left[\prod_{k=0}^{1} p_{i_k} \right] \cdot \left[\prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i_o, i_1}}^{n-1} \left[1\cdot\left(1-p_j\right) \right] \right] \cdot \left[\sum_{\ell=0}^{1} 2^{2\cdot i_\ell} \right] \right\} + \\
+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \left[\prod_{k=0}^{n-1} p_k \right] \cdot \left[\sum_{\ell=0}^{n-1} 2^{2\cdot\ell} \right],
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

где p_i, $i=\overline{0, n-1}$ определяются выражением (3) при $E = E_i$.

В предположении возможности только однократных ошибок на длине кодового слова n выражение (6) может быть упрощено

$$
D'' = \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ p_i \cdot \left[\prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n-1} \left[1\cdot\left(1-p_j\right) \right] \right] \cdot 2^{2\cdot i} \right\}. \qquad (7)
$$

Задача оптимального распределения энергии между квадратурными компонентами несущих частот формулируется следующим образом: найти вектор $\vec{E} = \{E_0, E_1, \ldots, E_{n-1}\}$, обеспечивающий минимум целевой функции $Ц = \min\left[D'\left(\vec{E}\right)\right]$ при ограничении (5). Результаты решения данной задачи численным методом при n = 8 в зависимости от нормированного отношения сигнал/шум $h = \left(N_0\right)^{-1}$ показаны на рис. 1.

На рис. 1 "а" показаны зависимости нормированной дисперсии ошибки восстановления при обычной передаче D (4), при оптимальном распределении энергии D' (6), а также при оптимизации по приближенной формуле D'' (7). Выигрыш по уменьшению величины средней нормированной мощности ошибки восстановления составляет $10 \div 15$ дБ. Использовать приближенную формулу (7) для упрощения задачи оптимизации можно только при значениях $h > 5 \div 6$, т.к. для плохих каналов она дает слишком оптимистичную оценку дисперсии ошибки.

Рис. 1 "б" иллюстрирует оптимальное распределение энергии между разрядами двоичного числа. С ухудшением канала дифференциация энергии возрастает. Кроме того, данный рисунок позволяет констатировать, что при $h < 2$ передача младших (в данном примере нулевого и первого) разрядов числа не имеет смысла: $E_0 \approx E_1 \approx 0$. За счет их устранения можно повысить частотную эффективность процесса передачи чисел, сократив на единицу количество несущих частот в составе сигнала.

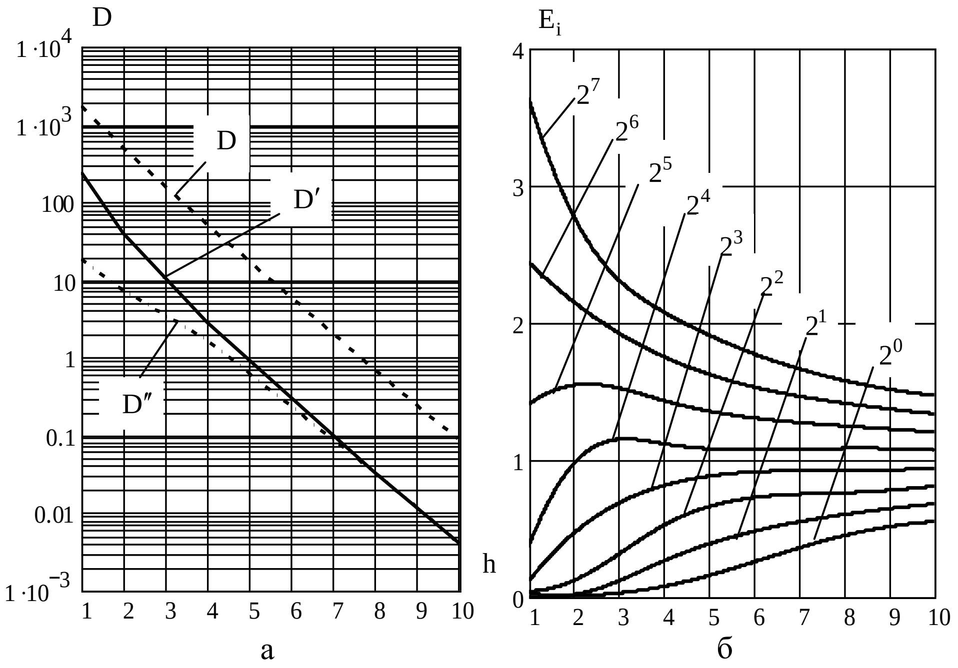

Рисунок 1 – Иллюстрация результатов решения оптимизационной задачи

Полученные при решении оптимизационной задачи результаты свидетельствуют о возможности существенного повышения качества передачи позиционных чисел без дополнительных энергетических и частотных затрат на основе применения OFDM сигналов с дополнительной амплитудной модуляцией квадратурных компонент.

Литература

1. Величкин А. И. Теория дискретной передачи непрерывных сообщений. М.: Сов. радио, 1970. – 296 с.

2. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации/ Под ред. А. Г. Зюко.− М.: Радио и связь, 1985.− 272 с.

3. Григорьев В. А., Лагутенко О. И., Распаев Ю. А. Сети и системы радиодоступа. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 384 с.

4. Волков Л. Н., Немировский М. С., Шинаков Ю. С. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 392 с.

УДК 621.391. 037.372

Рассомахін С.Г.

ОПТИМІЗАЦІЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ ПОЗИЦІЙНИХ КОДІВ СИГНАЛАМИ З КОМБІНОВАНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

Розглянутий метод підвищення якості передачі позиційних чисел на основі OFDM сигналів, які використовують додаткову амплітудну маніпуляцію квадратурних складових. Вирішене оптимізаційне завдання перерозподілу енергії між несучими частотами. Показана можливість зменшення відносної потужності шуму відновлення на 10–15 дБ без додаткових енергетичних витрат.