

УДК 629.7.036

Кобец Е.В., Загребельная Л.И.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГУЛИРУЮЩЕГО КАВИТАЦИОННОГО УСТРОЙСТВА

Использование гидродинамической кавитации в промышленных жидкостных двигательных установках позволяет значительно снизить удельные энергетические затраты.

Критические потоки жидкости с параметрами насыщения, претерпевающие в пределах сужающихся каналов фазовые превращения, вызывают устойчивый интерес в различных областях техники. Особое внимание этим вопросам уделяется при разработке элементов регулирующих устройств жидкостных ракетных двигателей.

Рассмотрим нестационарную математическую модель первичного преобразователя давления в расход топлива [1].

Основное отличие потока кавитирующей жидкости состоит в том, что течение в этом случае сопровождается сложными процессами тепло- и массообмена между фазами, их скольжением относительно друг друга, а возможно, и нарушением термодинамического равновесия. Указанные явления вносят большие погрешности в теоретический анализ из-за их недостаточной изученности.

Сравнительно просто критические параметры в текущей жидкости реализуются в кавитационной трубке (рис. 1). При возникновении развитой кавитации в горловине трубки после разворота потока жидкости резко уменьшается скорость звука в связи с фазовым переходом, а скорость потока парожидкостной смеси достигает критического значения. За наиболее узким сечением скорость смеси продолжает возрастать до момента конденсации пара. При конденсации наблюдается ее скачкообразное уменьшение. Так как жидкость выходит из горловины сопла при скорости, равной скорости звука двухфазной среды, то волны давления не в состоянии распространяться с выхода трубки на вход. По мере уменьшения давления в выходной части рассматриваемого устройства достигается такой его уровень, ниже которого массовый расход становится нечувствительным к его величине. Дальнейшее понижение давления вниз по потоку увеличивает протяженность кавитационной зоны, наращивая потери, что и способствует поддержанию постоянства расхода с некоторой статической неравномерностью, которая и используется в качестве полезного сигнала.

В целях наиболее достоверного описания нестационарной математической модели первичного преобразователя давления в расход проведен ряд экспериментальных исследований по визуализации качественных картин течения на специально изготовленных, прозрачных плоской и объемной моделях его проточной части.

Очевидно, что режим развитой кавитации в рассматриваемой схеме характеризуется наличием, по крайней мере, двух зон: тороидальной кольцевой каверны, объемом V_{Π} которой заполнен газами и парами при весьма низком давлении, и зоны пузырькового двухфазного течения в объеме $V_{см}$. Анализ снимков, полученных при проведении качественного эксперимента, показывает, что смесевое интенсивно насыщенное пузырьками течение возникает в самом узком сечении струи, обусловленном эффектом отрыва потока, и распространяется вдоль диффузора на некоторую глубину l_x . Далее следует резко разграниченный переход к мелкодисперсному характеру насыщенности жидкости парогазожидкостными включениями.

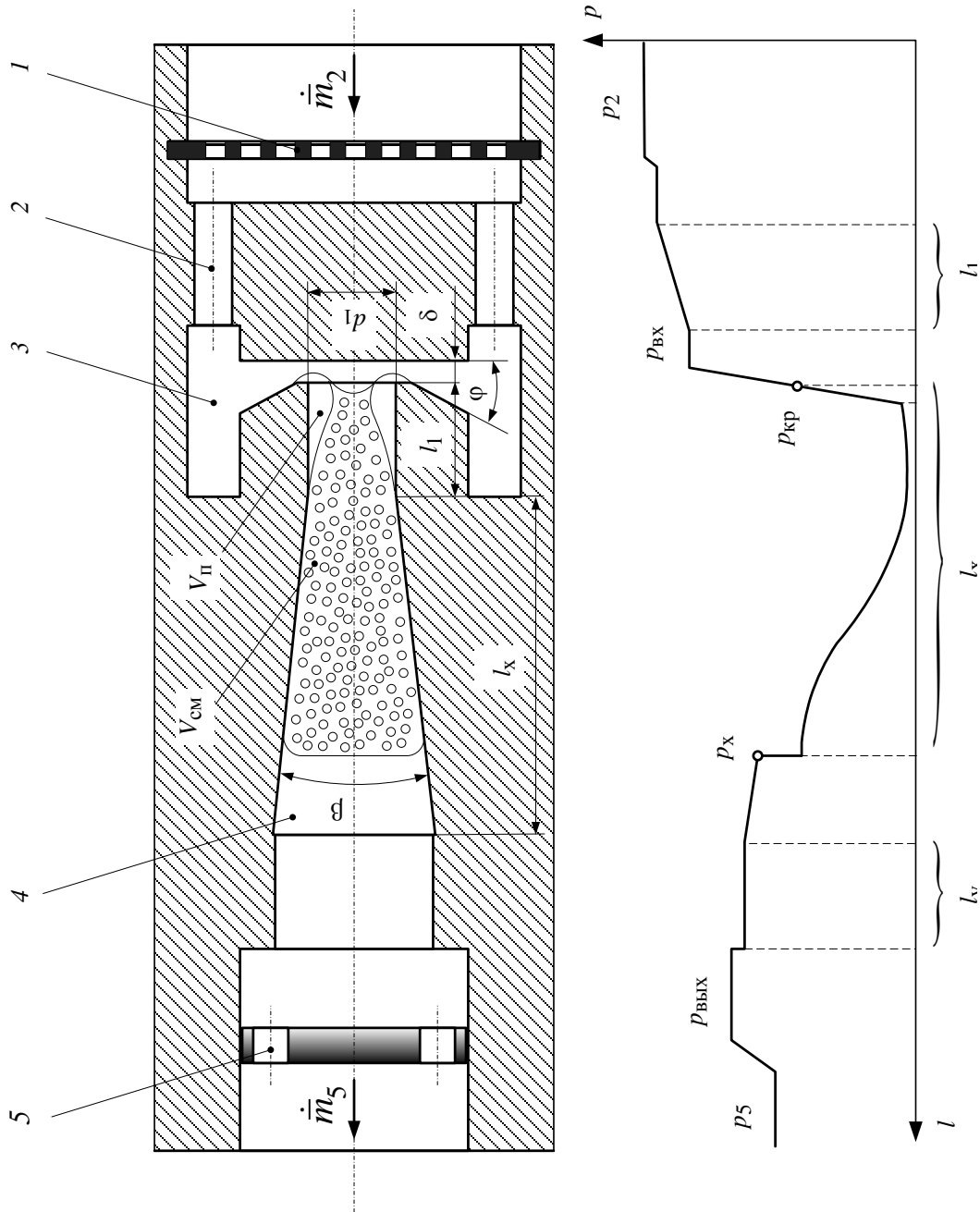


Рисунок 1 – Схема течения в преобразователе давления в расход: 1 – сетчатый фильтр; 2 – входные каналы секторного типа; 3 – входная кольцевая полость; 4 – диффузор; 5 – дроссельное сопротивление на выходе

Известно, что даже с заметным увеличением площади поперечного сечения струи вниз по течению давление в ней не восстанавливается в соответствии с падением скорости, т. к. имеют место существенные потери энергии [2]. Тем не менее, продвижение двухфазной среды по диффузору сопровождается плавным повышением давления вплоть до границы резкого фазового перехода, расстояние до которого оценивается размером l_x . В объеме V_{cm} парогазовые включения, вероятно, имеют переменную структуру как по размеру пузырьков, так и по качественному распределению их в единице объема.

Сложность и многообразие физических процессов, происходящих в первичном преобразователе, привели к необходимости принять ряд следующих основных допущений при описании его математической модели:

- жидкость достаточно дегазирована, чтобы давление в присоединенной камере и пузырьковых образованиях считать приблизительно равным давлению ее насыщенных паров;
- время установления термодинамического равновесия между фазами существенно меньше периода колебания параметров, определяющих течение в кавитационных зонах, что справедливо для низкочастотных режимов возмущений (менее 50 Гц);
- унос паровой фазы из зон кавитационных образований почти отсутствует;
- движение пузырьков в объеме V_{cm} происходит без скольжения;
- стенки проточной части абсолютно жесткие, жидкость в низкочастотном диапазоне возмущений несжимаема, а ее вязкостные свойства почти не проявляются;
- влияние со стороны скоростного напора на энергосодержание жидкости во входных и выходных полостях первичного преобразователя очень мало.

При выводе системы уравнений, описывающей динамические свойства первичного преобразователя, использованы уравнения количества движения и неразрывности для среды, текущей в элементах рассматриваемого устройства [3].

Полученные уравнения динамической системы запишем по основным участкам первичного преобразователя, параметры обозначены по сечениям (см. рис. 1):

- уравнения на входе

$$p_2 = R_{вх} \dot{m}_2^2, \quad (1)$$

где $R_{вх}$ – коэффициент активного сопротивления;

- уравнение границы зоны смесового пузырькового течения

$$p_x = \frac{1}{2\rho_{ж} F_x} \left\{ \left[\left(\frac{F_x}{\varepsilon F_{кр}} \right)^2 - \frac{\psi_y}{(1-\varphi)^2} \right] \dot{m}_2^2 + \frac{2\psi_y}{1-\varphi} \dot{m}_2 \dot{m}_5 - (1 + \psi_y) \dot{m}_5^2 \right\}, \quad (2)$$

где $\rho_{ж}$ – плотность рабочей жидкости; $F_{кр}$, F_x – площади в критическом сечении и в сечении фазового перехода от смеси к жидкости; ε – степень сжатия потока; ψ_y – коэффициент полноты удара; φ – коэффициент парогазонасыщения пузырьковой зоны;

- уравнение на выходе

$$p_5 = p_x + \frac{1}{2\rho_{ж}F_x^2}\dot{m}_5^2, \quad (3)$$

- уравнение смесевой емкости

$$(1-\varphi)\frac{dV_{см}}{dt} = \frac{1}{\rho_{ж}}(\dot{m}_2 - \dot{m}_5). \quad (4)$$

При этом значение площади сечения фазового перехода от смеси к жидкости F_x и величину объема смесевой зоны $V_{см}$ определяем из соотношений

$$F_x = \pi \left[(l_x - l_1) \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + r_1 \right]^2, \quad (5)$$

$$V_{см} = \frac{\pi(l_x - l_1)}{3} \left[(l_x - l_1)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} + 3r_1 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} (l_x - l_1) + 3r_1^2 \right] + \pi r_1^2 l_1 - V_{п}. \quad (6)$$

Рассматриваемый первичный преобразователь давления в расход основную часть времени работает в составе корректора режима двигательной установки в диапазоне ограниченных отклонений от некоторого номинального состояния параметров, поэтому конечную систему уравнений, описывающую его динамические свойства, удобно представить в линеаризованной форме с обезразмеренными параметрами:

$$\begin{aligned} \rho \bar{p}_2 &= \kappa_1 \delta \dot{\bar{m}}_2; \\ \rho \bar{p}_x &= \kappa_2 \delta \dot{\bar{m}}_2 - \kappa_3 \delta \dot{\bar{m}}_5 + \kappa_4 \delta \dot{\bar{l}}_x; \\ \rho \bar{p}_5 &= \rho \bar{p}_x - \kappa_5 \delta \dot{\bar{l}}_x + \kappa_6 \delta \dot{\bar{m}}_5; \\ \tau_l \frac{d\delta \dot{\bar{l}}_x}{dt} &= \delta \dot{\bar{m}}_2 - \delta \dot{\bar{m}}_5, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 2\bar{p}_2^*; & \kappa_2 &= \lambda \left[\frac{\bar{F}_x^{*2}}{\varepsilon^2} - \frac{\Psi_y \varphi}{(1-\varphi)^2} \right]; & \kappa_3 &= \lambda \left(1 - \frac{\Psi_y \varphi}{1-\varphi} \right); \\ \kappa_4 &= \lambda \bar{F}_x^* \left(\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial \bar{l}_x} \right)^* \left[\frac{1}{\varepsilon^2 \xi_{\text{конф}}^*} - \frac{\bar{p}_x^*}{\bar{p}_2^*} \right] \xi_{\text{конф}}^*; & \kappa_5 &= \frac{\lambda}{\bar{F}_x^*} \left(\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial \bar{l}_x} \right)^*; \\ \kappa_6 &= \lambda \tau_l \frac{2\pi r_1^3 \rho_{ж} (1-\varphi) \bar{\delta}}{\dot{m}_{п}^*} \bar{F}_x^*; & \lambda &= \frac{2\bar{p}_2^*}{\xi_{\text{конф}}^* \bar{F}_x^{*2}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{F}_x^* &= \frac{F_x}{F_{кр}} = \frac{0,5}{\bar{\delta}} \left[(\bar{l}_x^* - \bar{l}_1) \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + 1 \right] \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}; \\ \left(\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial l} \right)^* &= \frac{1}{\bar{\delta}} \left[(\bar{l}_x^* - \bar{l}_1) \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + 1 \right] \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}; \quad \delta \bar{p}_i = \frac{\delta p_i}{P_{\Pi}^*} S_{\Pi}; \\ \bar{p}_i^* &= \frac{p_i}{P_{\Pi}^*} S_{\Pi}; \quad \delta \dot{m}_i = \frac{\delta \dot{m}}{\dot{m}_{\Pi}^*}; \quad \delta \bar{l}_x = \frac{\delta l_x}{r_1}; \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{r_1}.\end{aligned}$$

После несложных математических преобразований системы (7) получим уравнение преобразователя давления в расход в удобной для анализа операторной форме:

$$(T_{\Pi} p + 1) \delta \dot{m}_5 = \frac{1}{\kappa_1} (1 - \tau_{\Pi}^* p) \delta \bar{p}_2 + \tau_{\Pi}^{**} p \delta \bar{p}_5, \quad (8)$$

где $T_{\Pi} = \frac{\tau_l (\kappa_6 - \kappa_3)}{\kappa_5 - \kappa_4}$ – постоянная времени преобразователя; $\tau_{\Pi}^* = \frac{\tau_l \kappa_2}{\kappa_5 - \kappa_4}$ – постоянная

времени воздействия по производной от $\delta \bar{p}_2$; $\tau_{\Pi}^{**} = \frac{\tau_l}{\kappa_5 - \kappa_4}$ – постоянная времени воз-

действия по производной от $\delta \bar{p}_5$.

Таким образом, преобразователь в режиме малых отклонений описывается уравнением апериодического звена первого порядка с воздействием по отклонениям давления на входе и его производной. Влияние выходного давления проявляется лишь на нестационарных режимах его работы [4].

Для стендовых условий проливки, когда на выходе из преобразователя устанавливается дроссельное устройство с постоянным проходным сечением, однозначность зависимости (8) обеспечивается дополнительным соглашением вида:

$$\delta \dot{m}_5 = \frac{1}{\kappa_7} \delta \bar{p}_5, \quad (9)$$

где κ_7 – коэффициент сопротивления дроссельного устройства в режиме малых отклонений.

Подстановка уравнения (9) в (8) приводит к однозначной операторной зависимости отклонения расхода из преобразователя от возмущения по давлению его на входе:

$$\delta \dot{m}_5 = \frac{\frac{1}{\kappa_1} (1 - \tau_{\Pi}^* p)}{\left(T_{\Pi} - \frac{\tau_{\Pi}^{**}}{\kappa_7} \right) p + 1} \delta \bar{p}_2. \quad (10)$$

При ступенчатом характере изменения давления перед преобразователем на величину $\delta \bar{p}_2^*$, используя вторую теорему разложения Хевисайда, получим изменение расхода в зависимости от времени:

$$\delta \dot{m}_5(t) = \frac{\delta \bar{p}_2^*}{\kappa_1} \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa_2}{\kappa_6 - \kappa_3 - \frac{1}{\kappa_7}} \right) e^{-\frac{\kappa_5 - \kappa_4}{\tau_l \left(\kappa_6 - \kappa_3 - \frac{1}{\kappa_7} \right)} t} \right]. \quad (11)$$

Из выражения (5) видно, что переходная характеристика преобразователя в рассмотренном частном случае описывается экспоненциальной кривой, начинающейся

при $t = 0$ от уровня $\frac{\delta \bar{p}_2^*}{\kappa_1} \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa_2}{\kappa_6 - \kappa_3 - \frac{1}{\kappa_7}} \right) \right]$ и асимптотически приближающейся при

$t \rightarrow \infty$ к горизонтальной прямой $\frac{\delta \bar{p}_2^*}{\kappa_1}$ с постоянной времени $\frac{\tau_l \left(\kappa_6 - \kappa_3 - \frac{1}{\kappa_7} \right)}{\kappa_5 - \kappa_4}$.

В составе регулирующего устройства закон изменения первой производной от давления на выходе $p \delta \bar{p}_5$ определяется динамическими свойствами последующих звеньев в корректоре режима.

Предлагаемый первичный преобразователь высокого давления в расход по своим динамическим свойствам способен обеспечить эффективную работоспособность корректора режима двигательной установки.

Литература

1. Гуськов В.П. Нестационарная математическая модель первичного преобразователя в расход / В.П. Гуськов, Е.В. Кобец // Высокотемпературные газовые потоки, их получение и диагностика: сборник научных трудов. – Харьков. ХАИ, 1991. – С. 24–31.
2. Борисенко А.И. Газовая динамика двигателей / А.И. Борисенко. – М. Наука, 2002. – 793 с.
3. Венгерский Э.В. Гидродинамика двухфазных потоков в системах питания энергетических установок // Э.В. Венгерский, В.А. Морозов, Г.Л. Усов. – М.: Наука, 1982. – 128 с.
4. Steam Bubble Cavitation / Mahulkar A.V., Vapat P.S., Pandit A.B., Lewis F.M. // AIChE Jurnal. – 2008. – Vol. 54. – №7. – P. 1711–1724.

Bibliography (transliterated)

1. Guskov V.P. Nestatsionarnaya matematicheskaya model pervichnogo preobrazovatelya v rashod V.P. Guskov, E.V. Kobets Vvisokotemperaturnye gazovyye potoki, ih poluchenie i diagnostika: sbornik nauchnyih trudov. – Harkov. HAI, 1991. – P. 24–31.
2. Borisenko A.I. Gazovaya dinamika dvigateley A.I. Borisenko. – M. Nauka, 2002. – 793 p.

3. Vengerskiy E.V. Gidrodinamika dvuhfaznyih potokov v sistemah pitaniya energeticheskikh ustanovok E.V. Vengerskiy, V.A. Morozov, G.L. Usov.– M.: Nauka, 1982.– 128 p.

4. Steam Bubble Cavitation Mahulkar A.V., Bapat P.S., Pandit A.B., Lewis F.M. AIChE Jurnal. – 2008. – Vol. 54. – #7. – P. 1711–1724.

УДК 629.7.036

Кобець О.В., Загребельна Л.І.

**НЕСТАЦІОНАРНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РЕГУЛЮЮЧОГО
КАВІТАЦІЙНОГО ОБЛАДНАННЯ**

Розглядається нестационарна математична модель регулюючого кавітаційного обладнання, що працює в рідинних ракетних двигунах.

Kobets E.V., Zagrebelnaj L.I.

**NONSTATIONARY MATHEMATICAL MODEL OF THE GOVERNING
CAVITATIONAL DEVICE**

The nonstationary mathematical model of the governing cavitation device working in liquid rocket drives is considered.