Bibliography (transliterated): *1. Kutuzov V.K. Dinamika tankovoj pushki kak ob#ekta regulirovanija // Vestnik bronetankovoj tehniki. – 1979. – №4. – S. 14-15; 2. Ablesimov O.K. Avtomatichne keruvannja ruhomimi ob'єktami i tehnologichnimi procesami. T.3. Avtomatichne keruvannja ozbroєnnjam tankiv / O.K. Ablesimov, Є.Є. Aleksandrov, I.Є. Aleksandrova. – Harkiv: NTU «HPI», 2008. – 144 s.; 3. Lur'e A.I. Analiticheskaja mehanika. – M.: Fizmatgiz, 1961 g. – 824 s.; 4. Baldin V.A. Teorija i konstrukcija tankov. – M.: ABTV, 1972 g. – 782 s.; 5. Burov S.S. Konstrukcija i raschet tankov. – M.: ABTV, 1973 g. – 602 s.*

Александрова Т.Є., Істомін О.Є.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ СТВОЛУ ПРУЖНОЇ ТАНКОВОЇ ГАРМАТИ

Розглянуто питання щодо побудови математичної моделі вільних та вимушених коливань пружного стволу танкової гармати.

Alexandrova T.E., Istomin A.E.

MATHEMATICAL MODELLING OF OSCILLATIONS AN ELASTIC TANK GUN BARREL

Constructing a mathematical model of free and forced oscillations of an elastic barrel tank gun is considered.

УДК 519.81:681.51

Александрова Т.Е., канд. техн. наук; Истомин А.Е., канд. техн. наук

УПРУГАЯ ТАНКОВАЯ ПУШКА КАК СТАБИЛИЗИРУЕМЫЙ ОБЪЕКТ

Постановка задачи. В работе [1] получена математическая модель вынужденных колебаний упругого ствола танковой пушки в виде дифференциального уравнения в частных производных:

$$m_1(x)\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + \\ + \zeta\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} = F_z(x,t), \tag{1}$$

где $y(x,t)$ - текущее отклонение производной точки упругой части ствола танковой пушки от недеформированной оси канала ствола; $\varphi(t)$ - угол поворота казенной части пушки от направления на цель в процессе стабилизированного движения; $m(x)$ - погонная масса упругой части ствола; $\mathrm{EI}(x)$ - изгибая жесткость упругой части ствола; ζ – коэффициент внутреннего демпфирования материала ствола; $F_z(x,t)$ - распределенная по длине упругой части ствола инерционная сила, обусловленная вертикальными колебаниями подрессоренной части корпуса танка, определяемая соотношением (1)

$$F_z(x,t) = m(x)\left[\ddot{z}_k(t) - g\right],$$

где $\ddot{z}_k(t)$ – ускорение подрессоренной части корпуса танка относительно вертикальной оси.

Функция $m_1(x)$ определяется формулой

$$m_1(x) = m(x)(r - x),$$

где r – расстояние от оси цапф танковой пушки до места заделки ствола (рис. 1).

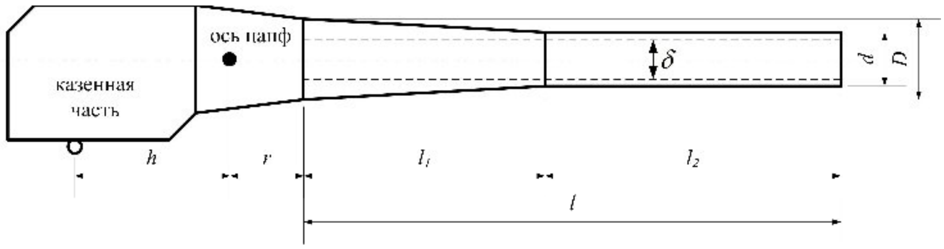

Рис. 1. Танковая пушка:
h – плечо приложения стабилизирующего усилия; r – расстояние от оси поворота до места заделки упругой части ствола; l – длинна упругой части ствола; l_1 – длина конической части ствола; l_2 – длина цилиндрической части ствола; d – диаметр цилиндрической части ствола; D – диаметр основания конической части ствола; δ – калибр.

В уравнении (1) распределенная по длине ствола функция $F_z(x,t)$ является внешним возмущением, а первое слагаемое левой части является параметрическим возмущением. Предположим, что в процессе движения танка пушка застопорена и значение угла $\varphi(t)$ постоянно. Тогда параметрическое возмущение, действующее на ствол со стороны казенной части отсутствует, а математическая модель упругой пушки примет вид

$$\begin{gathered} m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + \\ + \zeta\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} = F_z(x,t). \end{gathered} \tag{2}$$

В соответствии с работами [2,3] функцию $y(x,t)$ представим в виде

$$y(x,t) = \sum_{i=0}^{n} \gamma_i(x) T_i(t), \tag{3}$$

где n – число учитываемых форм упругих колебаний ствола.

Подставим (3) в (2)

$$\begin{gathered} m(x)\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \ddot{T}_i(t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\sum_{i=1}^{n} \ddot{\gamma}_i T_i(t) + \\ + \zeta\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\sum_{i=1}^{n} \ddot{\gamma}_i \dot{T}_i(t) = F_z(x,t). \end{gathered} \tag{4}$$

Обе части уравнения (4) умножим на $\gamma_i(x), \left(i = \overline{1,n}\right)$ и проинтегрируем в пределах от r до l

$$\sum_{i=1}^{n}\ddot{T}_i(t)\int_{r}^{r+l}m(x)\gamma_i(x)\gamma_j(x)dx+\sum_{i=1}^{n}T_i(t)\int_{r}^{r+l}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\ddot{\gamma}_i(x)\gamma_j(x)dx+$$
$$+\zeta\sum_{i=1}^{n}\dot{T}_i(t)\int_{r}^{r+l}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\ddot{\gamma}_i(x)\gamma_j(x)dx=f_{iz}(t)= \tag{5}$$
$$=\int_{r}^{r+l}m(x)[\ddot{z}_k(t)-g]\gamma_j(x)dx,\left(i=\overline{1,n}\right).$$

Интегралы, входящие в соотношение (5), с учетом условия ортогональности собственных форм [2], представим в виде

$$\int_{r}^{r+l}m(x)\gamma_i(x)\gamma_j(x)dx=\int_{r}^{r+l_1}m(x)\gamma_i(x)\gamma_j(x)dx+$$
$$+\int_{r}^{r+l_1}m_0\gamma_i(x)\gamma_j(x)dx=\begin{cases}0, & при\ i\neq j;\\ c_j, & при\ i=j;\end{cases}$$
$$\int_{r}^{r+l}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\ddot{\gamma}_i(x)\gamma_j(x)dx=\int_{r}^{r+l_1}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{EI}(x)\ddot{\gamma}_i(x)\gamma_j(x)dx+$$
$$+\int_{r}^{r+l_1}\mathrm{EI}_0\gamma_i^{\mathrm{IV}}(x)\gamma_j(x)dx=\begin{cases}0, & при\ i\neq j;\\ b_j, & при\ i=j;\end{cases}$$

где m_0,EI_0 - погонная масса и изгибая жесткость цилиндрической части ствола.

Тогда функции $m(x)$ и $\mathrm{I}(x)$ на отрезке $(r,r+l_1)$ могут быть представлены в виде

$$m(x)=m(r)-\frac{m(r)-m_0}{l_1}(x-r);$$
$$\mathrm{I}(x)=\mathrm{I}(r)-\frac{\mathrm{I}(r)-\mathrm{I}_0}{l_1}(x-r).$$

При расчете коэффициентов c_j и b_j функции $f_{jz}(t)$ полагают [3]

$$\gamma_j(x)=\sin\frac{j\pi}{2l}x;\left(j=\overline{1,n}\right). \tag{6}$$

С учетом принятых обозначений уравнения (5) принимают следующий вид

$$c_i\ddot{T}_i(t)+\gamma b_i\dot{T}_i(t)+b_iT_i(t)=f_{iz}(t),\left(i=\overline{1,n}\right). \tag{7}$$

Целью настоящей работы является оценка динамических свойств упругой танковой пушки как объекта стабилизации. Актуальность этой задачи определяется тем, что в результате ее решения можно оценить необходимое количество тонов упругих колебаний ствола, которое необходимо учитывать в математической модели возмущенного движения танковой пушки.

Оценка динамических свойств упругой танковой пушки. Правые части обыкновенных дифференциальных уравнений (7) могут быть представлены в виде

$$f_{iz}(t) = \int_{r}^{r+l} m(x)[\ddot{z}_k(t) - g]\gamma_i(x)dx =$$

$$= \int_{r}^{r+l} m(x)\ddot{z}_k(t)\gamma_i(x)dx - \int_{r}^{r+l} m(x)g\gamma_i(x)dx =$$

$$= \ddot{z}_k(t)\left[\int_{r}^{r+l_1} m(x)\gamma_i(x)dx + \int_{r+l_1}^{r+l} m_0\gamma_i(x)dx\right] -$$

$$- g\left[\int_{r}^{r+l_1} m(x)\gamma_i(x)dx + \int_{r+l_1}^{r+l} m_0\gamma_i(x)dx\right].$$

Введем обозначение

$$k_i = \int_{r}^{r+l_1} m(x)\gamma_i(x)dx - \int_{r+l_1}^{r+l} m_0\gamma_i(x)dx, \left(i = \overline{1,n}\right).$$

Тогда дифференциальные уравнения (7) принимают вид

$$c_i\ddot{T}_i(t) + \gamma b_i\dot{T}_i(t) + b_iT_i(t) = k_i[\ddot{z}_k(t) - g], \left(i = \overline{1,n}\right). \qquad (8)$$

Обозначим

$$T_i(t) = T_{i0} + \Delta T_i(t) \qquad (9)$$

и подставим соотношение (9) в уравнение (8)

$$c_i\Delta\ddot{T}_i(t) + \gamma b_i\Delta\dot{T}_i(t) + b_iT_{i0} + b_i\Delta T_i(t) = k_i[\ddot{z}_k(t) - g]. \qquad (10)$$

Уравнение (10) разбивается на два уравнения относительно величин T_{i0} и $\Delta T_i(t)$:

$$b_iT_{i0} = -k_ig; \qquad (11)$$

$$c_i\Delta\ddot{T}_i(t) + \gamma b_i\Delta\dot{T}_i(t) + b_i\Delta T_i(t) = k_i\ddot{z}_k(t). \qquad (12)$$

С учетом соотношений (3), (6) и (11) получаем формулу для расчета статического прогиба ствола

$$y(x) = -g\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i}{b_i}\sin\frac{i\pi}{2l}x. \qquad (13)$$

Статический прогиб ствола в районе дульного среза может быть определен при подстановке в формулу (13) $x = l$.

$$y(x) = -g\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i}{b_i}\sin i\frac{\pi}{2}. \qquad (14)$$

Обе части дифференциального уравнения (12) разделим на коэффициент b_i

$$\frac{c_i}{b_i}\Delta\ddot{T}_i(t)+\gamma\Delta\dot{T}_i(t)+\Delta T_i(t)=\frac{k_i}{b_i}\ddot{z}_k(t),\left(i=\overline{1,n}\right). \tag{15}$$

Собственная частота i -того тона упругих колебаний составляет

$$\omega_i=\sqrt{\frac{b_i}{c_i}}. \tag{16}$$

А амплитуда резонансного пика амплитудно-частотной характеристики в районе собственной частоты i -того тона оценивается формулой

$$A_i=\frac{k_i\sqrt{c_i}}{\zeta b_i\sqrt{b_i}}. \tag{17}$$

Пусть параметры ствола танковой пушки составляют:

$$\delta=0.125\text{м};\ d=0.172\text{м};\ D=0.252\text{м};\ r=0.25\text{м};$$
$$l_1=2.18\text{м};\ l_2=2.4\text{м};\ l=4.58\text{м};\ E=2.1\cdot10^{11}H\cdot\text{м}^{-2};$$
$$\zeta=0.021\ c;\ m_0=857.1\ H\cdot c^2\cdot\text{м}^{-2};\ \mathrm{I}_0=0.318\cdot10^{-4}\text{м}^4;$$
$$m(r)=2913.1\ H\cdot c^2\cdot\text{м}^{-2};\ \mathrm{I}(r)=1.843\cdot10^{-4}\text{м}^4.$$

Тогда значения величин k_i, b_i и c_i для первых трех тонов упругих колебаний ствола приведены в таблице 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов дифференциальных уравнений (8)

№ тона	$k_i, H\cdot c^2\cdot\text{м}^{-1}$	$b_i, H\cdot\text{м}^{-1}$	$c_i, H\cdot c^2\cdot\text{м}^{-1}$
1	2464	$2.213\cdot10^5$	$2.152\cdot10^3$
2	2438	$3.194\cdot10^6$	$1.941\cdot10^3$
3	771	$1.786\cdot10^7$	$2.144\cdot10^3$

А значения собственных частот тонов упругих колебаний ствола и амплитуд резонансных пиков амплитудно-частотной характеристики ствола приведены в таблице 2.

Анализ таблицы 2 позволяет сделать вывод, что отношения амплитуд упругих колебаний ствола танковой пушки первого и второго тонов составляет 58.36, а второго и третьего тонов составляет 39.82. Следовательно, в математической модели возмущенного движения танковой пушки необходимо учитывать лишь первый тон упругих колебаний ствола.

Используя формулу (14) оценим величину статического прогиба ствола танковой пушки в районе дульного среза

$$y(4.58)=-g\frac{k_1}{b_1}=-9.81\frac{2464}{2.213\cdot10^5}=-1.092\cdot10^{-1}\text{м}.$$

Таблица 2

Значения резонансных частот и амплитуд резонансных пиков АЧХ

№ тона	ω_i, c^{-1}	A_i, c^2
1	10.14	$52.29 \cdot 10^{-3}$
2	40.57	$0.896 \cdot 10^{-3}$
3	91.27	$0.0225 \cdot 10^{-3}$

Выводы:

1. Статический прогиб ствола танковой пушки на уровне дульного среза превышает 0.1 метра, следовательно, в процессе синтеза стабилизатора танковой пушки необходимо учитывать его упругие свойства.
2. Анализ динамических характеристик упругого ствола танковой пушки показывает, что в математической модели возмущенного движения ствола достаточно учитывать лишь первый тон упругих колебаний.

Литература: *1. Александрова Т.Е., Истомин А.Е. Математическое моделирование колебаний ствола упругой танковой пушки. Механіка та машинобудування.– Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №2. – С. 173-178. 2. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 559 с. 3. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.*

Bibliography (transliterated): *1. Aleksandrova T.E., Istomin A.E. Matematicheskoe modelirovanie kolebanij stvola uprugoj tankovoj pushki. Mehanika ta mashinobuduvannja.– Harkiv: NTU "HPI", 2011. – №2. – S. 173-178. 2. Babakov I.M. Teorija kolebanij. – M.: Nauka, 1965. – 559 s. 3. Biderman V.L. Teorija mehanicheskih kolebanij. – M.: Vysshaja shkola, 1980. – 408 s.*

Александрова Т.Є., Істомін О.Є.

ПРУЖНА ТАНКОВА ГАРМАТА ЯК ОБ'ЄКТ СТАБІЛІЗАЦІЇ

Розглянуто питання щодо оцінки динамічних властивостей пружного стволу танкової гармати як об'єкту стабілізації. Здійснено розрахунок коефіцієнтів диференціальних рівнянь коливань танкової гармати та значень резонансних частот і амплітуд резонансних піків амплітудно-частотної характеристики.

Alexandrova T.E., Istomin A.E.

ELASTIC TANK GUN AS AN OBJECT OF STABILIZATION

The dynamic characteristics of the elastic barrel tank gun as an object of stabilization is considered. The coefficients of differential equations and the values of resonant frequencies and amplitudes of resonance peaks of the amplitude-frequency characteristics is calculated.