

# УПРАВЛІННЯ В ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

---

УДК 621.324.57

Александрова Т.Є., Костяник І.В.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПАЛИВОПОДАВАННЯ В ЕНЕРГОБЛОЦІ МІНІЕЛЕКТРОСТАНЦІЇ ДГУ-200

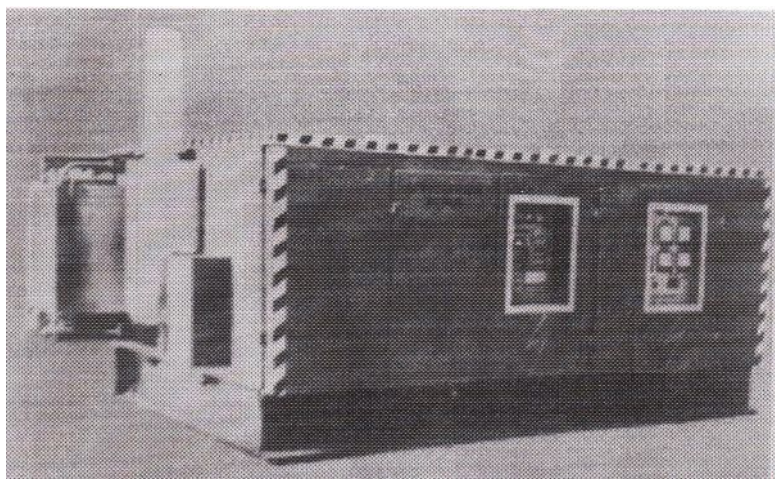


Рисунок 1 - Мініелектростанція ДГУ-200

**1. Постановка задачі.** Мініелектростанцією називається автономне джерело трьохфазного електричного струму промислової частоти 50 Гц і амплітуди 220В при номінальному навантаженні потужністю від 100 кВт до 1 мВт. Енергоблоками таких електростанцій, як правило, являються дизельні двигуни внутрішнього згоряння. Мініелектростанції, що містять дизельні двигуни і синхронні генератори змінного струму, називають також дизельними генераторними установками (ДГУ). Мініелектростанції знайшли широке застосування для енергопостачання знеструмлених внаслідок стихійного лиха населених пунктів, установ, медичних закладів і харчових підприємств, а також для забезпечення електроенергією геолого-розвідувальних робіт.

В Україні мініелектростанції випускаються Державним підприємством «Завод імені Малишева» на основі серійних танкових двигунів 5ТДФ, підвищений ресурс яких забезпечується дефорсуванням базових двигунів за рівнем потужності [1]. Максимальна частота обертання колінчастого вала двигуна 5ТДФ складає 50 гц і повністю відповідає промисловій частоті електричного струму (рис.1).

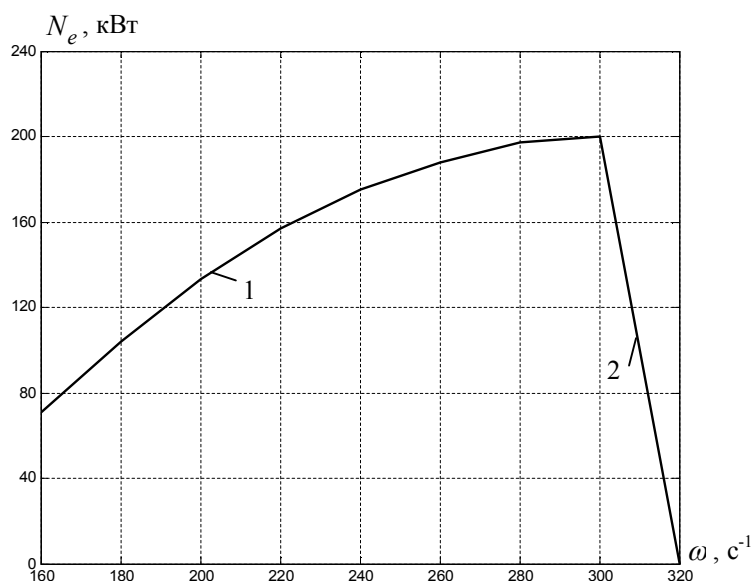


Рисунок 2 - Статична характеристика енергоблоку мініелектростанції ДГУ-200:  
1 – зовнішня характеристика; 2 – регуляторна характеристика

Максимальна кутова швидкість обертання колінчастого валу дизеля визначається граничною регуляторною характеристикою всережимного регулятора паливоподавання (ВРП), яка має місце при повному натисканні на педаль управління подачею палива. При застосуванні транспортного дизеля у якості енергоблоку мініелектростанції педаль управління подачею палива відсутня, а настройка регулятора на задану частоту обертання колінчастого валу здійснюється за допомогою важелі з фіксованим станом, який відповідає заданій кутовій швидкості обертання колінчастого валу  $314 \text{ с}^{-1}$ , або частоті обертання  $50 \text{ Гц}$ . З такою ж частотою обертається і ротор трьохфазного синхронного генератора.

Статична характеристика енергоблоку мініелектростанції ДГУ-200 приведена на рис.2. В залежності від електричного навантаження мініелектростанції робоча точка знаходиться на регуляторній характеристиці в межах  $(\omega_{\min} \div \omega_{\max})$ . Ступенем нерівномірності паливоподавання назвемо величину

$$\gamma = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega^*} \cdot 100\%.$$

При  $\omega_{\max} = 320 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_{\min} = 300 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega^* = 314 \text{ с}^{-1}$  ступінь нерівномірності досягає  $6,4\%$ , тобто частота виробляемого електричного струму знаходиться в межах  $50 \pm 3,2 \text{ Гц}$ . Ця розбіжність припустима для побутових споживачів електроенергії, але занадто велика для точних приладів, зокрема медичних, при застосуванні у лікарнях знеструмлених районів.

В даній роботі ставиться задача розробки математичної моделі збуреного руху замкненої системи паливоподавання з метою оцінки перехідних процесів у замкненій системі паливоподавання.

**2. Принцип роботи регулятора паливоподавання.** Дизель 5ТДФ містить механіко-гідравлічний всережимний регулятор, схема якого приведена на рис.3. Відцентрові вантажки чутливого елемента 4 закріплені на хрестовині, котра через пару конічних

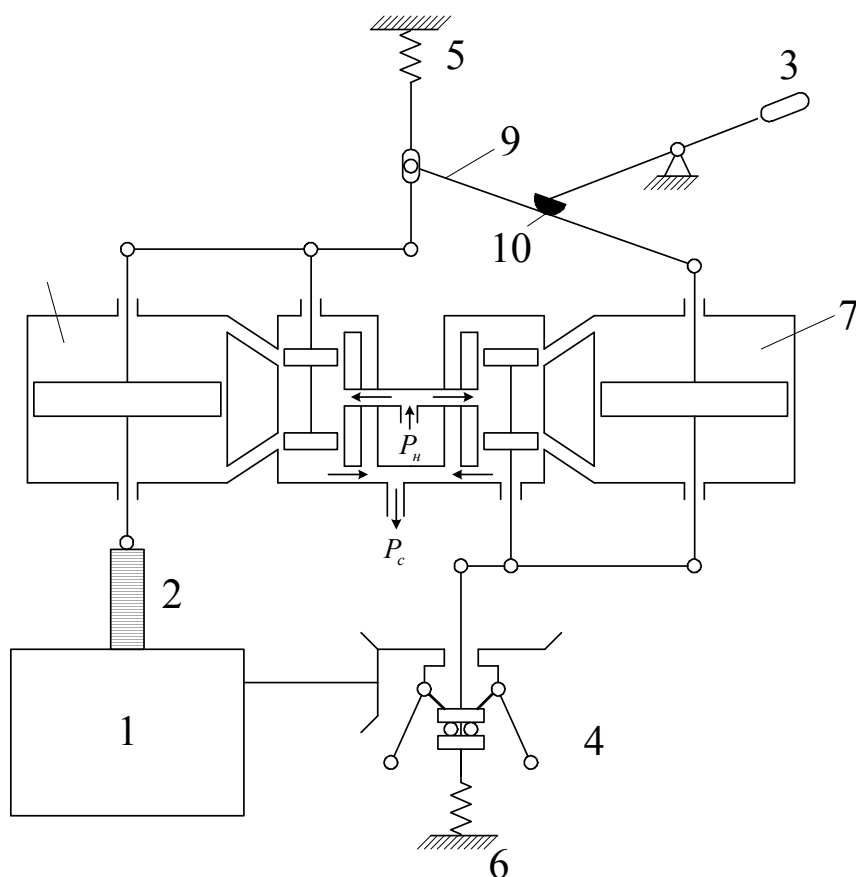


Рисунок 3 - Механіко-гідравлічний всережимний регулятор дизеля 5ТДФ

шестерень приводиться до обертання від колінчастого валу дизеля 1. Зміна електричного навантаження з боку споживачів електричної енергії приводить до зміни моменту на валу ротора синхронного генератора і механічно з'єднаного з ним колінчастого вала, що, в свою чергу, приводить до зміни кутової швидкості обертання колінчастого вала. При цьому муфта відцентрового чутливого елемента переміщується у відповідний бік. Це переміщення являється у розглядаємій системі паливоподавання сигналом керування, який підсилюється сервомоторами 7 і 8 до необхідного рівня. Переміщення поршня паливного сервомотору 8 приводить до відповідного переміщення рейки паливного насосу 2, що викликає зміну активного моменту на колінчастому валі, яка компенсує збудовуючу зміну моменту навантаження з боку ротора синхронного генератора. Коефіцієнт підсилення регулятора паливоподавання визначається коефіцієнтом передачі важілі 9, а, конкретніше, положенням опору 10.

### 3. Математична модель дизеля як об'єкту керування.

У роботі [2] для дизеля 5ТДФ отримана залежність, яка описує активний момент, що розвиває двигун

$$M_D[\omega(t), h(t)] = -1,23 \cdot 10^5 [h(t - \tau) - 0,024] \times [1 + 0,33 \cdot 10^{-2} \omega(t) - 0,11 \cdot 10^{-4} \omega^2(t)] \quad (1)$$

Дизель 5ТДФ, який застосований в енергоблоці мініелектростанції ДГУ-200, дефорсований за моментом більш ніж удвічі. Формула (1) для цього блоку має вигляд:

$$M_D[\omega(t), h(t)] = -0,53 \cdot 10^5 [h(t - \tau) - 0,024] \times \\ \times \left[ 1 + 0,33 \cdot 10^{-2} \omega(t) - 0,11 \cdot 10^{-4} \omega^2(t) \right]. \quad (2)$$

Розкладемо функцію (2) в ряд Тейлора відносно точки сталої рівноваги  $\omega_0, h_0$

$$M_D[\omega(t), h(t)] = M_D[\omega_0, h_0] + \left( \frac{\partial M_D}{\partial \omega} \right)_0 \Delta\omega(t) + \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0 \Delta h(t - \tau) + \\ + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega^2} \right)_0 \Delta\omega^2(t) + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega \partial h} \right)_0 \Delta\omega(t) \Delta h(t - \tau) + \\ + \frac{1}{3!} \left( \frac{\partial^3 M_D}{\partial \omega^2 \partial h} \right)_0 \Delta\omega^2(t) \Delta h(t - \tau). \quad (3)$$

Рівняння динамічної рівноваги колінчастого валу запишемо у вигляді

$$I_\Sigma \frac{d\omega(t)}{dt} = M_D[\omega(t), h(t)] - M_H[\omega(t), t], \quad (4)$$

де  $M_H[\omega(t), t]$  – момент навантаження на колінчастому валу, який можна подати формулою

$$M_H[\omega(t), t] = M_H[\omega_0] + \left( \frac{\partial M_H}{\partial \omega} \right)_0 \Delta\omega(t) + \Delta M_H(t). \quad (5)$$

Через  $I_\Sigma$  в рівнянні (4) позначений приведений до колінчастого валу момент інерції рухомих елементів дизеля, а також ротору синхронного генератору.

З урахуванням співвідношень (3) і (5), а також з урахуванням того факту, що в сталому режимі виконується співвідношення

$$M_D[\omega_0, h_0] = M_H[\omega_0],$$

рівняння (4) запишемо у вигляді

$$I_\Sigma \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} = \left[ \left( \frac{\partial M_D}{\partial \omega} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_H}{\partial \omega} \right)_0 \right] \Delta\omega(t) + \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0 \Delta h(t - \tau) + \\ + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega^2} \right)_0 \Delta\omega^2(t) + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega \partial h} \right)_0 \Delta\omega(t) \Delta h(t - \tau) + \\ + \frac{1}{3!} \left( \frac{\partial^3 M_D}{\partial \omega^2 \partial h} \right)_0 \Delta\omega^2(t) \Delta h(t - \tau) - \Delta M_H(t). \quad (6)$$

Величину

$$F_{до} = \left( \frac{\partial M_H}{\partial \omega} \right)_0 - \left( \frac{\partial M_D}{\partial \omega} \right)_0$$

назвемо фактором статичної стійкості двигуна. Тоді рівняння (6) запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} = & -\frac{F_{до}}{I_\Sigma} \Delta\omega(t) + \frac{1}{I_\Sigma} \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0 \Delta h(t - \tau) + \\ & + \frac{1}{2! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega^2} \right)_0 \Delta\omega^2(t) + \frac{1}{2! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega \partial h} \right)_0 \Delta\omega(t) \Delta h(t - \tau) + \\ & + \frac{1}{3! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^3 M_D}{\partial \omega^2 \partial h} \right)_0 \Delta\omega^2(t) \Delta h(t - \tau) - \frac{1}{I_\Sigma} \Delta M_H(t), \end{aligned} \quad (7)$$

де  $\Delta M_H(t)$  – зовнішнє збурення на колінчастому валу дизеля з боку ротору синхронного генератора.

Диференціальне рівняння (7) є не тільки нелінійним, але й неаналітичним. Неаналітичність його обумовлена часом запізнення  $\tau$ . Так як дослідження диференціальних рівнянь з неаналітичними правими частинами значно складніше, ніж з аналітичними, то скориставшись результатом роботи [3], перейдемо від рівняння (7) до рівняння з аналітичною правою частиною, для чого введемо позначення

$$\left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0 \Delta h(t - \tau) = \Delta M_D(t). \quad (8)$$

З урахуванням (8) запишемо

$$\Delta h(t - \tau) = \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0^{-1} \cdot \Delta M_D(t). \quad (9)$$

Диференціальне рівняння (7) при підстановці в нього формули (9) приймає вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} = & -\frac{F_{до}}{I_\Sigma} \Delta\omega(t) + \frac{1}{I_\Sigma} \Delta M_D(t) + \frac{1}{2! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega^2} \right)_0 \Delta\omega^2(t) + \\ & + \frac{1}{2! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^2 M_D}{\partial \omega \partial h} \right)_0 \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0^{-1} \Delta\omega(t) \Delta M_D(t) + \\ & + \frac{1}{3! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^3 M_D}{\partial \omega^2 \partial h} \right)_0 \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0^{-1} \Delta\omega^2(t) \Delta M_D(t) - \frac{1}{I_\Sigma} \Delta M_H(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Зв'язок між функціями  $\Delta M_D(t)$  і  $\Delta h(t)$  запишемо у відповідності до роботи [3] у вигляді диференціального рівняння другого порядку

$$T_\tau^2 \frac{d^2 \Delta M_D(t)}{dt^2} + 2T_\tau \frac{d\Delta M_D(t)}{dt} + \Delta M_D(t) = \left( \frac{\partial M_D}{\partial h} \right)_0 \Delta h(t), \quad (11)$$

де постійна часу  $T_\tau$  дорівнює

$$T_\tau = \frac{2\pi}{l\omega_0}, \quad (12)$$

а через  $l$  позначена кількість циліндрів дизеля (для дизеля 5ТДФ  $l=5$ ).

Дійсно, неаналітичне співвідношення (8) має характеристику, що приведена на рис.4.

Перехідна функція аперіодичної ланки другого порядку, що описується рівнянням (11), приведена на рис.5.

Порівняння рис.4 і рис.5 дозволяє зробити висновок про тотожність співвідношень (8) і (11) і, як наслідок, про тотожність рівняння (7) з неаналітичною правою частиною і системи рівнянь (10) і (11) з аналітичними правими частинами.

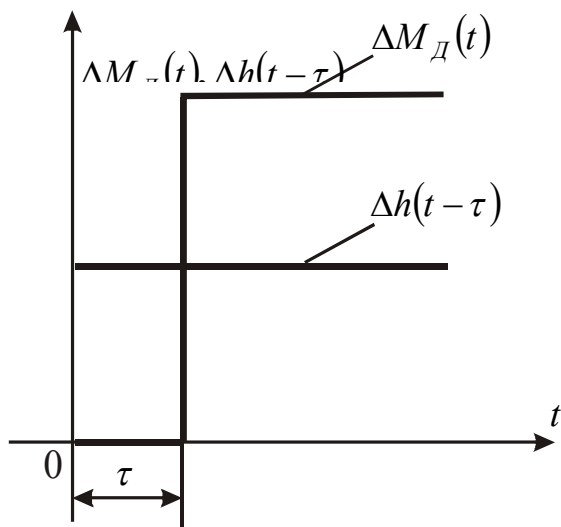


Рисунок 4 - Характеристика запізнення

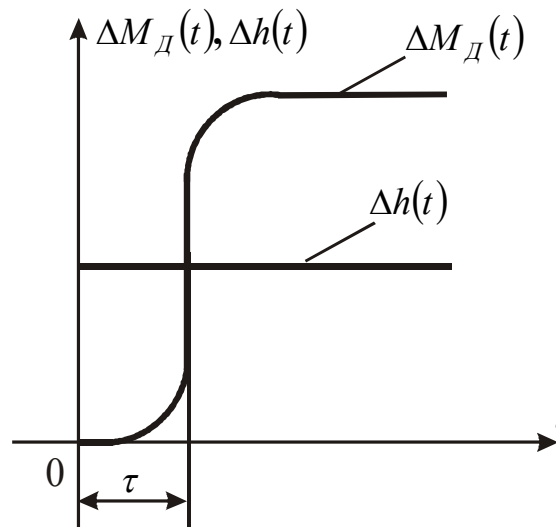


Рисунок 5 - Перехідна функція аперіодичної ланки другого порядку

#### **4. Математична модель регулятора паливоподавання.**

Характеристичне рівняння збуреного руху відцентрового чутливого елемента ВРП дизеля 5ТДФ має наступний вигляд [2]

$$T_u^2 \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + T_k \frac{dz(t)}{dt} + z(t) = f_z[\omega(t)], \quad (13)$$

де  $z(t)$  – переміщення муфти відцентрового чутливого елемента;  $f_z[\omega(t)]$  – нелінійна функція, що має вигляд

$$f_z[\omega(t)] = -0,4234 \cdot 10^{-3} + 1,084 \cdot 10^{-7} \omega^2(t). \quad (14)$$

Лінеаризуємо рівняння (13) поблизу точки сталого режиму  $\omega_0$ :

$$T_u^2 \frac{d^2 \Delta z(t)}{dt^2} + T_k \frac{d \Delta z(t)}{dt} + \Delta z(t) = k_z \Delta \omega(t), \quad (15)$$

де коефіцієнт  $k_z$  дорівнює

$$k_z = \left( \frac{\partial f_z[\omega(t)]}{\partial \omega(t)} \right)_0 = 2,168 \cdot 10^{-7} \omega_0 = 0,681 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot \text{с}.$$

Диференціальні рівняння збуреного руху послідовно розташованих сервомоторів мають вигляд:

$$T_s \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = z(t); \quad (16)$$

$$T_h \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = k_y y(t), \quad (17)$$

де коефіцієнт підсилення  $k_y$  представляє собою коефіцієнт передачі важелі 9 і залежить від розташування опору 10. Для штатного ВРП дизеля 5ТДФ значення цього коефіцієнту дорівнює  $k_y = 9,27$ . У відповідності з формулою (12) постійна часу  $T_\tau$  складає  $T_\tau = 0,004$  с, а постійні часу  $T_u, T_k, T_s$  і  $T_h$  дорівнюють [2]:  $T_u = 0,248 \cdot 10^{-2}$  с;  $T_k = 0,135 \cdot 10^{-2}$  с;  $T_s = 0,5 \cdot 10^{-2}$  с;  $T_h = 0,6 \cdot 10^{-2}$  с.

Користуючись формулою (2) обчислимо коефіцієнти диференційних рівнянь (10) і (11)

$$\begin{aligned} \frac{F_{Д\text{О}}}{I_\Sigma} &= 0,27 \text{ с}^{-1}; & \frac{1}{I_\Sigma} &= 0,245 \text{ Н}^{-1} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-2}; \\ \frac{1}{2! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^2 M_{Д}}{\partial \omega^2} \right)_0 &= -0,86 \cdot 10^{-3}; & \left( \frac{\partial M_{Д}}{\partial h} \right)_0 &= -0,51 \cdot 10^5 \text{ Н}; \\ \frac{1}{2! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^2 M_{Д}}{\partial \omega \partial h} \right)_0 \left( \frac{\partial M_{Д}}{\partial h} \right)_0^{-1} &= -0,46 \cdot 10^{-3} \text{ Н}^{-1} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}; \\ \frac{1}{3! I_\Sigma} \left( \frac{\partial^3 M_{Д}}{\partial \omega^2 \partial h} \right)_0 \left( \frac{\partial M_{Д}}{\partial h} \right)_0^{-1} &= -0,94 \cdot 10^{-6} \text{ Н}^{-1} \text{ м}^{-1}. \end{aligned}$$

Варійованим параметром системи паливоподавання енергоблоку будемо вважати коефіцієнт підсилення  $k_y$ . Тоді диференціальні рівняння збуреного руху замкненої системи паливоподавання енергоблоку мініелектростанції ДГУ-200 поблизу точки сталого режиму  $\omega_0, h_0$  набувають вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} &= -0,27\Delta\omega(t) + 0,245\Delta M_{Д}(t) - \\ &- 0,86 \cdot 10^{-3} \Delta\omega^2(t) - 0,46 \cdot 10^{-3} \Delta\omega(t)\Delta M_{Д}(t) - \\ &- 0,94 \cdot 10^{-6} \Delta\omega^2(t)\Delta M_{Д}(t) - 0,245\Delta M_{H}(t); \\ \frac{d^2\Delta M_{Д}(t)}{dt^2} &= -0,625 \cdot 10^5 \Delta M_{Д}(t) - 0,5 \cdot 10^3 \frac{d\Delta M_{Д}(t)}{dt} - 0,32 \cdot 10^{10} \Delta h(t); \\ \frac{d^2\Delta z(t)}{dt^2} &= -0,1923 \cdot 10^6 \Delta z(t) - 0,26 \cdot 10^3 \frac{d\Delta z(t)}{dt} + 0,13 \cdot 10^2 \Delta\omega(t); \\ \frac{d\Delta y(t)}{dt} &= -200 \cdot \Delta y(t) + 200 \cdot \Delta z(t); \\ \frac{d\Delta h(t)}{dt} &= -166,7 \cdot \Delta h(t) + k_y \cdot 166,7 \cdot \Delta y(t). \end{aligned} \tag{18}$$

5

. **Перехідні процеси в замкненій системі паливоподавання.**

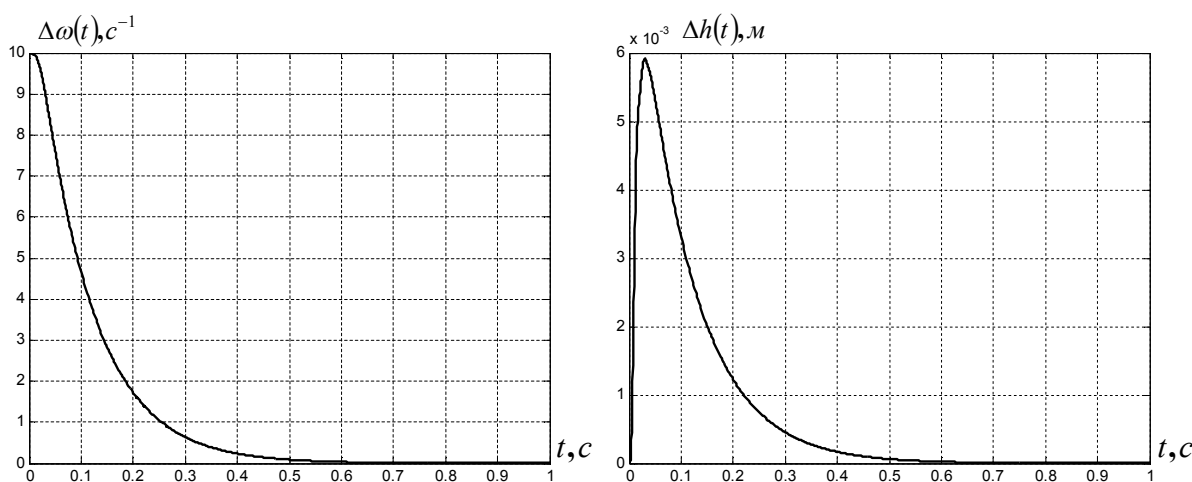


Рисунок 6 - Перехідні процеси в замкненій системі паливоподавання

На рис. 6. приведені перехідні процеси в замкненій системі паливоподавання енергоблоку ДГУ-200, отримані шляхом рішення системи диференціальних рівнянь (18) при початкових умовах  $\Delta\omega(t)=10 \text{ c}^{-1}$ ;  $\Delta M_{Д}(0) = \frac{d\Delta M_{Д}(0)}{dt} = z(0) = \frac{dz(0)}{dt} = y(0) = h(0) = 0$  і  $k_y = 9,27$ , тобто відповідають штатному регулятору. Аналіз цих процесів дозволяє зробити висновок, що перехідні процеси носять аперіодичний характер, а швидкодія замкненої системи становить близько 0,4 с.



Література: 1. ХЗП – Завод имени Малышева. 1895–1995. История развития /А.В. Быстри-ченко, Е.И. Добровольский, А.П. Дроботенко и др. – Харьков: Прапор, 1995. – 792 с. 2. Александров Е.Е., Богаенко И.Н., Кузнецов Б.И. Многоканальные системы оптимального управления. – К.: Техніка, 1995. – 312 с. 3. Кац А.М. Автоматическое регулирование скорости двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машгиз, 1956. – 302 с.

Александрова Т.Е., Костяник И.В.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТОПЛИВОПОДАЧИ  
В ЭНЕРГОБЛОКЕ МИНИЭЛЕКТРОСТАНЦИИ ДГУ-200

Рассмотрена математическая модель процесса топливоподачи и переходные процессы в замкнутой системе автоматического управления топливоподачей в энергоблоке миниэлектростанции ДГУ-200.

Alexandrova T.E., Kostianik I.V.

MATHEMATICAL MODELLING OF PROCESS OF FUEL DELIVERY  
IN MINIPOWER STATION DGU-200 POWER UNIT

The mathematical model of process of fuel delivery and transients in the closed automatic control system of fuel delivery in minipower station DGU-200 power-block is considered.

---