

Слюсаренко Ю.А.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩЕНИЯ КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА ДИЗЕЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ  
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ  
ВОЕННЫХ ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН**

**Постановка задачи.** На протяжении последних десятилетий в Харьковском конструкторском бюро по машиностроению им. А.А. Морозова (КП ХКБМ) ведутся работы по созданию автоматизированных систем управления движением военных гусеничных машин (ВГМ). В настоящее время специалистами КП ХКБМ для перспективного танка и для модернизации существующих ВГМ, создан целый ряд автоматизированных информационно-управляющих систем (ИУС), которые состоят из двух основных подсистем: автоматизированного управления поворотом (САУП) и автоматизированного управления переключением передач (САУПП) в трансмиссии.

Исследование параметров работы с целью предварительной настройки систем автоматизированного управления, а так же определение оптимальных значений коэффициентов усиления законов управления, может быть выполнено путём математического моделирования динамических процессов криволинейного движения ВГМ под управлением ИУС на каждой  $n$ -й передаче, что позволит сэкономить материальные средства, за счёт уменьшения объёма проведения ходовых испытаний.

Для практического выполнения цифрового математического моделирования динамических процессов движения танка на местности требуется разработка математических моделей его составных частей (корпуса, двигателя, трансмиссии, электрогидравлических исполнительных механизмов, ходовой части, взаимодействия гусеничного движителя с грунтом и т.д.), представленных в виде системы совместно интегрируемых дифференциальных уравнений.

Таким образом, разработка математических моделей составных частей ВГМ для параметрического синтеза систем управления, является актуальной.

**Цель и задачи исследования.** Целью работы является разработка и адаптация математической модели вращения коленчатого вала поршневого дизельного двигателя ВГМ, достаточной для математического моделирования динамических процессов движения танка на местности.

Для достижения поставленной цели необходимо составить, решаемую совместно, систему дифференциальных и алгебраических уравнений составных частей поршневого дизельного двигателя ВГМ, включающую:

- дифференциальное уравнение движения (вращения) коленчатого вала двигателя  $\frac{d\omega_\delta(t)}{dt}$  в зависимости от эффективного крутящего момента двигателя в сочетании с величиной момента нагрузки;
- алгебраические уравнения динамических характеристик: (внешней  $M_{\delta BH}(\omega_\delta)$ , регуляторных –  $M_{\delta P}(\omega_\delta, \omega_{XX})$  и тормозной  $M_{\delta T}(\omega_\delta)$ ) в зависимости от частоты вращения коленчатого вала двигателя под нагрузкой и на холостом ходу;
- алгебраические уравнения эффективного крутящего момента  $M_\delta^c(\omega_\delta)$  двигателя в зависимости от частоты вращения коленчатого вала и типа динамической характеристики;
- дифференциальное уравнение движения (динамических свойств) регулятора  $M_\delta$ ;
- алгебраическое уравнение величины момента  $M_{pot}$  потерь в зависимости от частоты вращения коленчатого вала.

**1. Математическая модель вращения коленчатого вала дизельного двигателя ВГМ**

Коленчатый вал двигателя можно представить в виде одной сосредоточенной массы, тогда дифференциальное уравнение движения коленчатого вала двигателя можно записать как вращение эквивалентной массы вокруг неподвижной оси [1]:

$$J_1 \frac{d\omega_\delta(t)}{dt} = M_\delta(\omega_\delta, \alpha_{ППТ}) - M_{pot} - M_H(t), \quad (1)$$

где  $M_{\delta}(\omega_{\delta}, \alpha_{ППТ})$  – эффективный крутящий момент двигателя;  $M_H(t)$  – реакция связи, характеризующая крутящий момент внешней нагрузки, приведенный к коленчатому валу двигателя;  $M_{pot}$  – величина момента внутренних потерь в дизельном двигателе;  $J_1$  – момент инерции масс двигателя, вращающихся с угловой скоростью коленчатого вала двигателя  $\omega_{\delta}(t)$ .

Эффективный крутящий момент двигателя определяется как функция текущего значения частоты вращения коленчатого вала двигателя  $\omega_{\delta}(t)$  и положения привода подачи топлива в цилиндры двигателя.

Неравномерностью крутящего момента двигателя для решения задачи исследования внешней динамики движения ВГМ можно пренебречь.

## 2. Определение динамических характеристик поршневого дизельного двигателя

Динамическими характеристиками поршневого дизельного двигателя являются:

- $M_{\delta BH}(\omega_{\delta})$  внешняя [2],
- $M_{\delta T}(\omega_{\delta})$  тормозная [2],
- $M_{\delta P}(\omega_{\delta}, \omega_{XX})$  регуляторные [3].

На рисунке 1. приведены динамические характеристики поршневого дизельного двигателя.

Регуляторные  $M_{\delta P}(\omega_{\delta}, \omega_{XX})$  характеристики двигателя ограничены «сверху» внешней  $M_{\delta BH}(\omega_{\delta})$ , а «снизу» тормозной  $M_{\delta T}(\omega_{\delta})$  динамическими характеристиками.

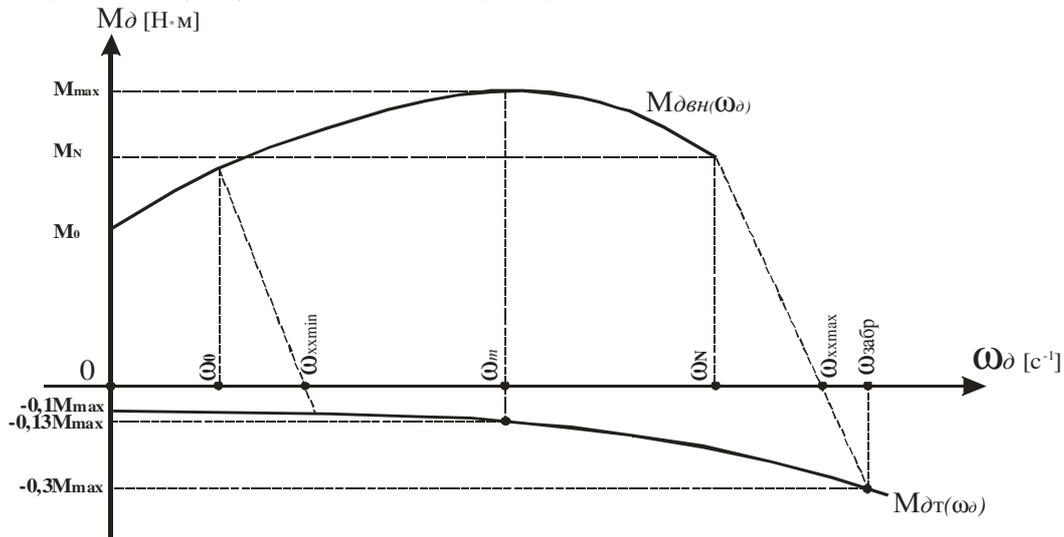


Рисунок 1 – Динамические характеристики поршневого дизельного двигателя:

$M_0$  – условная точка пересечения экстраполированной внешней характеристики с осью моментов  $M_0 = 0,5 \cdot M_N$ , [Н·м];  $M_{max}$  – максимальный крутящий момент двигателя, [Н·м];  $M_N$  – момент двигателя при максимальной рабочей частоте  $\omega_N$  вращения коленвала [Н·м];  $\omega_0$  – условная точка пересечения предельной левой регуляторной характеристики двигателя, с экстраполированной в зону низких частот вращения внешней характеристикой, [с<sup>-1</sup>];

$\omega_m$  – частота вращения двигателя, соответствующая расчетной точке максимального момента двигателя, [с<sup>-1</sup>];

$\omega_N$  – максимальная рабочая частота вращения двигателя /режим максимальной мощности/, [с<sup>-1</sup>];

$\omega_{XX \min}$  – минимальная частота вращения на «холостом ходу», [с<sup>-1</sup>];

$\omega_{XX \max}$  – максимальная частота вращения двигателя на «холостом ходу», [с<sup>-1</sup>];

$\omega_{забр}$  – максимальная частота вращения коленвала двигателя при «забросе» частоты вращения коленвала, [с<sup>-1</sup>]

При работающем двигателе каждому положению привода подачи топлива  $\alpha_{ППТ}$  соответствует своя регуляторная характеристика. Регуляторные характеристики полагаются прямыми линиями, точки пересечения которых, с осью частот вращения  $\omega_{\delta}$  представляют собой соответствующие этим характеристикам частоты вращения вала двигателя на холостом ходу  $\omega_{XX}$ .

Каждому положению привода подачи топлива соответствует своё значение  $\omega_{XX}$  и своя регуляторная характеристика.

$$\omega_{XX} = \omega_{XX \min} + (\omega_{XX \max} - \omega_{XX \min}) \cdot \alpha_{ПППТ}(t), \quad (2)$$

где  $\omega_{XX \min}$ ,  $\omega_{XX \max}$  – минимальная и максимальная частоты вращения коленчатого вала двигателя на холостом ходу;  $\alpha_{ПППТ}(t)$  – закон изменения положения привода подачи топлива – заданная функция, изменяющаяся во времени.

Параметр  $\alpha_{ПППТ}(t)$  нормируется таким образом, что значению  $\omega_{XX \min}$  соответствует  $\alpha_{ПППТ}(t) = 0,0$ , а значению  $\omega_{XX \max}$  соответствует  $\alpha_{ПППТ}(t) = 1,0$ .

Уравнение регуляторной характеристики двигателя, соответствующее текущему значению  $\omega_{XX}$ , имеет вид:

$$M_{\partial P} = K_{\partial P} \cdot (\omega_{\partial} - \omega_{XX}), \quad (3)$$

где  $K_{\partial P}$  – коэффициент наклона регуляторной характеристики к оси частот вращения.

Формула (3) соответствует случаю, когда регуляторные характеристики параллельны друг другу.

Внешняя  $M_{\partial BH}(\omega_{\partial})$  динамическая характеристика поршневого дизельного двигателя [3] является заданной функцией частоты вращения коленчатого вала двигателя  $\omega_{\partial}$  и аппроксимируется параболой по трем заданным точкам  $M_{0(\omega=0)}$ ,  $M_{\max(\omega_m)}$ ,  $M_{N(\omega_N)}$ :

$$M_{\partial BH}(\omega_{\partial}) = a \cdot \omega_{\partial}^2 + b \cdot \omega_{\partial} + c, \quad (4)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – коэффициенты.

Тормозная  $M_{\partial T}(\omega_{\partial})$  динамическая характеристика поршневого дизельного двигателя является заданной функцией частоты вращения коленчатого вала двигателя  $\omega_{\partial}$  и, по трем заданным точкам, в долях от максимального значения крутящего момента двигателя:  $-0,1 \cdot M_{\max(\omega=0)}$ ,  $-0,13 \cdot M_{\max(\omega_m)}$ ,  $-0,3 \cdot M_{\max(\omega_{забр})}$  так же аппроксимируется параболой:

$$M_{\partial T}(\omega_{\partial}) = a_T \omega_{\partial}^2 + b_T \omega_{\partial} + c_T, \quad (5)$$

где  $a_T$ ,  $b_T$ ,  $c_T$  – настроечные коэффициенты.

### 3. Определение эффективного крутящего момента поршневого дизельного двигателя

**3.1.** Последовательность определения текущего установившегося значения эффективного крутящего момента поршневого дизельного двигателя  $M_{\partial}^c(\omega_{\partial})$  следующая:

- по формулам (4) и (5) определяются  $M_{\partial BH}(\omega_{\partial})$  и  $M_{\partial T}(\omega_{\partial})$ ;
- по формуле (2) определяется  $\omega_{XX}$ ;
- по формуле (3) определяется  $M_{\partial P}(\omega_{\partial}, \omega_{XX})$ ;
- $M_{\partial}^c$  определяется по следующему алгоритму:

$$M_{\partial}^c = \begin{cases} M_{\partial BH}(\omega_{\partial}), & \text{если } M_{\partial BH}(\omega_{\partial}) < M_{\partial P}(\omega_{\partial}, \omega_{XX}); \\ M_{\partial T}(\omega_{\partial}), & \text{если } M_{\partial T}(\omega_{\partial}) > M_{\partial P}(\omega_{\partial}, \omega_{XX}); \\ M_{\partial P}(\omega_{\partial}, \omega_{XX}), & \text{если } M_{\partial T}(\omega_{\partial}) \leq M_{\partial P}(\omega_{\partial}, \omega_{XX}) \leq M_{\partial BH}(\omega_{\partial}). \end{cases} \quad (6)$$

Рассмотренная методика определения крутящего момента двигателя соответствует так называемому идеальному регулятору, свойства которого отображаются статической характеристикой.

3.2. Динамические свойства регулятора поршневого дизельного двигателя могут быть учтены путём введения инерционного (апериодического) звена первого порядка вида:

$$T \cdot \frac{dM_{\delta}}{dt} + M_{\delta} = M_{\delta}^c, \quad (7)$$

где  $M_{\delta}$  – текущее значение крутящего момента двигателя с учетом динамических свойств регулятора;  $M_{\delta}^c$  – статический эффективный крутящий момент двигателя, определяемый в соответствии с (6);  $T$  – постоянная времени регулятора, [с].

#### 4. Определение момента потерь поршневого дизельного двигателя

Величина момента внутренних потерь в дизельном двигателе зависит от частоты вращения коленчатого вала и определяется параболой [4]:

$$M_{pot} = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot \omega_{\delta}^2 - 0,039 \cdot \omega_{\delta} + 10,26, \quad (8)$$

где  $\omega_{\delta}$  – частота вращения коленчатого вала двигателя.

#### 5. Выводы

Таким образом, синтезирована и адаптирована для практических вычислений математическая модель (9) вращения коленчатого вала поршневого дизельного двигателя ВГМ при его эксплуатации на всех режимах работы, представленная в виде решаемой совместно системы дифференциальных и алгебраических уравнений, достаточная для математического моделирования динамических процессов движения изделия на местности.

$$\left. \begin{aligned} J_1 \frac{d\omega_{\delta}(t)}{dt} &= M_{\delta}(\omega_{\delta}, \alpha_{ППТ}) - M_{pot} - M_H(t); \\ \omega_{XX} &= \omega_{XX \min} + (\omega_{XX \max} - \omega_{XX \min}) \cdot \alpha_{ППТ}(t); \\ M_{\delta P} &= K_{\delta P} \cdot (\omega_{\delta} - \omega_{XX}); \\ M_{\delta BH}(\omega_{\delta}) &= a \cdot \omega_{\delta}^2 + \epsilon \cdot \omega_{\delta} + c; \\ M_{\delta T}(\omega_{\delta}) &= a_T \omega_{\delta}^2 + \epsilon_T \omega_{\delta} + c_T; \\ M_{\delta}^c &= \begin{cases} M_{\delta BH}(\omega_{\delta}), & \text{если } M_{\delta BH}(\omega_{\delta}) < M_{\delta P}(\omega_{\delta}, \omega_{XX}); \\ M_{\delta T}(\omega_{\delta}), & \text{если } M_{\delta T}(\omega_{\delta}) > M_{\delta P}(\omega_{\delta}, \omega_{XX}); \\ M_{\delta P}(\omega_{\delta}, \omega_{XX}), & \text{если } M_{\delta T}(\omega_{\delta}) \leq M_{\delta P}(\omega_{\delta}, \omega_{XX}) \leq M_{\delta BH}(\omega_{\delta}); \end{cases} \\ T \cdot \frac{dM_{\delta}}{dt} + M_{\delta} &= M_{\delta}^c; \\ T \cdot \frac{dM_{\delta}}{dt} + M_{\delta} &= M_{\delta}^c; \\ M_{pot} &= 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot \omega_{\delta}^2 - 0,039 \cdot \omega_{\delta} + 10,26. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Данная математическая модель адекватна реальному объекту и нашла практическую реализацию при математическом моделировании динамических процессов движения ВГМ на местности с целью исследования режимов переключения передач и управления поворотом при работе автоматизированной системы управления движением ВГМ [5], [6].

Математическое моделирование динамических процессов криволинейного движения боевой гусеничной машины на горизонтальной местности с различными типами грунта, выполнялось автором на персональном компьютере под управлением ОС Microsoft Windows Vista SP2. Программное обеспечение разработано автором на языке программирования – Delphi 7 [7].

На рисунке 2 и 3, соответственно, приведены результаты математического моделирования разгона и торможения двигателем при прямолинейном движении по ровному асфальтобетонному покрытию ВГМ, оборудованной автоматизированной системой переключения передач в трансмиссии.

На рисунке 4 приведены результаты математического моделирования криволинейного движения ВГМ, оборудованной автоматизированной системой управления поворотом, при движении по ровному

асфальтобетонному покриттю на третій передачі переднього ходу і виконанні правого повороту. На рисунку 5 приведена відповідуюча траєкторія руху ВГМ.

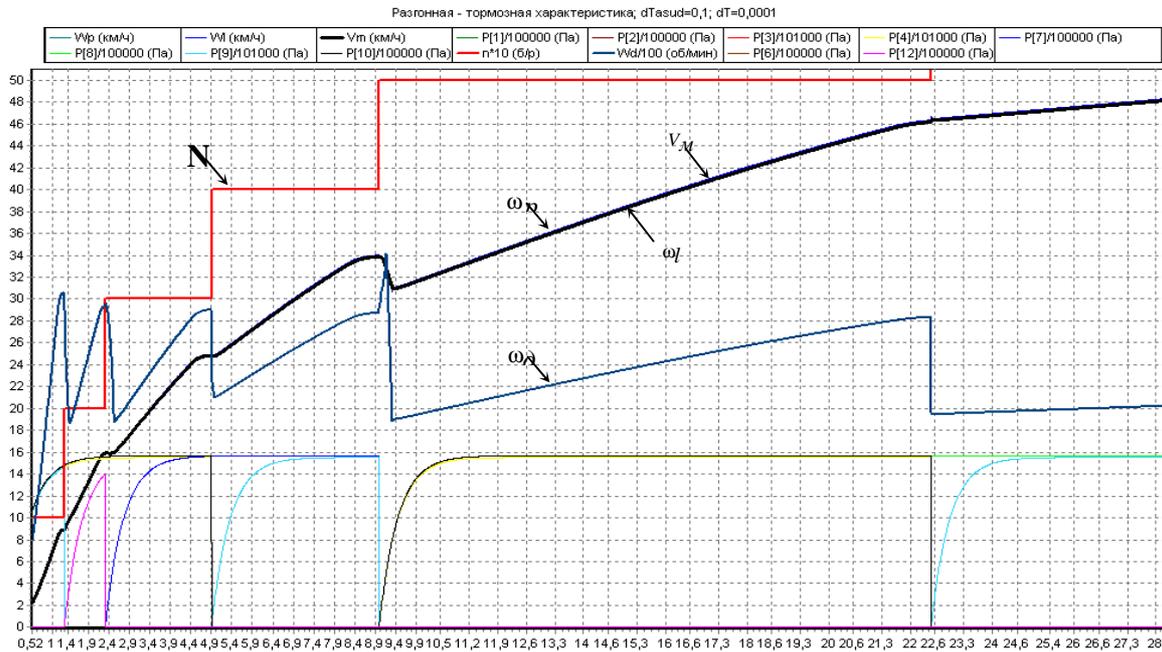


Рисунок 2 – Прямолинейное движение, разгонная характеристика ВГМ (с 1-й до 6-й передачи) при движении по асфальтобетону  $\alpha_{ППП}(t) = 1,0$ .  $\omega_d$  – частота вращения коленчатого вала  $\frac{1}{100} \left[ \frac{1}{\text{мин}} \right]$ ;  $\omega_l / \omega_p$  – частота вращения левого/правого ведущего колеса;  $V_M$  – скорость движения ВГМ  $\left[ \frac{\text{км}}{\text{час}} \right]$ ; N – номер передачи (для наглядности значение N выведено с коэффициентом 10)

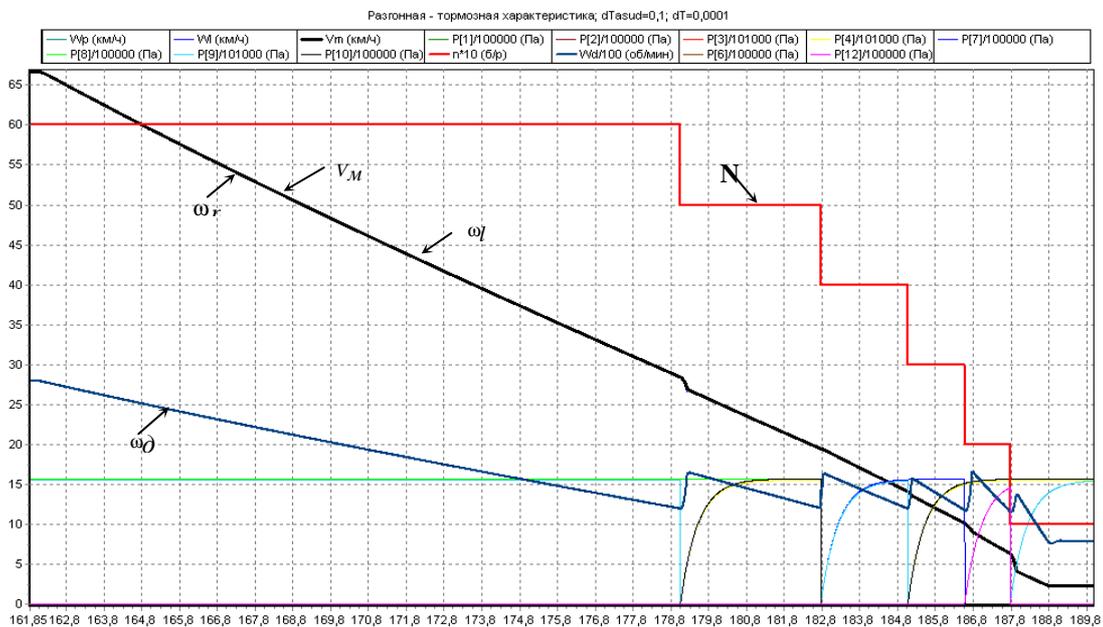


Рисунок 3 – Прямолинейное движение, тормозная характеристика ВГМ (с 6-й до 1-й передачи) при движении по асфальтобетону  $\alpha_{ППП}(t) = 0,0$ .  $\omega_d$  – частота вращения коленчатого вала  $\frac{1}{100} \left[ \frac{1}{\text{мин}} \right]$ ;  $\omega_l / \omega_p$  – частота вращения левого/правого ведущего колеса;  $V_M$  – скорость движения ВГМ  $\left[ \frac{\text{км}}{\text{час}} \right]$ ; N – номер передачи (для наглядности значение N выведено с коэффициентом 10)

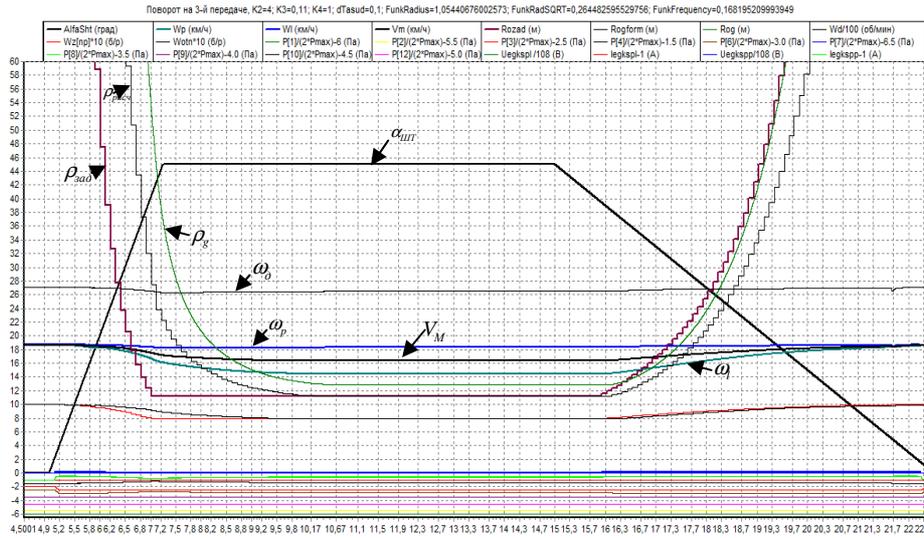


Рисунок 4 – Поворот ВГМ на асфальтобетоне вправо на третьей передаче.  $\alpha_{шт}(t) = 1,0$ .  $\omega_d$  – частота вращения коленчатого вала  $\frac{1}{100} \left[ \frac{1}{\text{мин}} \right]$ ;  $\omega_l / \omega_p$  – частота вращения левого/правого ведущего колеса  $\left[ \frac{\text{км}}{\text{час}} \right]$ ;  $V_M$  – скорость движения центра масс ВГМ  $\left[ \frac{\text{км}}{\text{час}} \right]$ ;  $\rho_g$  – действительный радиус поворота;  $\rho_{зад}$  – заданное штурвалом значение радиуса поворота;  $\alpha_{шт}$  – угол поворота штурвала [град]

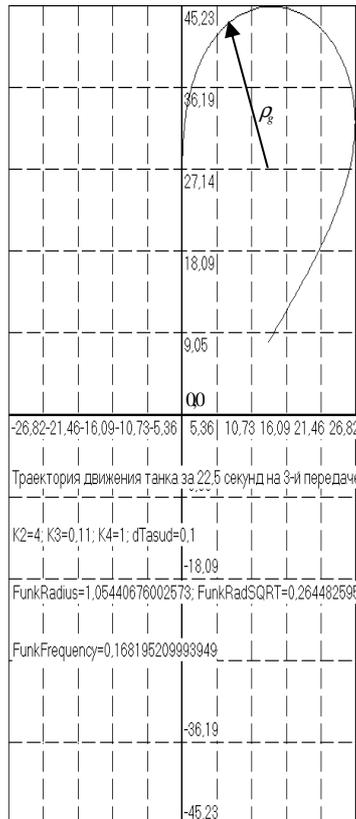


Рисунок 5 – Траектория криволинейного движения ВГМ при прямолинейном движении и повороте вправо на третьей передаче по асфальтобетонному покрытию  
Начало траектории движения ВГМ в точке с координатами (0,0).  
Единица измерения – [м]

Литература

1. Аврамов В.П., Александров Е.Е., Кононенко В.А. Об определении моментов нагрузки на коленчатом валу двигателя внутреннего сгорания при криволинейном движении гусеничной машины. // Динамика и прочность машин, 1979, Вып. 29. – с. 111–114.
2. Крутов В.И. Двигатель внутреннего сгорания как регулируемый объект. – М.: Машиностроение, 1978. – 471 с.
3. Крутов Н.К. Автоматическое регулирование двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машиностроение, 1968. – 550 с.
4. Трансмиссии военных гусеничных машин. Метод расчета динамических процессов в МТУ в переходных режимах работы, Ост В3–5971-85.
5. Слюсаренко Ю.А., Галушка Ю.В. Улучшение плавности движения военных гусеничных машин в повороте за счёт синтеза цифрового регулятора, обеспечивающего гладкие переходные процессы в гидросистеме управления ступенчатыми бортовыми коробками передач. – //Механіка та машинобудування, 2010, №1. – с. 141–164.
6. Слюсаренко Ю.А. Вариационный метод решения задачи поиска оптимальных параметров закона управления, в процессе синтеза системы автоматизированного управления поворотом боевой гусеничной машины. – //Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України, 2011, №1. – с. 54–62.
7. Хомоненко А., Гофман В., Мещеряков Е., Никифоров В. // Delphi 7. // СПб.: БХВ-Петербург, 2003. –1216 с.

Bibliography (transliterated)

1. Avramov V.P., Aleksandrov E.E., Kononenko V.A. Ob opredelenii momentov nagruzki na kolenchatom valu dvigatelya vnutrennego sgoraniya pri krivolineynom dvizhenii gusenichnoy mashiny. Dinamika i prochnost mashin, 1979, Vyip. 29. – p. 111–114.
2. Krutov V.I. Dvigatel vnutrennego sgoraniya kak reguliruemyy ob'ekt. – M.: Mashinostroenie, 1978. – 471 p.
3. Krutov N.K. Avtomaticheskoe regulirovanie dvigateley vnutrennego sgoraniya. – M.: Mashinostroenie, 1968. – 550 p.
4. Transmissii voennykh gusenichnykh mashin. Metod rascheta dinamicheskikh protsessov v MTU v perhodnykh rezhimakh raboty, Ost V3–5971-85.
5. Slyusarenko Yu.A., Galushka Yu.V. Uluchshenie plavnosti dvizheniya voennykh gusenichnykh mashin v povorote za schyot sinteza tsifrovogo regul'yatora, obespechivayuschego gladkie perehodnyie protsessy v gidrosisteme upravleniya stupenchatyimi bortovyimi korobkami peredach. –Mehanika ta mashinobuduvannya, 2010, #1. – ps. 141–164.
6. Slyusarenko Yu.A. Variatsionnyiy metod resheniya zadachi poiska optimalnykh parametrov zakona upravleniya, v protsesse sinteza systemy avtomatizirovannogo upravleniya povorotom boevoy gusenichnoy mashiny. –Zbirnik naukovih prats Akademiyi vnutrishnih viysk MVS Ukrayini, 2011, #1. – p. 54–62.
7. Homonenko A., Gofman V., Mescheryakov E., Nikiforov V. Delphi 7. SPb.: BHV-Peterburg, 2003. – 1216 p.

УДК 681.527

Слюсаренко Ю.О.

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБЕРТАННЯ КОЛІНЧАСТОГО ВАЛУ ДИЗЕЛЬНОГО ДВИГУНА  
ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ ВІЙСЬКОВИХ  
ГУСЕНИЧНИХ МАШИН**

Синтезована математична модель обертання колінчастого валу поршневого дизельного двигуна ВГМ, який експлуатується на всіх режимах роботи. Модель представлена у вигляді системи диференціальних і алгебраїчних рівнянь та адаптована для практичних обчислень при математичному моделюванні динамічних процесів руху ВГМ на місцевості.

Sljusarenko J.A.

**MATHEMATICAL MODEL OF ROTATION THE BENT SHAFT DIESEL ENGINE FOR  
MODELLING DYNAMIC PROCESSES OF CURVILINEAR DRIVING THE MILITARY  
CATERPILLAR MACHINE**

The mathematical model of rotation the bent shaft piston diesel engine of the military caterpillar machine maintained on all modes of behavior is synthesized. The model is presented in the form of system differential and algebraic equations and adapted for practical evaluations at mathematical modeling dynamic processes driving of the military caterpillar machine on district.