

Ефимов А.В., Потанина Т.В.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗОК
МЕЖДУ ЭНЕРГОБЛОКАМИ АЭС С ВВЭР-1000**

Введение. Объективной реальностью сегодняшнего дня является развитие атомной энергетики во многих странах мира. Один из определяющих факторов такой тенденции – проблема обеспечения энергетической независимости, актуальной для ряда государств, в том числе и для Украины. В «Энергетической стратегии Украины до 2030 года и дальнейшую перспективу» в разделе IV «Стратегия развития ядерной энергетики» предусматривается, по меньшей мере, сохранить установленную мощность ядерных энергоблоков Украины на уровне $14 \cdot 10^3$ – $15 \cdot 10^3$ МВт.

Одним из принципов, закладываемых в стратегию развития ядерной энергетики Украины, является планирование не только базовых режимов работы энергоблоков АЭС, но и обеспечение возможности их работы в режиме регулирования суточного графика энергопотребления в единой энергетической системе Украины, а в перспективе и в энергетических системах европейских государств. Эффективной и безопасной эксплуатации атомных электростанций в таком режиме можно достичь, автоматизируя процесс управления распределением электрических нагрузок между энергоблоками с учетом их функционального состояния, что требует совершенствования математического и алгоритмического обеспечения, находящегося в распоряжении эксплуатирующихся АСУ ТП.

Следует также отметить, что недостаточно высокая маневренность действующих отечественных энергоблоков АЭС является фактором, ограничивающим круг задач управления режимами их работы в основном проблемой поддержания заранее заданных величин регулируемых параметров на номинальных режимах. Однако требования Европейских энергокомпаний EUR к стандартному проекту новых строящихся АЭС в Украине предусматривают повышение маневренности оборудования и требования возможности работы энергоблоков в диапазоне нагрузок 30–100 % от их номинальной мощности (со скоростью изменения нагрузки 3 % от номинальной мощности в минуту). В связи с этим, проблема выбора оптимальных стратегий при управлении режимами работы энергоблоков АЭС, в частности проблема оптимального распределения нагрузок между ними с целью повышения среднеэксплуатационной тепловой экономичности электростанций, становится особенно актуальной.

Постановка задачи. Задача оптимального распределения нагрузок между энергоблоками АЭС – это задача отыскания такого распределения нагрузок, при котором критерий оптимальности в виде удельного расхода теплоты q на выработку заданного количества электроэнергии N достигал бы своего минимума:

$$q = f(N) \rightarrow \min . \quad (1)$$

К настоящему времени накоплен значительный опыт по совершенствованию методов расчета и поиску рациональных подходов к решению рассматриваемой задачи с целью создания удобного и эффективного алгоритмического и программного обеспечения. Основными требованиями, предъявляемыми к таким методам и подхо-

дам, являются: учет реального состояния оборудования и его характеристик, высокая надежность, быстродействие, обеспечивающее возможность управления режимами работы электростанций, достижение требуемой точности конечных результатов расчета.

Параметры и характеристики систем и оборудования энергоблоков АЭС и элементов их тепловых схем изменяются в процессе эксплуатации в результате действия различных факторов. Факторы, оказывающие влияние на электрическую мощность N и тепловую экономичность q энергоблока, можно разбить на следующие группы [1]:

- энергосистемные условия, определяющие график электрической нагрузки во времени;
- условия отпуска теплоты, определяющие график теплофикационной нагрузки, количество и качество пара, отпускаемого потребителям;
- условия циркуляционного водоснабжения, определяющие давление в конденсаторах (температура и качество охлаждающей воды, периодичность чистки трубных пучков конденсаторов и т.д.);
- эксплуатационные ухудшения экономических характеристик проточной части турбины, теплообменного оборудования, насосов и т.п. в результате изменения их состояния в межремонтный период;
- показатели надежности основного и вспомогательного оборудования, которые определяют необходимость плановых и аварийных отключений этого оборудования.

Оценить результат воздействия перечисленных факторов на основные показатели выработки электрической и тепловой энергии позволяют эксплуатационные (энергетические) характеристики энергоблоков. Они являются исходной информацией при решении задач поиска оптимальных режимов управления работой энергетического оборудования, в том числе и задач оптимального распределения нагрузок между энергоблоками АЭС.

Несмотря на имеющееся большое количество работ по вопросу построения моделей эксплуатационных характеристик для оптимального распределения нагрузок между энергоблоками в пределах одной АЭС, до сегодняшнего дня реализация и широкое внедрение автоматизированного выбора оптимальных режимов работы энергоблоков сдерживается имеющимися трудностями методологического характера. Их анализ позволяет сформулировать ряд проблем, получивших наибольшее распространение:

- проблема выбора из множества управляемых параметров наиболее значимых с точки зрения определения реального технического состояния оборудования;
- проблема построения не только нормативных эксплуатационных характеристик энергоблоков, но и таких, которые бы адекватно описывали состояние оборудования при работе в режимах, отличных от номинальных, то есть на частичных нагрузках;
- проблема получения математических моделей оборудования энергоблоков и постановка задачи оптимизации в условиях неопределенности информации (при неточном задании исходных данных);
- проблема многокритериальной постановки задачи (необходимость учета фактора надежности работы оборудования, экологических ограничений, оптимизации комплекса режимных параметров каждого энергоблока и других);
- проблема зависимости вида энергетических характеристик от того уровня, на котором осуществляется постановка и решение оптимизационной задачи (блочный или общестанционный), и другие проблемы.

Кроме того, существует проблема методического характера – выбор математического метода решения, который непосредственно определяется постановкой задачи, а также используемой математической моделью объекта оптимизации.

В данной статье приводятся разработанные методические положения и алгоритмы решения задачи оптимального распределения нагрузок между энергоблоками АЭС с ВВЭР-1000, спроектированными по моноблочной схеме, и возможные способы преодоления отмеченных выше проблем.

Задача оптимального распределения электрических нагрузок между энергоблоками АЭС в общем виде может быть сформулирована следующим образом:

$$Q_{CT} = \sum_{i=1}^n Q_i(N) \rightarrow Q_{CT}^{\min}, \quad (2)$$

где Q_{CT} – общий (суммарный) расход теплоты по станции, $Q_i(N)$ – расход теплоты i -го энергоблока ($i = 1, \dots, n$), Q_{CT}^{\min} – минимум общего расхода теплоты по станции.

Для успешного решения такой задачи весьма важен обоснованный выбор математического метода поиска экстремума. При этом необходимо учитывать особенности объекта оптимизации, свойства оптимизируемых параметров, наличия ограничений на диапазон изменения оптимизируемых параметров, требования получения определенной точности решения задачи и другие факторы.

Исходя из иерархического принципа организации управления атомной электростанцией и присущей ему схеме обращения информации в многоуровневой иерархической системе, с учетом принципа декомпозиции сложных систем, возможно использование прямой передачи на верхний уровень управления только тех информационных сигналов, которые связаны с определением целевой функции этого уровня [2]. Тогда, согласно сформулированным принципам, модели эксплуатационных характеристик энергоблока, определяющие значения целевой функции в задаче оптимального распределения нагрузок могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} N &= N_0 - \Delta N(\Delta \vec{X}, \Delta \vec{X}_K, \Delta \vec{X}_T, \Delta \vec{X}_{PG1}, \Delta \vec{X}_{PG2}, \Delta \vec{X}_{PG3}, \Delta \vec{X}_{PG4}), \\ q &= q_0 - \Delta q(\Delta \vec{X}, \Delta \vec{X}_K, \Delta \vec{X}_T, \Delta \vec{X}_{PG1}, \Delta \vec{X}_{PG2}, \Delta \vec{X}_{PG3}, \Delta \vec{X}_{PG4}). \end{aligned} \quad (3)$$

где N_0 – электрическая мощность энергоблока на номинальном режиме работы при $1,0 \bar{D}$ (\bar{D} – относительная паропроизводительность парогенераторов); q_0 – удельный расход теплоты на номинальном режиме работы при $1,0 \bar{D}$; $\Delta \vec{X} = (\Delta X_1, \dots, \Delta X_p)$ – вектор отклонений от номинальных значений тепловых и гидравлических параметров систем и оборудования турбоустановки энергоблока: проточной части турбины, системы сепарации и промежуточного перегрева пара, системы регенеративного подогрева питательной воды; $\Delta \vec{X}_K$ – вектор отклонений параметров конденсатора турбоустановки от номинальных значений; $\Delta \vec{X}_T$ – вектор отклонений параметров системы теплофикации энергоблока от номинальных значений; $\Delta \vec{X}_{PGi} = (\Delta t'_i, \Delta t_{PV}, \Delta p_2, \Delta p_1)$ – вектор отклонений параметров i -го парогенератора энергоблока от номинальных значений ($i = 1, \dots, 4$).

Эксплуатационные характеристики (2) позволяют представить расход теплоты Q по отдельному энергоблоку АЭС в виде произведения удельного расхода теплоты $q(\Delta \vec{X}, \Delta \vec{X}_K, \Delta \vec{X}_T, \Delta \vec{X}_{PG1}, \Delta \vec{X}_{PG2}, \Delta \vec{X}_{PG3}, \Delta \vec{X}_{PG4})$ и электрической мощности $N(\Delta \vec{X}, \Delta \vec{X}_K, \Delta \vec{X}_T, \Delta \vec{X}_{PG1}, \Delta \vec{X}_{PG2}, \Delta \vec{X}_{PG3}, \Delta \vec{X}_{PG4})$, являющихся функциями отклонений названных параметров энергетического и тепломеханического оборудования от номинальных значений.

$$Q = q(\Delta\vec{X}, \Delta\vec{X}_K, \Delta\vec{X}_T, \Delta\vec{X}_{PG1}, \Delta\vec{X}_{PG2}, \Delta\vec{X}_{PG3}, \Delta\vec{X}_{PG4}) \times N(\Delta\vec{X}, \Delta\vec{X}_K, \Delta\vec{X}_T, \Delta\vec{X}_{PG1}, \Delta\vec{X}_{PG2}, \Delta\vec{X}_{PG3}, \Delta\vec{X}_{PG4}). \quad (4)$$

При решении задачи распределения нагрузок между энергоблоками АЭС данную зависимость можно рассматривать как математическую модель с одним управляемым фактором в виде значения электрической мощности N при известных фактических значениях остальных параметров: $\Delta\vec{X}, \Delta\vec{X}_K, \Delta\vec{X}_T, \Delta\vec{X}_{PG1}, \Delta\vec{X}_{PG2}, \Delta\vec{X}_{PG3}, \Delta\vec{X}_{PG4}$, входящих в выражение (4).

В результате, задача оптимального распределения заданной суммарной электрической нагрузки между n энергоблоками АЭС формулируется следующим образом: найти такое распределение электрических нагрузок (то есть набор N_1^*, \dots, N_n^*), которое обеспечивает заданную величину суммарной электрической нагрузки АЭС N_{CT} и минимальный общий расход теплоты АЭС Q_{CT} :

$$Q_{CT}(N_{CT}) = \sum_{i=1}^n Q_i(N_i) \rightarrow \min, \quad (5)$$

где $Q_{CT}(N_{CT})$ – общий расход теплоты на всех энергоблоках АЭС, зависящий от суммарной нагрузки N_{CT} , $Q_i(N_i)$ – расход теплоты i -го энергоблока, зависящий от нагрузки N_i этого энергоблока.

Ограничения по допустимым электрическим нагрузкам энергоблоков и суммарной нагрузке АЭС записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} N_i^{\min} \leq N_i \leq N_i^{\max}, \quad i = \overline{1, n} \\ N_{CT} = \sum_{i=1}^n N_i \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Анализ данных работы действующих энергоблоков АЭС с ВВЭР-1000 на номинальном и частичном режимах показывает, что изменение их электрической мощности происходит практически монотонно, а не скачкообразно (то есть отсутствуют разрывы первой производной) в течение короткого промежутка времени. Поэтому математические модели расхода теплоты i -го энергоблока $Q_i(N_i)$ можно аппроксимировать полиномом:

$$Q_i(N_i) = \sum_j \gamma_{ji} N_i^j, \quad (7)$$

где γ_{ji} – постоянные коэффициенты, определяемые для каждого режима работы i -го энергоблока методом наименьших квадратов.

Особенностью данной задачи является тот факт, что расход теплоты любого энергоблока АЭС с ВВЭР-1000, спроектированного по моноблочной схеме, зависит только от мощности рассматриваемого энергоблока и не зависит от мощностей других энергоблоков, вследствие отсутствия поперечных связей между ними. То есть критерий оптимальности задачи (5) является сепарабельной функцией.

Взаимосвязь между моделями эксплуатационных характеристик каждого энергоблока и решением задачи оптимального распределения нагрузок между энергоблоками АЭС показана на рис. 1.

Известно, что ни один метод или класс методов решения оптимизационных задач не является универсальным, то есть не характеризуется высокой эффективностью для различных типов задач: метод должен быть приспособлен к конкретной поставленной задаче. На основе проведенного анализа для решения задачи (5)–(7) нами был выбран метод проекции градиента Розена [4], позволяющий эффективно решать задачу в том случае, когда множество допустимых решений E не совпадает со всем пространством \square^n , а является частью гиперплоскости в нем. Если функция цели вогнута (в случае вогнутости функций $Q_i(N_i)$), то теорема Куна-Таккера обеспечивает в точке оптимального решения, полученного методом проекции градиента, глобальный минимум. В случае, когда функция цели не является вогнутой, это решение – лишь локальный экстремум, но значение функции цели в этой точке является значительно меньше того, которое может быть получено при использовании эвристических методов распределения нагрузок.

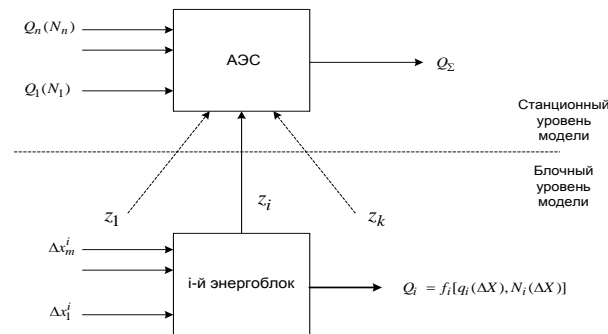


Рисунок 1 – Структура и взаимосвязь математических моделей для расчета расхода теплоты энергоблоков АЭС:

$\Delta x_j^i, Q_i$ – входные и выходные величины блочной модели, $Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_n$ – каналы связей станционного и блочного уровней, $Q_1(N_1), \dots, Q_n(N_n), Q_\Sigma$ – входные и выходные величины станционной модели

Метод проекции является итерационным методом оптимизации. Известно, что направлением наискорейшего спуска является антиградиент функции цели. В выбранном методе антиградиент проектируется таким образом, что значение функции цели уменьшается и в то же время сохраняется принадлежность точек траектории множеству E . На каждом шагу итерации следующая допустимая точка N^{k+1} из последовательности $\{N^k\}$, которая строится по правилу $N^{k+1} = N^k + \lambda_k \cdot s_k$, проектируется на множество допустимых решений с помощью матрицы проектирования P , то есть

$$s_k = -P \cdot \nabla Q(N^k), \tag{8}$$

где $\nabla Q(N^k)$ – градиент функции цели в точке N^k , λ_k – решение задачи

$$Q(N^k + \lambda \cdot s_k) \rightarrow \min,$$

при условии $\lambda \in (0; \delta]$,

$$\delta = \begin{cases} \min_{(A_2 \cdot s_k)_i > 0} \left\{ \frac{(b_2 - A_2 \cdot N^k)_i}{(A_2 \cdot s_k)_i} \right\}, & \text{якщо } A_2 \cdot N^k < b_2 \\ \infty, & \text{якщо } (A_2 \cdot s_k)_i \leq 0 \ (\forall i) \end{cases} \quad (9)$$

Матрица проектирования P строится на каждом шагу итерации с учетом того, какие из ограничений в точке N^k являются насыщенными:

$$P = I - M^T \cdot (M \cdot M^T)^{-1} \cdot M, \quad M^T = (A_1^T; H^T), \quad (10)$$

матрица A_1 отвечает ограничениям, насыщенным в точке N^k , I – единичная матрица $n \times n$.

Если найдена точка N^k , в которой $s_k = 0$ и все элементы u_i матрицы $W^T = -(MM^T)^{-1}M \cdot \nabla Q(N^k) = (u^T, v^T)$ таковы, что $u_i \geq 0$, итерационный процесс заканчивается и точка N^k является оптимальным решением задачи (5)–(7).

Как и весь класс градиентных методов, которые являются локальными методами оптимизации, рассматриваемый метод проекции градиента является чувствительным к выбору начальной точки итерационного процесса: локальный поиск приходится повторять много раз, начиная его из различных начальных точек, для того, чтобы не попасть вместо глобального в какой-нибудь из локальных экстремумов.

Очевидно, что начальные точки должны быть равномерно расположены в множестве допустимых решений E . Возможным решением данной проблемы является последовательный выбор пробных точек $N^{(0)}, N^{(1)}, \dots, N^{(i)}, \dots$ из множества допустимых решений и сравнение значений критерия оптимальности в этих точках. Выбор происходит путем «зондирования» E равномерно распределенными последовательностями точек в нем. Среди известных в настоящее время наилучшие характеристики имеют ЛП $_{\tau}$ -последовательности [4].

Существует еще одна возможная процедура для нахождения допустимого начального решения при наличии в задаче ограничений – последовательная минимизация невязок ограничений [5]. В данной процедуре последовательно каждое ограничение-неравенство используется в качестве целевой функции задачи условной минимизации. Этот метод подходит для задач с малой областью допустимых решений и задач большой размерности. Наличие ограничений в виде равенств требует предварительного исключения этих ограничений путем разделения исходных переменных на зависимые (их число определяется числом исключаемых ограничений) и независимые, то есть, путем решения уравнения-ограничения относительно переменных, выбранных в качестве зависимых.

В начале итерационного процесса также задается величина ε и, если значения функции цели $Q(N^k)$ и $Q(N^{k+1})$ отличаются меньше, чем на ε , то есть

$$|Q(N^k) - Q(N^{k+1})| = |\Delta Q| < \varepsilon, \quad (11)$$

итерационный процесс прекращается.

При программной реализации метода учитывается тот факт, что из-за ошибок округления вектор s_k может отличаться от нулевого. Поэтому, если среди элементов u_i есть отрицательные, строится матрица M , в которой вычеркнута строка, соответствующая максимальному по модулю отрицательному элементу вектора u , и соответствующая матрица проектирования P . Если для вектора $s_k = -P \cdot \nabla Q(N^k)$ выполняется условие $\nabla Q(N^k) \cdot s_k^0 > \nabla Q(N^k) \cdot s_k$, где $s_k^0 = s_k / \|s_k\|$, $s_k = s_k / \|s_k\|$, то он используется в качестве направления движения.

На имитационной модели энергоблока АЭС с ВВЭР-1000 [6] был проведен численный эксперимент с целью получения результатов оптимального распределения электрических нагрузок между шестью энергоблоками АЭС с ВВЭР-1000 (по схеме аналогичной Запорожской АЭС). Проведенный расчет продемонстрировал эффективность применения метода проекции градиента для решения данной задачи.

Вывод. Разработанный метод построения математических моделей эксплуатационных характеристик энергоблоков для решения задачи оптимального распределения электрических нагрузок между энергоблоками АЭС и модифицированный метод проекции градиента позволяют автоматизировать процессы управления энергоблоками атомных электростанций.

Литература

1. Палагин А.А., Ефимов А.В., Меньшикова Е.Д. Моделирование функционального состояния и диагностика турбоустановок. – К.: Наук. думка, 1991. – 201 с.
2. Плетнев Г.П. Методы моделирования распределенных систем управления технологическими процессами энергоблоков ТЭС // Теплоэнергетика. – 2001. – № 10. – С. 49–52.
3. Rosen J.B. The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming, Part I, Linear Constraints / J. Soc. Indust. and Appl. Math., – 1960. – № 8. – pp. 181–217.
4. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 112 с.
5. Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгсдел. Оптимизация в технике. – М.: Мир, 1986. – 420 с.
6. ТОВАЖНЯНСЬКИЙ Л.Л., ЄФІМОВ О.В., ПОТАНІНА Т.В., ГАРКУША Т.А. Методи і підходи до створення імітаційної моделі енергоблоку АЕС з ВВЕР-1000 для рішення завдань аналізу, діагностики і оптимального управління // Науковий вісник Академії наук вищої освіти України «Енергетика та ресурсозбереження». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2008. – № 6 (32). – С. 19–33.

УДК 621.311.25

Єфімов О.В., Потаніна Т.В.

МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕНЬ МІЖ ЕНЕРГОБЛОКАМИ АЕС ІЗ ВВЕР-1000

У статті наведено математичне формулювання, методичні положення та алгоритми розв'язання задачі оптимального розподілу електричних навантажень між енергоблоками АЕС з ВВЕР-1000. Методика заснована на застосуванні модифікації методу проекції градієнта Розена.