

УДК 621.833

Протасов Р.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИВЕДЕННОГО РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Введение.

Снижение контактных напряжений в зубчатых зацеплениях является важной задачей машиностроения, так как позволяет уменьшить массу и габариты передач.

Основным геометрическим параметром, влияющим на контактные напряжения, является приведенный радиус кривизны. Его повышения можно добиться либо увеличением габаритов зубчатой передачи, либо осуществлением в зацеплении выпукловогнутого контакта зубьев. В работе [1] А.И. Павловым было предложено эволютное зацепление с таким видом контакта.

Это зацепление описывается с помощью универсального дифференциального уравнения второго порядка,

$$y_0'' = \frac{y_0'(1 + y_0'^2)}{-ky_0' + x_0}, \quad (1)$$

где x_0 , y_0 – декартовы координаты точек профиля исходного контура; k – коэффициент разновидности передачи, [1].

А.И. Павловым было получено решение этого уравнения для исходных контуров в виде полиномов n -й степени (чаще всего 7-й [2]),

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-1, 1]; \\ y_0(x_0) &= C_1x_0 + C_2x_0^3 + \dots + C_nx_0^n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Определение приведенного радиуса кривизны профиля зуба.

По уравнению инструментальной рейки при помощи метода профильных нормалей [3] было получено уравнение активных профилей зубьев шестерни и колеса [4] в параметрическом виде (параметр x_0):

$$\left. \begin{aligned} x_2(x_0) &= -(y_1(x_0) - a(x_0))\sin\varphi_2(x_0) + (x_1(x_0) + r_2)\cos\varphi_2(x_0); \\ y_2(x_0) &= (y_1(x_0) - a(x_0))\cos\varphi_2(x_0) + (x_1(x_0) + r_2)\sin\varphi_2(x_0), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где a – величина поступательного перемещения инструментальной рейки; r_2 – делительный радиус шестерни или колеса.

Для определения кривизны профиля зуба использовалась известная формула дифференциальной геометрии (случай параметрического задания кривой) [5]:

$$\chi(x_0) = \frac{y_2''(x_0) \cdot x_2'(x_0) - x_2''(x_0) \cdot y_2'(x_0)}{(x_2'^2(x_0) + y_2'^2(x_0))^{3/2}}. \quad (4)$$

Несмотря на громоздкость зависимостей первых и, особенно, вторых производных, полученные выражения для различных профилей эволютного зацепления остаются

ся неизменными, так как вид уравнения исходного контура постоянный, изменяются лишь коэффициенты при x_0 .

На полученном графике кривизны профиля (рисунок 1) отрицательное значение говорит о его выпуклости, а положительное – о вогнутости.

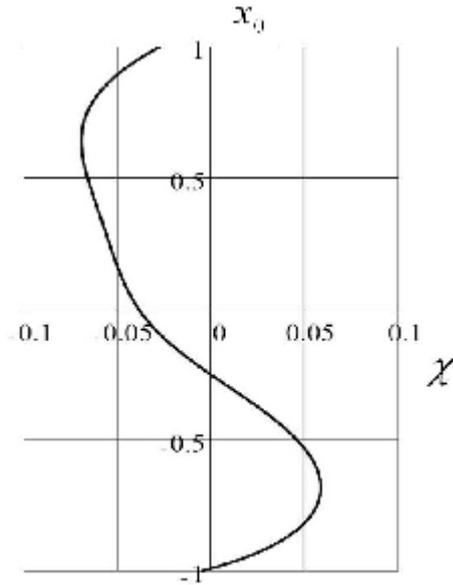


Рисунок 1 – Кривизна эволютного профиля зуба

На рисунке 2 изображены кривизны профилей зубьев шестерни и колеса согласно тому, как они расположены при их контакте в полюсе (для внешнего зацепления).

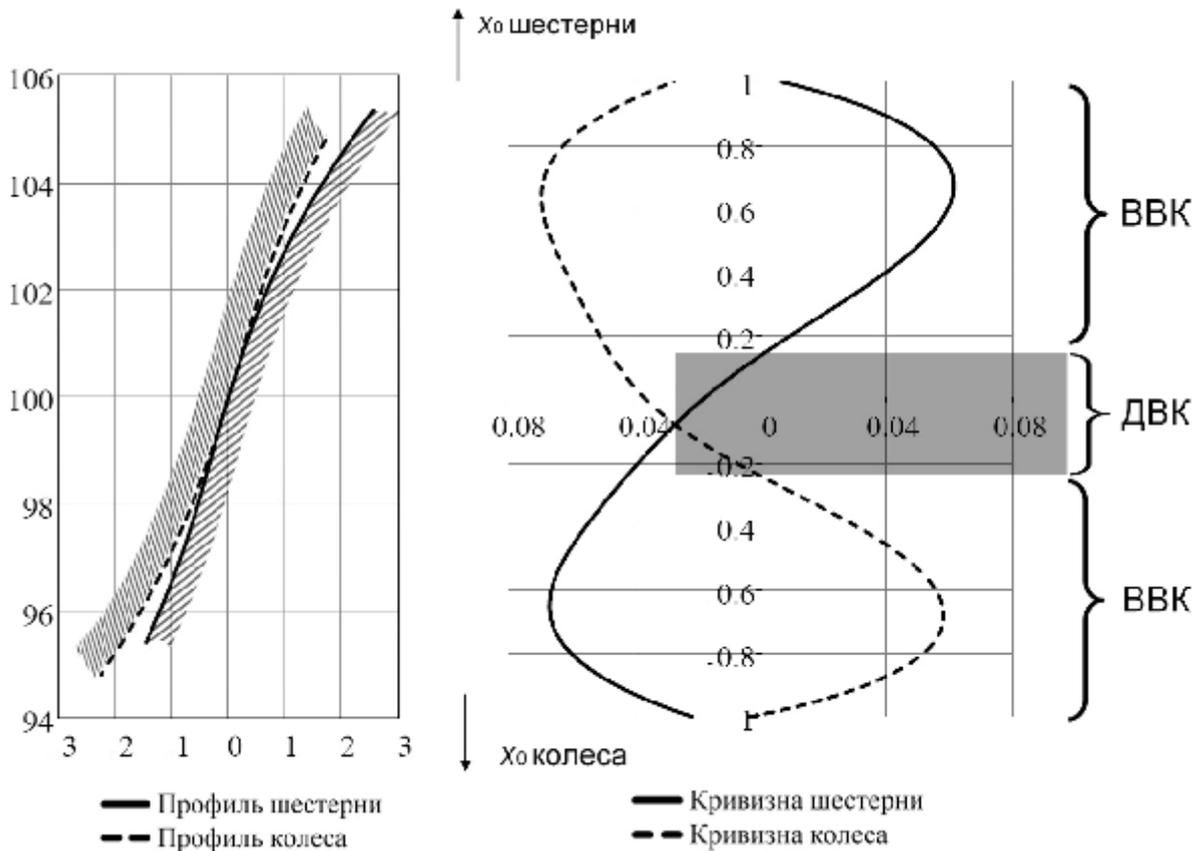


Рисунок 2 – Кривизны профилей зубьев шестерни и колеса

В приполюсной зоне, как видно из рисунка 2, графики кривизн имеют одинаковый знак, что соответствует двояковыпуклому контакту (ДВК) с низкой контактной прочностью. Наличие такого вида контакта в приполюсной зоне подтвердило тезис, ранее приведенный А.И. Павловым в его монографии [1] о том, что в двустороннем эволютном зацеплении в районе полюса отсутствует выпукло-вогнутый контакт (ВВК).

Величина зоны ДВК по высоте зуба зависит от количества зубьев z_1 и передаточного числа u . С увеличением числа зубьев высота зоны ДВК заметно снижается (рисунок 3).

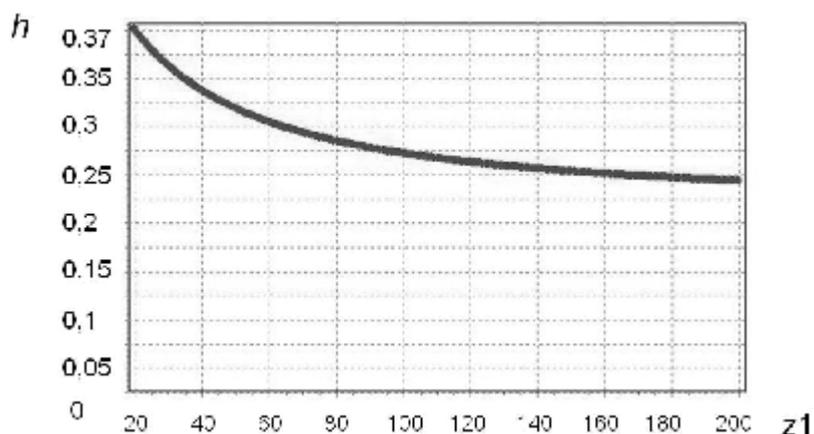


Рисунок 3 – Высота зоны ДВК относительно рабочей высоты зуба в зависимости от количества зубьев при $u=1$

На приведенном графике (рисунок 4) показана относительная высота зоны ДВК в зависимости от передаточного числа и от количества зубьев на шестерне.

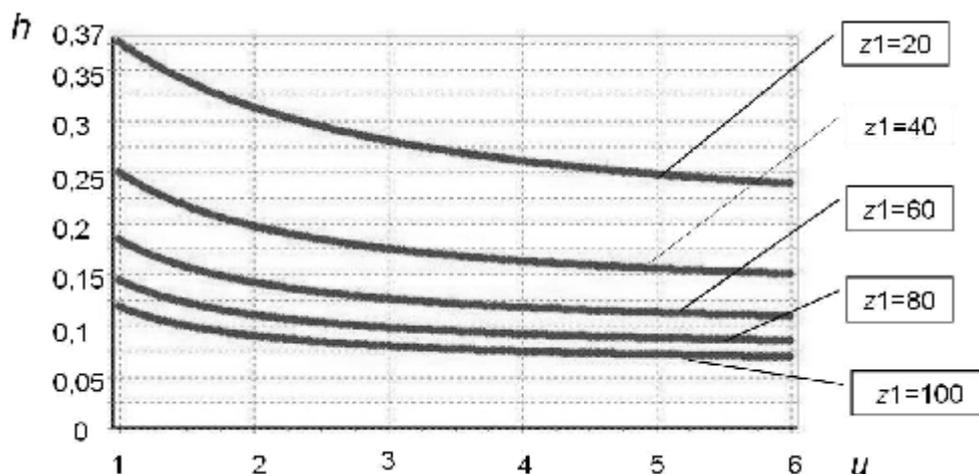


Рисунок 4 – Высота зоны ДВК относительно рабочей высоты зуба в зависимости от u и z_1

Так как эволютные зацепления – это целое семейство профилей, то для каждого из них высота ДВК уникальна и зависит от начальных условий при решении уравнения (1) (см. рисунок 5).

После определения кривизн зубьев шестерни и колеса был получен приведенный радиус кривизны по общеизвестной формуле:

$$\rho_{\text{пр}}(x_0) = \left| \frac{\rho_1(x_0) \cdot \rho_2(x_0)}{\rho_1(x_0) + \rho_2(x_0)} \right|, \quad (5)$$

где ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны зуба шестерни и колеса соответственно, $\rho(x_0) = 1/\chi(x_0)$.

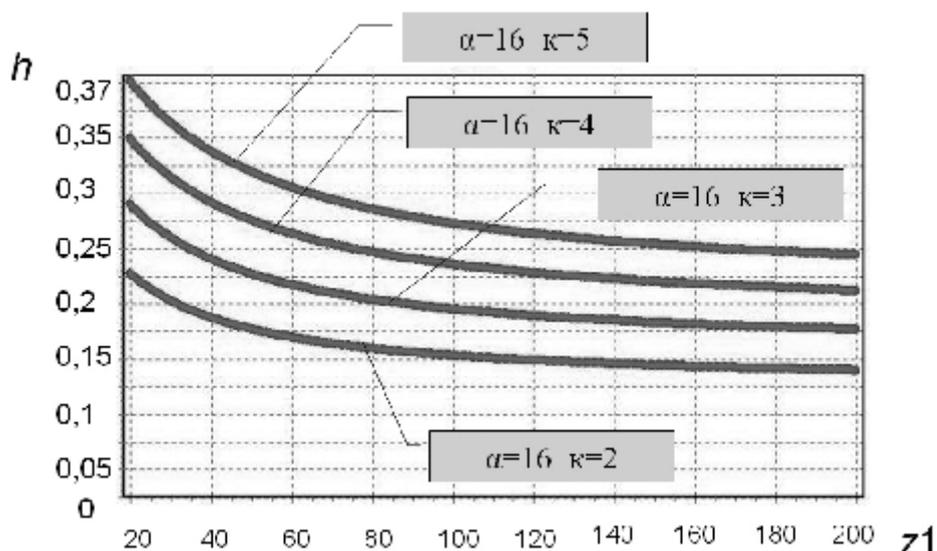


Рисунок 5 – Высота зоны ДВК относительно рабочей высоты зуба в зависимости от вида исходного контура

При расчете приведенного радиуса кривизны (5) по всей высоте зуба знак «+» в знаменателе автоматически учитывает как ВВК так и ДВК.

На рисунке 6 показаны графики приведенного радиуса кривизны для эволютной передачи со следующими геометрическими параметрами: коэффициент разновидности $k=5$, делительный угол профиля исходного контура $\alpha=16^\circ$, модуль $m=5$ мм, число зубьев шестерни $z_1=40$, передаточное число $u=2$, а также для эвольвентной передачи с такими же параметрами.

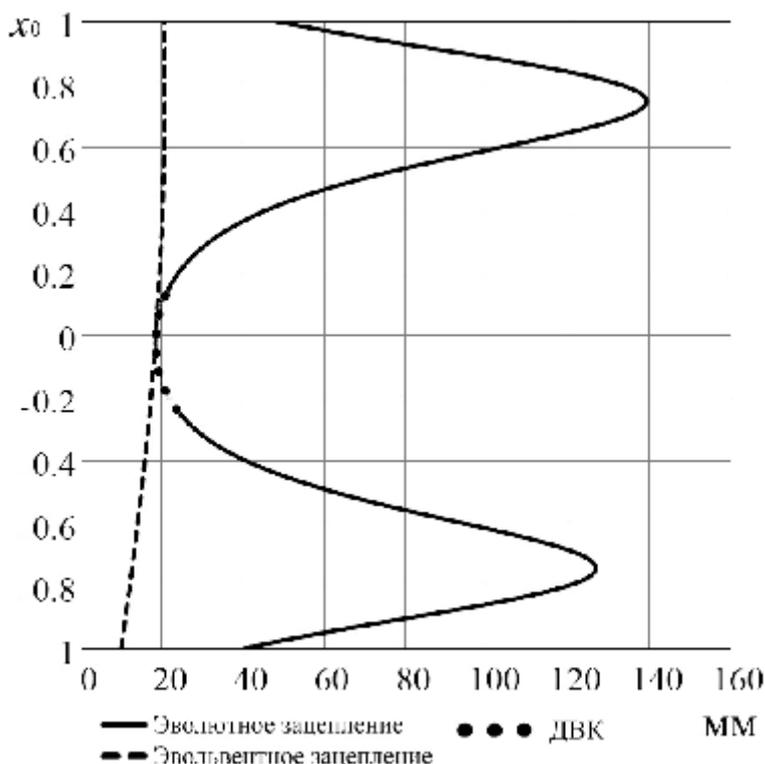


Рисунок 6 – Приведенный радиус кривизны $\rho_{пр}$, мм

Два всплеска указывают на то, что в этих зонах наименьшая разница по радиусам кривизны, что является положительным с точки зрения контактной прочности. Зона, отмеченная пунктиром – ДВК.

Контактные напряжения в эволютном зацеплении.

После определения приведенного радиуса кривизны был выполнен расчет контактных напряжений σ_H и проанализировано, как влияет на их величину изменение $\rho_{пр}$.

Исследовалась передача с теми же параметрами, что и при расчете $\rho_{пр}$. Дополнительно было принято: крутящий момент на шестерне $T_1=1000$ Н·м, модуль упругости $E=2.12 \cdot 10^5$ МПа, ширина венца $b_w=100$ мм.

Расчет напряжений выполнялся по формуле Герца [6]:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_{пр}}{b_w \rho_{пр}}} \quad (6)$$

Также был проведен расчет σ_H для эвольвентной передачи с такими же исходными данными. График изменения контактных напряжений при перемещении точки приложения нагрузки по высоте зуба в эволютном и эвольвентном зацеплениях приведен на рисунке 7 (рассматривается случай однопарного зацепления).

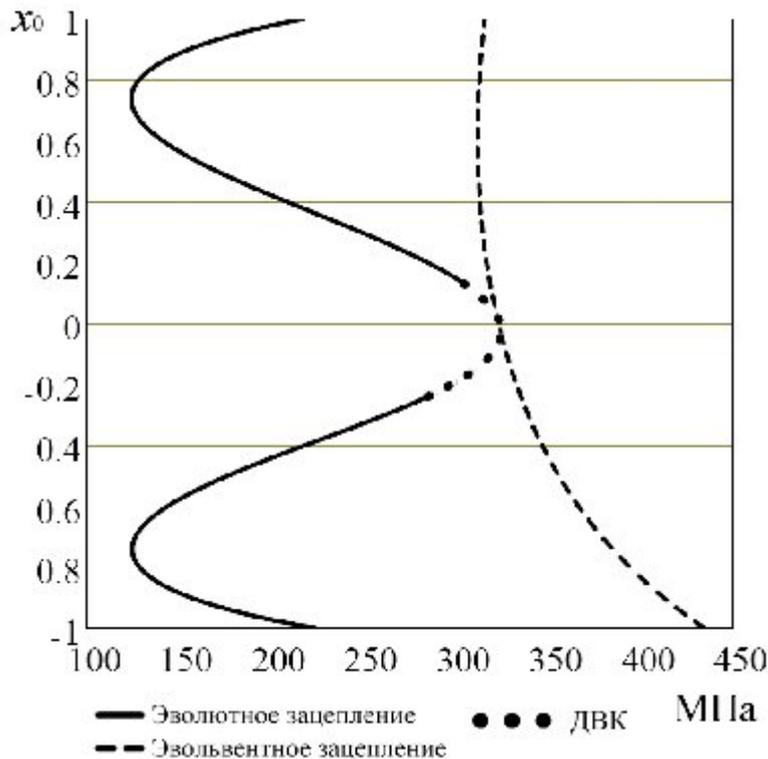


Рисунок 7 – Контактные напряжения σ_H , МПа по высоте зуба

В работе [7] нами предлагалось оценивать степень снижения контактных напряжений в эволютной передаче относительно эвольвентной при помощи безразмерной величины K_{σ_H} :

$$K_{\sigma_H} = \frac{\sigma_{H\text{эвольвент}}}{\sigma_{H\text{эволют}}} \quad (7)$$

На рисунке 8 представлен график изменения K_{σ_H} по высоте зуба.

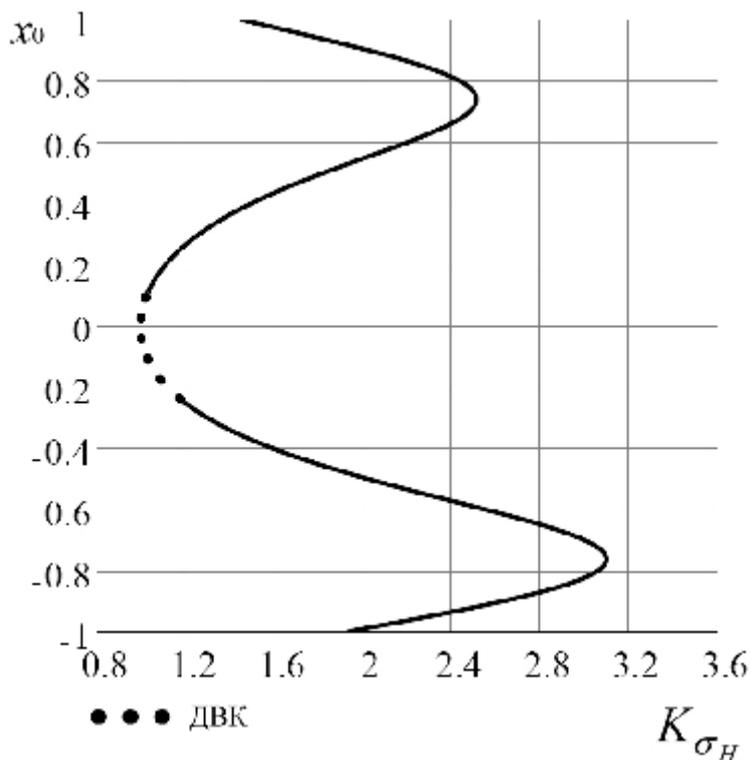


Рисунок 8 – График коэффициента снижения контактной напряженности

Анализ графиков на рисунках 7 и 8 показывает, что контактные напряжения у эволютной передачи в приполюсной зоне существенно выше, чем в периферийной (в полюсе практически равны напряжениям в эвольвентном зацеплении). Поэтому предварительно предлагается избавляться от ДВК модификацией исходного контура. Этого можно добиться обеспечением отсутствия контакта между зубьями, а именно, выполнить отклонение профиля в тело зуба на шестерне и колесе за счет местного (в приполюсной зоне) утолщения профиля исходного контура. При этом инструмент для нарезания шестерни и колеса будет один, как и предполагалось ранее для двустороннего эволютного зацепления [1, 2]. Вопрос о том, какой именно будет вид модифицированного участка профиля и величина утонения зуба шестерни и колеса в приполюсной зоне в данный момент исследуются, но речь идет о величинах менее 1/10 модуля.

Выводы.

1. По имеющимся уравнениям активного профиля зуба эволютной передачи была получена кривизна зубьев шестерни и колеса.

2. Анализ совместного графика кривизн зубьев шестерни и колеса показывает ДВК в приполюсной зоне, наличие которого предусматривала теория эволютного зацепления. Дальнейшие исследования выявили параметры, влияющие на величину этой зоны.

3. Предложено избавляться от зоны ДВК путем модификации профиля "в тело" зуба на приполюсном участке.

4. На остальной части рабочей поверхности зуба приведенный радиус кривизны эволютного зацепления по отношению к эвольвентному существенно больше. Соответственно контактные напряжения у эволютной передачи меньше по сравнению с аналогичной эвольвентной усредненно в $\approx 1,5$ раза.

Литература: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Павлов А.И. Эволютное зацепление и его характеристики // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. – Харьков, 2003. – Вып.5. – С.103–106. 3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука. – 1968. – 584с. 4. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2010. – №19. – С.124–128. 5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. В пяти томах. – Т.1. – М.: Наука, 1974. – 479с. 6. Ковальский Б.С. Расчет деталей на местное сжатие. – Харьков: Изд-во ХВВКИУ, 1967. – 156с. 7. Павлов А.И., Устиненко А.В., Протасов Р.В. Пути оценки контактной прочности эволютных передач // Вестник СевНТУ: Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Механика, энергетика, экология". – Севастополь, 2010. – №110. – С.90–94.

Протасов Р.В.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИВЕДЕННОГО РАДІУСА КРИВИЗНИ ЗУБЦІВ ЄВОЛЮТНИХ ПЕРЕДАЧ

Розглянуто методику розрахунку приведенного радіуса кривизни еволютних передач. Виявлено, що в приполюсній зоні має місце двояко-опуклий контакт, на що вказує і теорія еволютних зачеплень. Ця зона не постійна по висоті зуба, а залежить від декількох параметрів. Запропоновано позбавлятися приполюсної зони шляхом модифікації вихідного профілю. На іншій частині бічного профілю зуба контактна напруга нижча за контактну напругу аналогічній евольвентній передачі.

Protasov R.V.

RESEARCHES OF THE RELATIVE RADIUS OF TEETH CURVATURE OF EVOLUTE GEARS

The calculation procedure of the relative radius of curvature evolute gears is considered. It is certain, that in zone near a pitch point there is double-convex contact, on what the theory evolute gear specifies also. This zone is not constant on a tooth height, and depends on several parameters. It is offered to deliver of this zone by basic rack updating. On other part of a tooth profile contact stress below then contact stress in the similar involute gear.
