УПРАВЛІННЯ В ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 519.81:681.51

Александрова Т.Е., канд. техн. наук; Истомин А.Е., канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТВОЛА УПРУГОЙ ТАНКОВОЙ ПУШКИ

Постановка задачи. Основным вооружения танка является танковая пушка калибра 120 мм (стандарт НАТО) или 125 мм (стандарт Украины и России). Длина ствола пушек современных танков составляет 40-55 калибров, что соответствует 5-6 м. толщина стенки ствола достигает 0,023-0,025 м. Анализ приведенных размеров стволов танковых пушек позволяет сделать вывод, что ствол представляет собой толстостенный цилиндр с наружным диаметром 0,165-0,172 м с длиной более 5 м. Такой цилиндр имеет значительный статический прогиб, а в процессе движения танка совершает упругие колебания, что существенным образом влияет на точность стрельбы с ходу. Впервые необходимость учета упругих колебаний ствола танковой пушки в процессе синтеза стабилизатора обосновал В.К. Кутузов в статье [1]. Математическая модель возмущенного движения замкнутой системы стабилизации танковой пушки с учетом упругих свойств ствола представлена в работе [2]. В данной работе на примере танковой пушки 2А46 танка Т-72 обоснована структура математической модели упругих колебаний ствола и произведен расчет параметров этой модели.

Математическая модель свободных упругих колебаний ствола.

Будем рассматривать танковую пушку как совокупность твердого тела (казенной части) и упругого элемента (ствола). Введем в рассмотрение следующие системы координат: $ox_0 y_0 z_0$ – инерциальная система координат с центром в оси вращения пушки или башни; $ox_1 y_1 z_1$ – связанная с твердым телом система координат с центром в той же точке (рис. 1). Через $\varphi(t)$ обозначен текущий угол рассогласования связанной системы координат относительно инерциальной.

Рис. 1. Системы координат

Ось ox_0 совпадает с направлением на цель, а ось ox_1 направлена вдоль оси недеформированного ствола. Расстояние or равняется длине отрезка от оси поворота пушки или башни до места заделки деформируемого ствола. Расстояние ol равняется длине отрезка от оси поворота до дульного среза пушки. Длина деформируемого ствола составляет $l-r$.

Обозначим через x текущее расстояние от оси поворота пушки до произвольной точки деформируемого ствола. Тогда функция $y(x,t)$ представляет собой текущее отклонение этой точки от оси ox_1.

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергии танковой пушки:

$$K = \frac{1}{2}\left\{ \mathrm{I}_0 \left[\frac{d\varphi(t)}{dt} \right]^2 + \int_r^l m(x) v^2(x,t) dx \right\}; \qquad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_r^l \mathrm{EI}(x) \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right]^2 dx, \qquad (2)$$

где I_0 – момент инерции танковой пушки как твердого тела относительно оси поворота; $m(x)$ – погонная масса ствола; $\mathrm{EI}(x)$ – изгибная жесткость ствола; $v(x,t)$ – абсолютная скорость движения произвольной точки ствола, причем

$$v(x,t) = (r+x)\frac{d\varphi(t)}{dt} - \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}. \qquad (3)$$

В соответствии с принципом Остроградского-Гамильтона [3] рассмотрим кинетический потенциал L, представляющий собой разность кинетической (1) и потенциальной (2) энергий

$$\mathrm{L} = \mathrm{K}\text{-}\Pi, \qquad (4)$$

а также введем в рассмотрение величину S, которая называется действием по Гамильтону на отрезке времени (O,T) и определяется формулой

$$S = \int_O^T L dt$$

С учетом формул (1)-(4) вычислим вариацию величины (5) с учетом краевых условий

$$y(x,t)\big|_{x=r} = 0; \qquad \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=r} = 0;$$

$$\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\Big|_{x=l} = 0; \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left[\mathrm{EI}(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right]_{x=l} = 0 \qquad (6)$$

и приравняем эту вариацию нулю

$$\delta S = 0. \qquad (7)$$

Первые два условия (6) представляют собой условия жесткой заделки упругого ствола в казенной части пушки, а два последних условия (6) определяют отсутствие изгибных моментов и перерезывающих сил на дульном срезе ствола.

В результате из соотношения (7) получаем дифференциальные уравнения свободных колебания ствола упругой танковой пушки

$$\mathrm{I}_{\Pi}\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}-\int_r^l m_1(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}dx=0; \tag{8}$$

$$m_1(x)\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}+m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}=-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}, \tag{9}$$

где величины I_{Π} и $m_1(x)$ определяются формулами

$$\mathrm{I}_{\Pi}=\mathrm{I}_0+\int_r^l m(x)(r+x)^2dx;$$
$$m_1(x)=m(x)(r+x).$$

Через ζ обозначим коэффициент внутреннего демпфирования материала ствола. Тогда математическая модель свободных упругих колебаний ствола танковой пушки приобретает вид:

$$\mathrm{I}_{\Pi}\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}-\int_r^l m_1(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}dx=0; \tag{10}$$

$$\begin{gathered}m_1(x)\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}+m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{dt^2}+\frac{\partial^2}{\partial_0 x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial_0 x^2}+\\+\zeta\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2\partial t}=0.\end{gathered} \tag{11}$$

Математическая модель вынужденных упругих колебаний ствола.

Продольно-угловые колебания подрессоренной части корпуса танка вследствие силы трения $M_T(t)$, что имеет место в оси цапф танковой пушки, вызывают отклонения оси канала ствола пушки относительно направления на цель. Эти отклонения компенсируются стабилизирующим моментом $M_C(t)$. Кроме того, ствол танковой пушки действует распределенная по длине ствола сила $F_z(x,t)$, обусловленная вертикальными колебаниями подрессоренной части корпуса танка. С учетом этих возмущений математическая модель вынужденных упругих колебаний ствола танковой пушки в канале вертикального наведения принимает следующий вид:

$$\mathrm{I}_n\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}-\int_r^l m_1(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}dx=M_C(t)+M_T(t); \tag{12}$$

$$\begin{gathered}m_1(x)\frac{\partial^2\varphi(t)}{\partial t^2}+m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+\\+\zeta\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2\partial t}=F_z(x,t).\end{gathered} \tag{13}$$

Момент трения в оси цапф танковой пушки определяется следующим образом

$$M_T(t) = m_C sign[\dot{\varphi}_б(t) - \dot{\varphi}(t)] + \mu[\dot{\varphi}_б(t) - \dot{\varphi}(t)], \tag{14}$$

где m_C – момент «сухого» трения в оси цапф; $\dot{\varphi}_б(t)$ – составляющая угловой скорости поворота башни танка относительно ее поперечной оси (рис. 2), обусловленная колебаниями подрессоренной части танка; μ – постоянный коэффициент «жидкостного» трения в оси цапф танковой пушки.

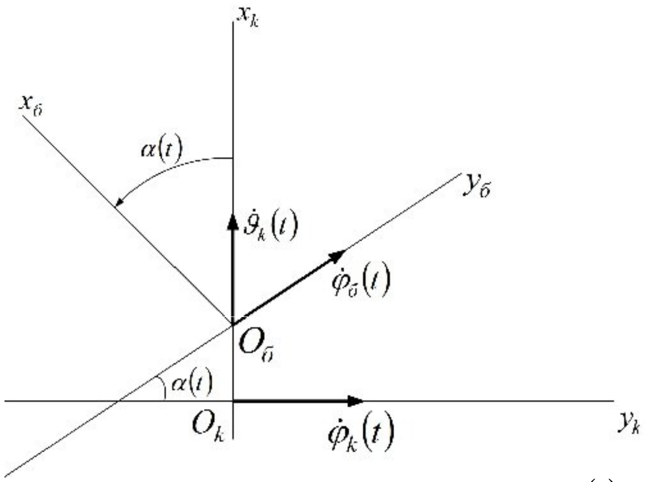

Рис. 2. К определению величины $\dot{\varphi}_б(t)$

На рис. 2 система координат $o_K x_K y_K$ связана с подрессоренной частью корпуса танка, а система координат $o_\delta x_\delta y_\delta$ – с закрепленной на подрессоренной части корпуса башней.

Распределенная по длине ствола сила $F_z(x,t)$ определяется формулой

$$F_z(x,t) = m(x)[\ddot{z}_K(t) - g], \tag{15}$$

где $\ddot{z}_K(t)$ – линейное уравнение подрессоренной части корпуса танка относительно его вертикальной оси; g – ускорение силы тяжести.

Функции времени $z_K(t)$ и $\dot{\varphi}_б(t)$ определяются системой неоднородных дифференциальных уравнений четвертого порядка [4, 5]:

$$\begin{gathered}\frac{G_n}{g}\ddot{Z}_K(t) + 2q\delta\dot{Z}_K(t) + 2rcZ_K(t) + \delta\sum_{j=1}^{2q} l_i\dot{\varphi}_K(t) + \\ + c\sum_{i=1}^{2r} l_i\varphi_K = c\sum_{i=1}^{2r} h_i(t) + \delta\sum_{j=1}^{2q}\dot{h}_i(t);\end{gathered} \tag{16}$$

$$\begin{gathered}\mathrm{I}_y\ddot{\varphi}_K(t) + \delta\sum_{j=1}^{2q} l_j^2\dot{\varphi}_K(t) + c\sum_{i=1}^{2r} l_i^2\varphi_K(t) + \delta\sum_{j=1}^{2q} l_j\dot{Z}_K(t) + \\ + c\sum_{i=1}^{2r} l_i Z_K(t) = c\sum_{i=1}^{2r} l_i h_i(t) + \delta\sum_{j=1}^{2q} l_j\dot{h}_j(t);\end{gathered} \tag{17}$$

$$
\begin{gathered}
\mathrm{I}_x \ddot{\vartheta}_K(t) + \frac{q\delta B^2}{2}\dot{\vartheta}_K(t) + \frac{rCB^2}{2}\vartheta_K(t) + q\delta B\dot{Z}_K(t) + \\
+ rCBZ_K(t) = \frac{CB}{2}\sum_{i=1}^{2r} h_i(t) + \frac{\delta B}{2}\sum_{j=1}^{2q}\dot{h}_i(t);
\end{gathered} \tag{18}
$$

$$
\dot{\varphi}_\delta(t) = \dot{\varphi}_K(t)\cos\alpha(t) + \dot{\vartheta}_K(t)\sin\alpha(t), \tag{19}
$$

где $z_K(t)$, $\varphi_K(t)$, $\vartheta_K(t)$ - обобщенные координаты колебаний подрессоренной части корпуса танка; G_n – вес подрессоренной части корпуса танка; I_y – момент инерции подрессоренной части корпуса танка относительно собственной поперечной оси; q - число амортизаторов ходовой части по одному борту; r – число торсионов ходовой части по одному борту; δ – среднее значение коэффициента демпфирования амортизатора; c – коэффициент жесткости торсиона; l_i – расстояние по горизонтали от центра тяжести подрессоренной части корпуса танка до точки крепления i-того балансира; l_j – расстояние по горизонтали от центра тяжести подрессоренной части корпуса танка до точки крепления j-того амортизатора; B – ширина колен танка; $\alpha(t)$ – текущий угол поворота продольной оси башни относительно продольной оси подрессоренной части корпуса танка; $h_i(t)$ – высота неровности грунта под i-ым опорным катком.

Функции $h_i(t)$ связаны с высотой неровности под центром тяжести подрессоренной части корпуса танка $h(t)$ соотношениями

$$
h_i(t) = h\left(t + \frac{l_i}{v}\right);\ (i = 1, r), \tag{20}
$$

где v – скорость движения танка.

Выводы.

1. Упругая танковая пушка представляет собой дискретно-континуальную динамическую систему, свободное движение которой описывается совокупностью обыкновенного дифференциального уравнения (10) и дифференциального уравнения в частных производных (11).
2. Источником внешних возмущений, действующих на танковую пушку, являются неровности дороги, воздействующие через ходовую часть танка на его подрессоренную часть с закрепленной на ней пушкой. При этом математическая модель возмущенного движения танковой пушки представляет собой совокупность обыкновенных дифференциальных уравнений (12), (16), (17), (18), дифференциального уравнения в частных производных (13) и соотношений (14), (15), (19) и (20).

Литература: *1. Кутузов В.К. Динамика танковой пушки как объекта регулирования // Вестник бронетанковой техники. – 1979. – №4. – С. 14-15; 2. Аблесімов О.К. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Т.3. Автоматичне керування озброєнням танків / О.К. Аблесімов, Є.Є. Александров, І.Є. Александрова. – Харків: НТУ «ХПІ», 2008. – 144 с.; 3. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961 г. – 824 с.; 4. Балдин В.А. Теория и конструкция танков. – М.: АБТВ, 1972 г. – 782 с.; 5. Буров С.С. Конструкция и расчет танков. – М.: АБТВ, 1973 г. – 602 с.*

Bibliography (transliterated): *1. Kutuzov V.K. Dinamika tankovoj pushki kak ob#ekta regulirovanija // Vestnik bronetankovoj tehniki. – 1979. – №4. – S. 14-15; 2. Ablesimov O.K. Avtomatichne keruvannja ruhomimi ob'єktami i tehnologichnimi procesami. T.3. Avtomatichne keruvannja ozbroєnnjam tankiv / O.K. Ablesimov, Є.Є. Aleksandrov, I.Є. Aleksandrova. – Harkiv: NTU «HPI», 2008. – 144 s.; 3. Lur'e A.I. Analiticheskaja mehanika. – M.: Fizmatgiz, 1961 g. – 824 s.; 4. Baldin V.A. Teorija i konstrukcija tankov. – M.: ABTV, 1972 g. – 782 s.; 5. Burov S.S. Konstrukcija i raschet tankov. – M.: ABTV, 1973 g. – 602 s.*

Александрова Т.Є., Істомін О.Є.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ СТВОЛУ ПРУЖНОЇ ТАНКОВОЇ ГАРМАТИ

Розглянуто питання щодо побудови математичної моделі вільних та вимушених коливань пружного стволу танкової гармати.

Alexandrova T.E., Istomin A.E.

MATHEMATICAL MODELLING OF OSCILLATIONS AN ELASTIC TANK GUN BARREL

Constructing a mathematical model of free and forced oscillations of an elastic barrel tank gun is considered.

УДК 519.81:681.51

Александрова Т.Е., канд. техн. наук; Истомин А.Е., канд. техн. наук

УПРУГАЯ ТАНКОВАЯ ПУШКА КАК СТАБИЛИЗИРУЕМЫЙ ОБЪЕКТ

Постановка задачи. В работе [1] получена математическая модель вынужденных колебаний упругого ствола танковой пушки в виде дифференциального уравнения в частных производных:

$$\begin{aligned} & m_1(x)\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + \\ & + \zeta\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} = F_z(x,t), \end{aligned} \qquad (1)$$

где $y(x,t)$ - текущее отклонение производной точки упругой части ствола танковой пушки от недеформированной оси канала ствола; $\varphi(t)$ - угол поворота казенной части пушки от направления на цель в процессе стабилизированного движения; $m(x)$ - погонная масса упругой части ствола; $\mathrm{EI}(x)$ - изгибая жесткость упругой части ствола; ζ – коэффициент внутреннего демпфирования материала ствола; $F_z(x,t)$ - распределенная по длине упругой части ствола инерционная сила, обусловленная вертикальными колебаниями подрессоренной части корпуса танка, определяемая соотношением (1)

$$F_z(x,t) = m(x)\left[\ddot{z}_k(t) - g\right],$$

где $\ddot{z}_k(t)$ – ускорение подрессоренной части корпуса танка относительно вертикальной оси.