

ТРАНСПОРТНЕ МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 519.81:681.51

Александрова Т.Е., канд. техн. наук; Александрова И.Е., д-р техн. наук;
Беляев С.Н.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТАНКОВУЮ ПУШКУ

1. Постановка задачи. В работе [1] получены математические модели свободных и вынужденных колебаний упругой танковой пушки, существенным образом влияющих на точность стрельбы из движущегося танка. Показано, что возбудителем вынужденных колебаний ствола танковой пушки являются неровности поверхности движения танка, вызывающие вертикальные и продольно-угловые колебания подрессоренной части корпуса. В данной статье рассматривается задача имитационного моделирования внешних возмущений, действующих на танковую пушку при различных скоростях движения танка и различных статистических характеристиках поверхности движения.

2. Статистические характеристики различных типов поверхностей движения. В реальных условиях движения танка расположение неровностей носит случайный характер. Предположим, что танк движется по определенному типу грунта с известными статистическими характеристиками с постоянной скоростью v . При этом случайные колебания подрессоренной части корпуса можно считать стационарными, протекающими во времени относительно однородно.

В работе [2] корреляционную функцию случайных неровностей дороги предлагается представить в виде

$$K(\tau) = De^{-\alpha v \tau} \cos \beta v \tau, \quad (1)$$

где D – дисперсия высот неровностей дороги; α , β – коэффициенты корреляции, численные значения которых для различных дорожных покрытий приведены в таблице 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов корреляции

Коэффициент корреляции	Тип дороги		
	Асфальтобетон	Мостовая	Грунтовая
α	0,22	0,32	0,47
β	0,44	0,64	0,94

Связь между корреляционной функцией $K(\tau)$ и спектральной плотностью $S(\omega)$ стационарного случайного процесса $h(t)$ определяется интегралом Фурье [3]

$$S(\omega) = \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем соотношение для спектральной плотности стационарного случайного процесса $h(t)$

$$S(\omega) = D \frac{2\alpha v(\alpha^2 v^2 + \beta^2 v^2 + \omega^2)}{\omega^4 + 2\omega^2 v^2(\alpha^2 - \beta^2) + v^4(\alpha^2 + \beta^2)^2}. \quad (3)$$

На рис. 1 приведены кривые корреляционных функций и спектральных плотностей случайного процесса $h(t)$ при различных условиях движения танка.

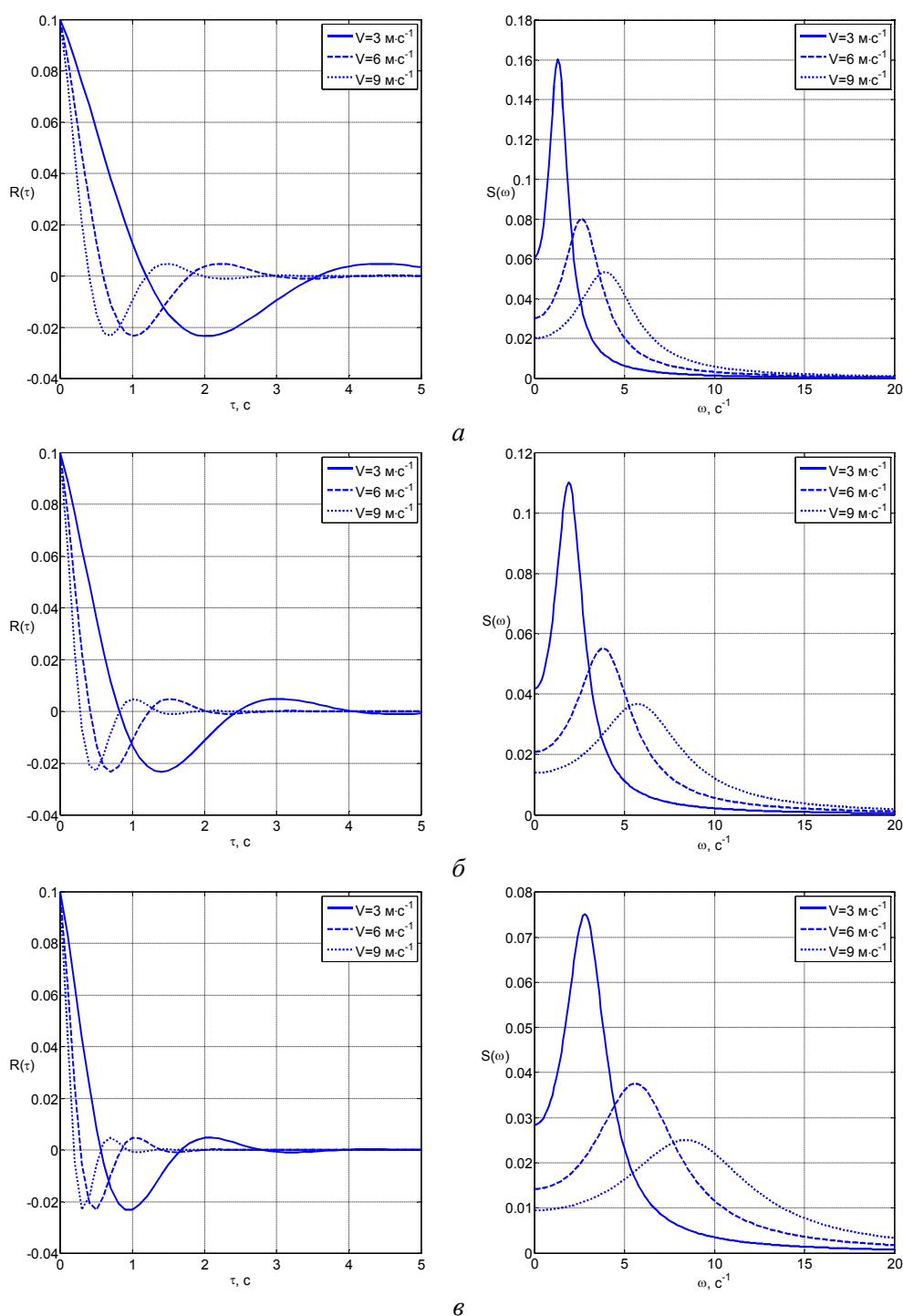


Рис. 1. Корреляционные функции и спектральные плотности дороги:
а – асфальтобетон; б – мостовая; в – грунтовая

3. Формирующее динамическое звено. Под формирующим динамическим звеном будем понимать звено, на вход которого подан единичный «белый шум» $\xi(t)$, а на выходе имеет место случайный процесс $h(t)$ с заданными статистическими характеристиками. Известно [4], что связь между спектральными плотностями $S_x(\omega)$ и $S_y(\omega)$ входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ случайных сигналов динамического звена определяется соотношением:

$$S_y(\omega) = W^2(j\omega)S_x(\omega), \quad (4)$$

где $W(j\omega)$ – частотная передаточная функция динамического звена.

Если предположить, что входной сигнал динамического звена представляет собой единичный «белый шум» $x(t) = \xi(t)$, спектральная плотность которого постоянна и равна единице, то соотношение (4) принимает следующий вид:

$$S_h(\omega) = W^2(j\omega). \quad (5)$$

Спектральные плотности генерируемого случайного процесса $h(t)$ приведены на рис. 1. Анализ кривых спектральных плотностей позволяет сделать вывод, что формирующее динамическое звено является колебательным с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{K_\xi}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}, \quad (6)$$

где K_ξ – коэффициент усиления; T_1, T_2 – постоянные времени формирующего динамического звена.

Если подавать на вход динамического звена (6) единичный «белый шум» $\xi(t)$, то на выходе звена будет иметь место случайный процесс $h(t)$, определяющий микропрофиль дороги. Этот процесс зависит, во-первых, от типа дорожного покрытия и, во-вторых, от скорости движения танка.

В формуле (6) положим $s = j\omega$ и запишем выражение для частотной передаточной функции формирующего динамического звена

$$W(j\omega) = \frac{K_\xi}{(1 - \omega^2 T_1^2) + j\omega T_2}. \quad (7)$$

Тогда

$$W^2(j\omega) = \frac{K_\xi^2}{(1 - \omega^2 T_1^2)^2 + \omega^2 T_2^2}. \quad (8)$$

В формуле (8) положим $\omega = 0$. В результате, с учетом соотношения (5), получаем

$$K_{\xi} = \sqrt{S_h(0)}. \quad (9)$$

Максимум резонансного пика спектральной плотности $S_h(\omega)$ достигается при частоте ω_p , которая отвечает минимуму знаменателя соотношения (8). Продифференцируем знаменатель (8) по ω и результат дифференцирования приравняем нулю:

$$-2T_1^2(1 - \omega_p^2 T_1^2) + T_2^2 = 0. \quad (10)$$

Из соотношения (10) получаем

$$T_2^2 = 2T_1^2(1 - \omega_p^2 T_1^2). \quad (11)$$

Из формул (5) и (8) можно записать

$$S_h(\omega_p) = \frac{S_h(0)}{(1 - \omega_p^2 T_1^2)^2 + \omega_p^2 T_2^2}. \quad (12)$$

Подставляя (11) в (12), получаем

$$1 - \omega_p^4 T_1^4 = \frac{S_h(0)}{S_h(\omega_p)}. \quad (13)$$

Из формулы (13) получаем

$$T_1^4 = \frac{1}{\omega_p^4} \left[1 - \frac{S_h(0)}{S_h(\omega_p)} \right]$$

или

$$T_1^2 = \frac{1}{\omega_p^2} \sqrt{1 - \frac{S_h(0)}{S_h(\omega_p)}}. \quad (14)$$

Постоянную времени T_2 отыскиваем с помощью подстановки величины T_1^2 в формулу (11):

$$T_2 = \frac{\sqrt{2}}{\omega_p} \sqrt{\sqrt{1 - \frac{S(0)}{S(\omega_p)}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{S(0)}{S(\omega_p)}} \right]}. \quad (15)$$

Таким образом, параметры формирующего динамического звена K_{ξ} , T_1^2 и T_2

могут быть вычислены с помощью формул (9), (14) и (15). Значения этих параметров для различных дорог и различных скоростей движения танка приведены в таблице 2.

Таблица 2

Значения постоянных времени T_1 и T_2 и коэффициента усиления K_ξ

Скорость	Вид дороги		
	асфальтобетон	мостовая	грунтовая
$3 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$	$T_1 = 0,75 \text{ с}$ $T_2 = 0,646 \text{ с}$ $K_\xi = 0,246$	$T_1 = 0,498 \text{ с}$ $T_2 = 0,158 \text{ с}$ $K_\xi = 0,204$	$T_1 = 0,313 \text{ с}$ $T_2 = 0,198 \text{ с}$ $K_\xi = 0,168$
$6 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$	$T_1 = 0,375 \text{ с}$ $T_2 = 0,323 \text{ с}$ $K_\xi = 0,174 \text{ с}$	$T_1 = 0,249 \text{ с}$ $T_2 = 0,079 \text{ с}$ $K_\xi = 0,144$	$T_1 = 0,156 \text{ с}$ $T_2 = 0,099 \text{ с}$ $K_\xi = 0,119$
$9 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$	$T_1 = 0,25 \text{ с}$ $T_2 = 0,215 \text{ с}$ $K_\xi = 0,142$	$T_1 = 0,166 \text{ с}$ $T_2 = 0,053 \text{ с}$ $K_\xi = 0,118$	$T_1 = 0,104 \text{ с}$ $T_2 = 0,066 \text{ с}$ $K_\xi = 0,097$

4. Имитационное моделирование внешних возмущений. С учетом формулы (6) дифференциальное уравнение формирующего динамического звена записывается в виде

$$T_1^2 \ddot{h}(t) + T_2 \dot{h}(t) + h(t) = K_\xi \xi(t), \quad (16)$$

а дифференциальные уравнения возмущенного движения подрессоренной части корпуса танка имеют вид [5]:

$$\begin{aligned} \frac{G_n}{g} \ddot{z}_k(t) + 2q\delta \ddot{z}_k(t) + 2rcz_k(t) + \delta \sum_{j=1}^{2q} l_j \dot{\phi}_k(t) + c \sum_{i=1}^{2r} l_i \phi_k(t) = \\ = c \sum_{i=1}^{2r} h\left(t + \frac{l_i}{v}\right) + \delta \sum_{j=1}^{2q} \dot{h}\left(t + \frac{l_j}{v}\right); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} J_y \ddot{\phi}_k(t) + \delta \sum_{j=1}^{2q} l_j^2 \dot{\phi}_k(t) + c \sum_{i=1}^{2r} l_i^2 \phi_k(t) + \delta \sum_{j=1}^{2q} l_j \dot{z}_k(t) + c \sum_{i=1}^{2r} l_i z_k(t) = \\ = c \sum_{i=1}^{2r} l_i h\left(t + \frac{l_i}{v}\right) + \delta \sum_{j=1}^{2q} l_j \dot{h}\left(t + \frac{l_j}{v}\right); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} J_x \ddot{\vartheta}_k(t) + \frac{q\delta B^2}{2} \dot{\vartheta}_k(t) + \frac{rcB^2}{2} \vartheta_k(t) + q\delta B \dot{z}_k(t) + rcBz_k(t) = \\ = \frac{cB}{2} \sum_{i=1}^{2r} h_i\left(t + \frac{l_i}{v}\right) + \frac{\delta B}{2} \sum_{j=1}^{2q} \dot{h}\left(t + \frac{l_j}{v}\right), \end{aligned} \quad (19)$$

где G_{Π} – вес подрессоренной части корпуса танка; J_y – момент инерции подрессоренной части корпуса танка относительно собственной поперечной оси; q – число амортизаторов ходовой части по одному борту; r – число торсионов ходовой части по одному борту; δ – среднее значение коэффициента демпфирования амортизатора; c – коэффициент жесткости торсиона; l_i – расстояние по горизонтали от центра тяжести подрессоренной части корпуса танка до точки крепления i -того балансира; l_j – расстояние по горизонтали от центра тяжести подрессоренной части корпуса танка до точки крепления j -того амортизатора; B – ширина колеи танка; $h_i(t)$ – высота неровностей грунта под i -тым опорным катком.

Внешние возмущения, действующие на танковую пушку при движении танка по случайному микропрофилю дороги, определяются формулами [1]:

$$M_T(t) = m_c \operatorname{sign} \dot{\phi}_6(t) + \mu \dot{\phi}_6(t); \quad (20)$$

$$F_z(x, t) = m(x) [\ddot{z}_k(t) - g], \quad (21)$$

где m_c – момент «сухого» трения в оси цапф; μ – коэффициент жидкостного трения в оси цапф; $\dot{\phi}_6(t)$ – составляющая угловой скорости поворота башни относительно ее поперечной оси, обусловленная колебаниями подрессоренной части корпуса танка, причем

$$\dot{\phi}_6(t) = \dot{\phi}_k(t) \cos \alpha(t) + \dot{\alpha}(t) \sin \alpha(t), \quad (22)$$

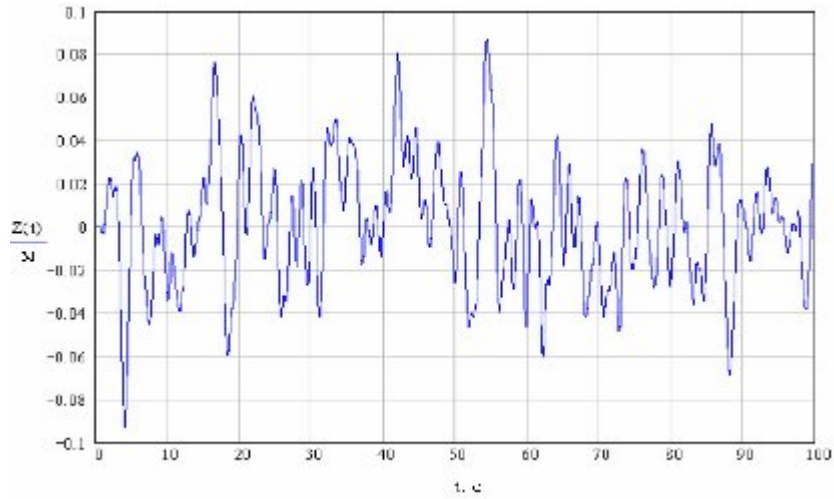
где $\alpha(t)$ – текущий угол поворота продольной оси башни относительно продольной оси подрессоренной части корпуса; $m(x)$ – погонная масса ствола танковой пушки.

Таким образом, дифференциальные уравнения (16)–(19) вместе с соотношениями (20), (21) и (22) образуют имитационную модель возмущений, действующих на танковую пушку.

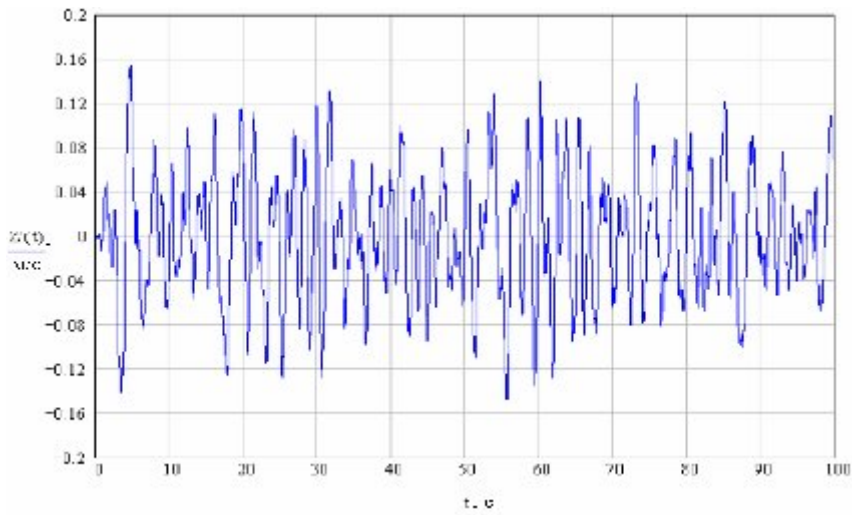
Для украинского танка Т-80УД параметры разработанной имитационной модели составляют:

- вес подрессоренной части корпуса $G_{\Pi} = 42 \cdot 10^4$ Н;
- моменты инерции подрессоренной части корпуса соответственно относительно поперечной и продольной осей: $J_y = 16 \cdot 10^4$ Н·м·с²; $J_x = 10,4 \cdot 10^4$ Н·м·с²;
- коэффициент жесткости торсиона $c = 200000$ Н·м⁻¹;
- среднее значение коэффициента демпфирования амортизатора $\delta = 103836$ Н·м⁻¹·с;
- число амортизаторов по одному борту $q = 3$;
- число торсионов по одному борту $r = 6$;
- расстояния по горизонтали от центра тяжести подрессоренной части корпуса танка до осей торсионов: $l_1 = 2,23$ м; $l_2 = 1,485$ м; $l_3 = 1,485$; $l_4 = 0,62$ м; $l_4 = -0,1$ м; $l_5 = -0,98$ м; $l_6 = -1,485$ м;
- расстояния по горизонтали от центра тяжести подрессоренной части корпуса танка до точек крепления амортизаторов: $l_1 = 2,273$ м; $l_2 = 1,575$ м; $l_3 = -1,755$ м.

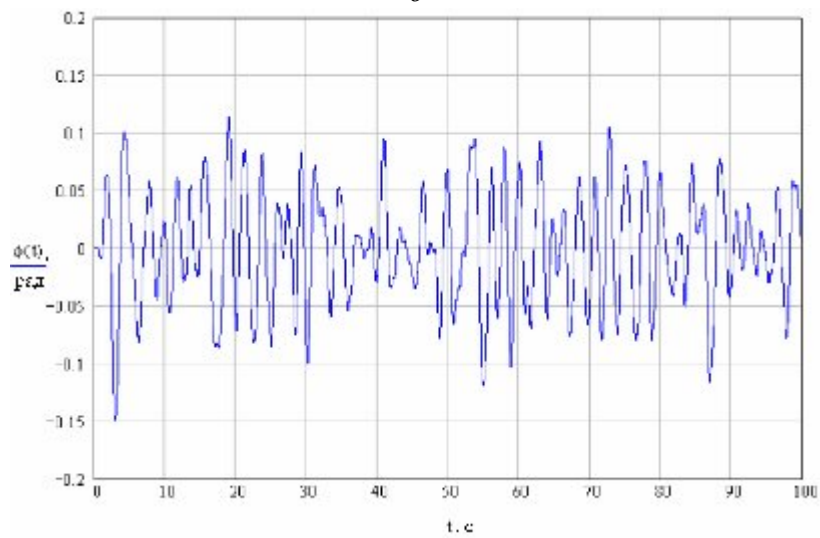
На рис. 2 приведенные случайные процессы $z_k(t)$, $\dot{z}_k(t)$, $\varphi_k(t)$, $\dot{\varphi}_k(t)$, полученные интегрированием системы дифференциальных уравнений (16)–(19) при подаче на вход системы единичного «белого шума» $\xi(t)$. При этом предполагается, что танк движется со скоростью $v = 6 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ по грунтовой дороге.



a



б



в

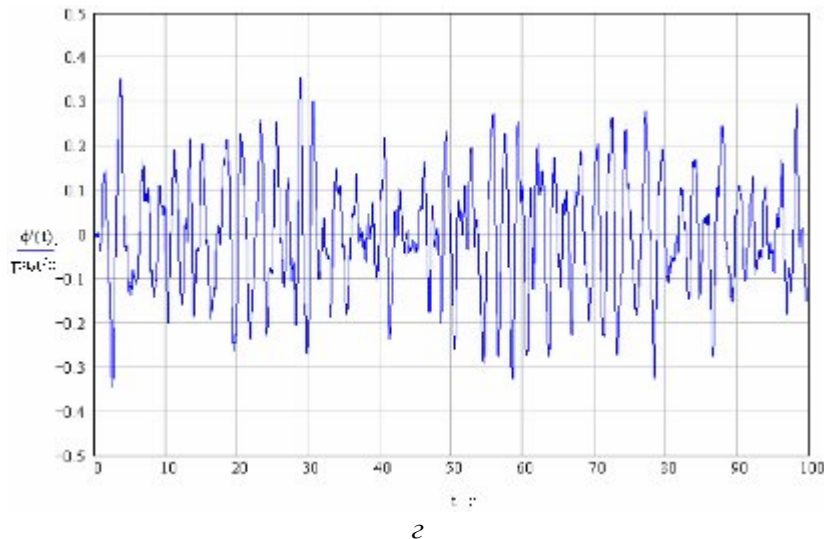


Рис. 2. Случайные процессы колебаний подрессоренной части танка:

$$a - z_k(t); \quad b - \dot{z}_k(t); \quad \text{в} - \varphi_k(t); \quad z - \dot{\varphi}_k(t)$$

Выводы:

1. Случайный микропрофиль поверхности движения танка может быть промоделирован с помощью колебательного динамического звена, на вход которого подан единственный «белый шум», а на выходе имеет место случайный процесс с заданными статистическими характеристиками.

2. Получены зависимости, связывающие значения коэффициента усиления и постоянных времени колебательного формирующего динамического звена с характеристиками кривой спектральной плотности случайного микропрофиля дороги.

Литература: 1. Аблесімов О. К., Александрова І. Є. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Том 3. Автоматичне керування озброєнням танків. – Харків: НТУ «ХПІ», 2008. – 444 с. 2. Говорущенко Н. Я., Туренко А. Н. Системотехніка транспорту. – Харків: ХГАДТУ, 1998. – 255 с. 3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с. 4. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применений к задачам автоматического управления. – М.: Физматгиз, 1962. – 883 с. 5. Балдин В. А. Теория и конструкция танков. – М.: АБТВ, 1972. – 782 с.

Bibliography (transliterated): 1. Ablesimov O. K., Aleksandrova I. E. Avtomatichne keruvannja ruhomimi ob'ektami i tehnologichnimi procesami. Tom 3. Avtomatichne keruvannja ozbroennjam ta-nkiv. – Harkiv: NTU «HPI», 2008. – 444 s. 2. Govoruwenko N. Ja., Turenko A. N. Siste-motehnika transportu. – Harkiv: HGADTU, 1998. – 255 s. 3. Ventcel' E. S. Teorija vero-jatnostej. – M.: Nauka, 1969. – 576 s. 4. Pugachev V. S. Teorija sluchajnyh funkcij i ee primenenij k zadacham avtomaticheskogo upravlenija. – M.: Fizmatgiz, 1962. – 883 s. 5. Baldin V. A. Teorija i konstrukcija tankov. – M.: ABTV, 1972. – 782 s.

Александрова Т. Є., Александрова І. Є., Біляєв С. М.

**ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ,
ЩО ДІЮТЬ НА ТАНКОВУ ГАРМАТУ**

Наведено методику формування випадкових зовнішніх збурень, що діють на танкову гармату при русі танка по нерівностям.

Aleksandrova T. E., Aleksandrova I. E., Belyaev S. N.

SIMULATION OF EXTERNAL PERTURBATIONS ACTING ON THE TANK GUN

The technique of modeling of external perturbations acting on the tank gun when driving on uneven road surfaces is presented.