УДК 629.7.001

Ковтонюк И.Б., Анипко О.Б.

ПОТРЕБНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ С УЧЕТОМ ОТКЛОНЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА ОТ ЗАДАННОЙ

Актуальность и постановка задачи. Модернизация ранее выпускавшихся и разработка перспективных образцов авиационной техники требует решения проблемы обеспечения их устойчивости и управляемости при расширении эксплуатационной области режимов полета. Синтез средств обеспечения устойчивости и управляемости летательных аппаратов (ЛА) предполагает этап формирования требований к потребному управлению ЛА и решение задачи определения потребного управления ЛА при выполнении типовых задач [1,2]. В свою очередь, потребное отклонение рулей может быть однозначно получено только в том случае, если известны траектории ЛА на рассматриваемых режимах полета.

Однако, на практике реальная траектория полета ЛА отличается от заданной, и потребное управление должно также минимизировать (а в идеале и сводить к нулю) рассогласование между заданной и реальной траекторией ЛА.

Цель данной работы состоит в изложении подхода к определению потребного управления ЛА, который учитывает отклонение траектории полета ЛА от заданной. Потребное управление рассмотрено для задачи перехвата и уничтожения воздушной цели, что является одной из главных задач, решаемых во время ведения воздушного боя. Подход основан на использовании совместно с уравнениями движения ЛА кинематических связей при наведении ЛА на воздушную цель.

Математическая модель. Запишем кинематические уравнения движения центра масс ЛА в нормальной земной системе координат:

$$\dot{X}_g = V_{xg} = V\cos\theta\cos\psi; \qquad (1)$$

$$\dot{Y}_g = V_{yg} = V\sin\theta; \qquad (2)$$

$$\dot{Z}_g = V_{zg} = -V\cos\theta\sin\psi, \qquad (3)$$

где V – воздушная скорость ЛА; θ – угол наклона траектории; ψ – угол пути; X_g, Y_g, Z_g – координаты центра масс ЛА в нормальной земной системе координат.

Дополним систему уравнений (1–3) уравнением, описывающим скалярное произведение вектора скорости перехватчика $\vec{V}$ и вектора $\vec{l}_{АБ}$, точка приложения которого расположена в центре масс перехватчика $А$, а конец – в центре масс цели $Б$ (рис. 1):

$$\vec{l}_{АБ}\vec{V} - l_{АБ}V\cos\varepsilon = 0, \qquad (4)$$

где ε – угол визирования перехватчика (рис. 1).

Выразим уравнение (4) в декартовых координатах:

$$\dot{X}_g\left(X_g - X_{g_ц}\right)+\dot{Y}_g\left(Y_g - Y_{g_ц}\right)+\dot{Z}_g\left(Z_g - Z_{g_ц}\right)-$$
$$-V\sqrt{\left(X_g - X_{g_ц}\right)^2+\left(Y_g - Y_{g_ц}\right)^2+\left(Z_g - Z_{g_ц}\right)^2}\cos\varepsilon = 0, \qquad (5)$$

где $X_{g_ц}, Y_{g_ц}, Z_{g_ц}$ – координаты центра масс цели в нормальной земной системе координат.

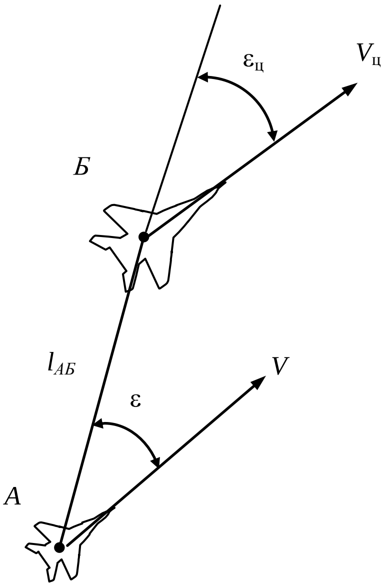

Рисунок 1

Добавим также к системе уравнений (1–3, 5) уравнение для скорости сближения $V_{сб}$ перехватчика с целью:

$$V_{сб} = V\cos\varepsilon + V_ц\cos\varepsilon_ц, \qquad (6)$$

где $V_ц$ – воздушная скорость цели; $\varepsilon_ц$ – угол между вектором скорости цели $V_ц$ и направлением $l_{АБ}$ (рис. 1).

В процессе наведения параметры цели $X_{g_ц}, Y_{g_ц}, Z_{g_ц}$, $V_ц$, $\varepsilon_ц$ известны, а скорость сближения $V_{сб}$ будем считать заданной.

Пространственное движение ЛА представляется в виде суперпозиции движений в горизонтальной и вертикальной плоскости. Уравнения (1–3, 5–6) решаются в этих плоскостях отдельно. При рассмотрении движения в горизонтальной и вертикальной плоскостях уравнения (2) и (3) соответственно обращаются в тождественный ноль. Поэтому для каждой из плоскостей система уравнений состоит из четырех уравнений и содержит четыре неизвестных параметра: две координаты, угол и скорость полета V. После решения системы в одной из плоскостей для решения в оставшейся остаются неизвестными два параметра, что требует решения системы из двух уравнений. По полученным значениям координат может быть определена пространственная траектория ЛА (рис. 2).

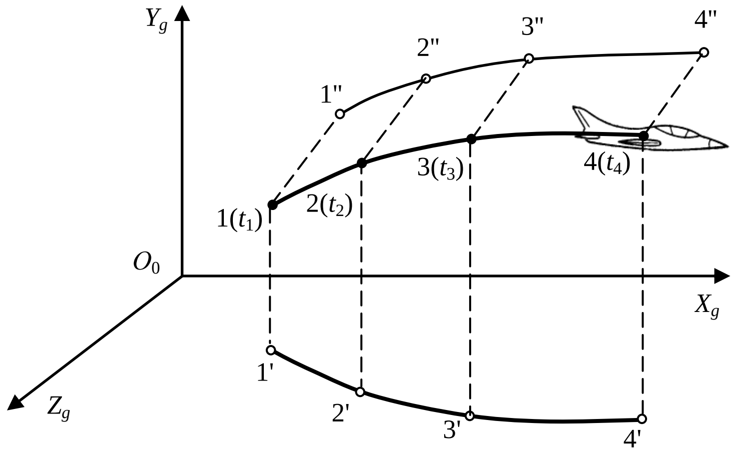

Рисунок 2 – Траектория полета ЛА и ее проекции
на горизонтальную и вертикальную плоскость

Таким образом, рассматриваемую систему уравнений (1–3, 5–6) можем записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{X}_g = V_{xg} = V\cos\theta\cos\psi; \\ \dot{Y}_g = V_{yg} = V\sin\theta; \\ \dot{Z}_g = V_{zg} = -V\cos\theta\sin\psi; \\ V\cos\varepsilon + V_{ц}\cos\varepsilon_{ц} = V_{сб}; \\ V_{xg}\left(X_g - X_{gц}\right) + V_{yg}\left(Y_g - Y_{gц}\right) + V_{zg}\left(Z_g - Z_{gц}\right) - \\ -V\sqrt{\left(X_g - X_{gц}\right)^2 + \left(Y_g - Y_{gц}\right)^2 + \left(Z_g - Z_{gц}\right)^2}\cos\varepsilon = 0. \end{cases}; \qquad (7)$$

Согласно [1] для определения потребного управления дополним систему уравнений (7) уравнениями движения центра масс ЛА в форме перегрузок, кинематическими соотношениями для определения угловых скоростей ЛА в скоростной системе координат, уравнениями связи между угловыми скоростями в скоростной и связанной системах координат и уравнениями вращательного движения ЛА относительно центра масс. Получим систему уравнений для определения потребного управления ЛА в следующем виде:

1. $\dot{X}_g = V_{xg} = V\cos\theta\cos\psi$;
2. $\dot{Y}_g = V_{yg} = V\sin\theta$;
3. $\dot{Z}_g = V_{zg} = -V\cos\theta\sin\psi$;
4. $V\cos\varepsilon + V_{ц}\cos\varepsilon_{ц} = V_{сб}$;

$$
\begin{aligned}
&5.\ V_{xg}\left(X_g - X_{g\text{ц}}\right)+V_{yg}\left(Y_g - Y_{g\text{ц}}\right)+V_{zg}\left(Z_g - Z_{g\text{ц}}\right)-\\
&-V\sqrt{\left(X_g - X_{g\text{ц}}\right)^2+\left(Y_g - Y_{g\text{ц}}\right)^2+\left(Z_g - Z_{g\text{ц}}\right)^2}\cos\varepsilon = 0;\\
&6.\ \dot{V} = g(n_{xa} - \sin\theta);\\
&7.\ \dot{\theta} = \frac{g}{V}(n_{ya}\cos\gamma_a - \cos\theta - n_{za}\sin\gamma_a);\\
&8.\ \dot{\psi} = -\frac{g}{V\cos\theta}(n_{ya}\sin\gamma_a + n_{za}\cos\gamma_a); \qquad (8)\\
&9.\ \omega_{xa} = \dot{\gamma}_a + \dot{\psi}\sin\theta;\\
&10.\ \omega_{ya} = \dot{\psi}\cos\gamma_a\cos\theta + \dot{\theta}\sin\gamma_a;\\
&11.\ \omega_{za} = \dot{\theta}\cos\gamma_a - \dot{\psi}\cos\theta\sin\gamma_a;\\
&12.\ \omega_x = \omega_{xa}\cos\alpha\cos\beta + \omega_{ya}\sin\alpha - \omega_{za}\cos\alpha\sin\beta + \dot{\beta}\sin\alpha;\\
&13.\ \omega_y = -\omega_{xa}\sin\alpha\cos\beta + \omega_{ya}\cos\alpha + \omega_{za}\sin\alpha\sin\beta + \dot{\beta}\cos\alpha;\\
&14.\ \omega_z = \omega_{xa}\sin\beta + \omega_{za}\cos\beta + \dot{\alpha};\\
&15.\ I_x\dot{\omega}_x + (I_z - I_y)\omega_y\omega_z + I_{xy}(\omega_x\omega_z - \dot{\omega}_y) = (m_x^{\beta}\beta + m_x^{\omega_x}\omega_x + m_x^{\omega_y}\omega_y + m_x^{\delta_\text{э}}\delta_\text{э} +\\
&\qquad + m_x^{\delta_\text{н}}\delta_\text{н})qSl;\\
&16.\ I_y\dot{\omega}_y + (I_x - I_z)\omega_z\omega_z - I_{xy}(\omega_y\omega_z + \dot{\omega}_x) = (m_y^{\beta}\beta + m_y^{\omega_x}\omega_x + m_y^{\omega_y}\omega_y + m_y^{\delta_\text{э}}\delta_\text{э} +\\
&\qquad + m_y^{\delta_\text{н}}\delta_\text{н})qSl;\\
&17.\ I_z\dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y + I_{xy}(\omega_y^2 - \omega_x^2) = (m_z(\alpha) + m_z^{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + m_z^{\omega_z}\omega_z + m_z^{\varphi_\text{ст}}\varphi_\text{ст})qSb_a,
\end{aligned}
$$

где n_{xa} – тангенциальная перегрузка; n_{ya} – нормальная скоростная перегрузка; n_{za} – боковая перегрузка; ω_x – скорость крена; ω_y – скорость рыскания; ω_z – скорость тангажа; $\omega_{xa}, \omega_{ya}, \omega_{za}$ – составляющие угловой скорости ЛА $\vec{\omega}$ по осям скоростной системы координат; α – угол атаки ЛА; β – угол скольжения ЛА; q – скоростной напор; m_x – коэффициент момента крена; m_y – коэффициент момента рыскания; m_z – коэффициент момента тангажа; $\delta_\text{н}$ – угол отклонения руля направления; $\delta_\text{э}$ – угол отклонения элеронов; $\varphi_\text{ст}$ – угол отклонения стабилизатора; b_a – средняя аэродинамическая хорда крыла ЛА; I_x, I_y, I_z – моменты инерции ЛА относительно осей связанной системы координат; I_{xy} – центробежный момент инерции; l – размах крыла; S – площадь крыла с подфюзеляжной частью.

Полученная система уравнений (8) может быть решена при известных начальных условиях. Значения координат перехватчика на каждом последующем шаге по времени могут быть получены путем интегрирования первых трех уравнений системы (8). Для интегрирования могут быть использованы различные численные методы, например метод Эйлера или Рунге-Кутта. При интегрировании методом Эйлера можем записать:

$$\begin{aligned} X_{g_{i+1}} &= X_{gi} + V_{Xgi}\Delta t; \\ Y_{g_{i+1}} &= Y_{gi} + V_{Ygi}\Delta t; \\ Z_{g_{i+1}} &= Z_{gi} + V_{Zg_i}\Delta t, \end{aligned} \tag{9}$$

где X_{gi}, Y_{g_i}, Z_{g_i} – координаты перехватчика на i-том шаге по времени; $V_{Xg_i}, V_{Yg_i}, V_{Zg_i}$ – составляющие скорости перехватчика на i-том шаге по времени; Δt – шаг интегрирования по времени.

Затем из четвертого уравнения системы определяется скорость перехватчика:

$$V = \frac{V_{\text{сб}} - V_{\text{ц}} \cos \varepsilon_{\text{ц}}}{\cos \varepsilon}. \tag{10}$$

Далее определяются угол наклона траектории θ и угол пути ψ. По известным углам θ и ψ из первых трех уравнений системы (8) определяются проекции скорости $V_{x_g}, V_{y_g}, V_{z_g}$. Далее находятся перегрузки n_{xa}, n_{ya}, n_{za}, угол крена γ, угловые скорости ω_{xa}, ω_{ya}, ω_{za}, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и, наконец, потребные отклонения органов управления $\delta_{\text{э}}, \delta_{\text{н}}, \delta_{\text{ст}}$. На следующем шаге по времени процедура повторяется снова.

Найденная в результате решения первых пяти уравнений системы (8) траектория полета ЛА является заданной. Реальная траектория отличается от заданной. Обозначим через $\delta X_g, \delta Y_g, \delta Z_g, \delta V, \delta\theta, \delta\psi$ разницу между параметрами заданной и реальной траекторий полета. Тогда можем записать:

$$\begin{aligned} X_g - X_{g\text{з}} &= \delta X_g; \\ Y_g - Y_{g\text{з}} &= \delta Y_g; \\ Z_g - Z_{g\text{з}} &= \delta Z_g; \\ V - V_{\text{з}} &= \delta V; \\ \theta - \theta_{\text{з}} &= \delta\theta; \\ \psi - \psi_{\text{з}} &= \delta\psi, \end{aligned} \tag{11}$$

где индексом "з" обозначены заданные значения параметров.

С учетом (11) параметры, входящие в систему уравнений (8) можем представить в виде

$$\begin{aligned} X_g &= X_{g\text{з}} + \delta X_g; \\ Y_g &= Y_{g\text{з}} + \delta Y_g; \\ Z_g &= Z_{g\text{з}} + \delta Z_g; \\ V &= V_{\text{з}} + \delta V; \\ \theta &= \theta_{\text{з}} + \delta\theta; \\ \psi &= \psi_{\text{з}} + \delta\psi. \end{aligned} \tag{12}$$

Таким образом, если использовать представление (12), то определенное в результате решения системы уравнений (8) потребное управление будет учитывать отклонение траектории и параметров полета от заданных. Задачей управления, кроме выдерживания заданной траектории, будет являться также сведение к минимуму рассогласования между реальными и заданными параметрами полета.

Предельные отклонения координат $\delta X_{g\text{ макс доп}}, \delta Y_{g\text{ макс доп}}, \delta Z_{g\text{ макс доп}}$ и скорости $\delta V_{\text{макс доп}}$ перехватчика в уравнениях (11) являются нормируемыми величинами. Величины отклонений остальных параметров определяются в процессе решения уравнений системы (8) по известным $\delta X_g, \delta Y_g, \delta Z_g, \delta V, \delta\theta, \delta\psi$.

Выводы. В работе разработана математическая модель пространственного движения ЛА, позволяющая определять потребное управление и дополнительные отклонения органов управления для минимизации рассогласования между реальной траекторией полета ЛА и заданной.

Литература

1. Ковтонюк И.Б., Анипко О.Б. Потребное управление при синтезе средств обеспечения устойчивости и управляемости летательного аппарата // Інтегровані технології та енергозбереження. Щоквартальний науково-практичний журнал. – Харків: Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». – 2009. – №2. – с. 153–158.
2. Ковтонюк И.Б., Анипко О.Б. Подход к синтезу средств обеспечения устойчивости и управляемости летательных аппаратов // Новітні технології – для захисту повітряного простору. Тези доповідей П’ятої наукової конференції Харківського університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба. – Харків: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба. – 2009. – с. 39–40.

УДК 629.7.001

Ковтонюк І.Б., Аніпко О.Б.

ПОТРІБНЕ УПРАВЛІННЯ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТОМ З УРАХУВАННЯМ ВІДХИЛЕННЯ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ ВІД ЗАДАНОЇ

Пропонується підхід до визначення потрібного керування ЛА, який враховує відхилення траєкторії польоту ЛА від заданої. Потрібне керування розглянуто для задачі перехоплення повітряної цілі, яка рухається.

Kovtonyuk I.B., Anipko O.B.

REQUIRED CONTROL OF AIRCRAFT TAKING INTO ACCOUNT A DEVIATION TRAJECTORY OF FLIGHT FROM SETTING

Offered approach to determination of required control of LA, which takes into account deviation of trajectory of flight of LA from setting. A required control is considered for the task of intercept of air purpose which moves.