

Kostenko Y.V., Tkachyk M.A., Grabovsky A.V., Tkachyk M.M.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE MODEL INFLUENCE FOR THE IMPACT  
INTERACTION FORCE DEFINITION OF THE DYNAMICAL PROCESSES  
CHARACTER IN VIBROIMPACT SYSTEMS

This paper describes the task about influence of the function, that describes impact interaction force, on the character of the dynamical processes in the vibroimpact systems. Phase diagram deformation, sybharmonic mode possibility, changing of the impact interaction duration were defined as outstanding characteristics. The examples of real vibroimpact systems investigations were presented.

---

УДК 621.7

*Львов Г.И., д-р техн. наук; Огороков В.А.*

### **ОПТИМАЛЬНОЕ АВТОФРЕТИРОВАНИЕ ТАНКОВОЙ ПУШКИ**

**Введение.** Постоянное улучшение защищенности танков и противотанковых средств, а также возрастание огневой мощи танков непременно влечет за собой повышение прочностных характеристик отдельных частей вооружения танка. Для придания снаряду большей начальной скорости при выстреле необходимо увеличивать давление от взрыва пороховых газов в канале ствола. Однако величина предельного давления ограничена прочностью материала пушки. Одним из способов повышения предельно допустимого давления является процедура автофретирования. Для этого ствол нагружают так, чтобы во внутренних слоях или по всей толщине возникли пластические деформации. После снятия нагрузки во внутренних стенках ствола появляются остаточные сжимающие напряжения, которые суммируются с противоположными по знаку напряжениями от внутреннего давления, и в результате дают меньшее значение действующих напряжений. Таким образом, значительно повышается допускаемое внутреннее давление. Автофретирование является альтернативой использования составных цилиндров, собранных с предварительным натягом.

Фундаментальными работами в области исследования автофретирования являются работы [1,2].

При разгрузке цилиндра может возникать такое явление как эффект Баушингера, который для одноосного напряженного состояния проявляется в снижении предела текучести на сжатие, предварительно пластически растянутого образца. В случае сложного напряженного состояния это может проявиться в появлении вторичных пластических деформаций при разгрузке, и как следствие ведет к уменьшению благоприятных остаточных напряжений. Поэтому при расчете процессов автофретирования необходимо использовать теории пластичности, позволяющие учесть эффект Баушингера. В статье рассматривается модель пластичности с комбинированным упрочнением. При использовании такой модели поверхность пластичности может равномерно расширяться и смещаться, что позволяет учесть эффект Баушингера. Вопрос о влиянии эффекта Баушингера на процесс автофретирования рассматривается в статьях [3,4].

Процедура автофретирования приводит к образованию значительных пластических деформаций, что может привести к разупрочнению материала вследствие появления в нем повреждений. На экспериментальных диаграммах деформирования это проявляется в снижении модуля упругости материала при разгрузке. Для моделирования таких явлений используется континуальная механика повреждаемости. Впервые в работах Работнова Ю.Н. [5] предложено связать повреждения материала и деградацию

свойств упругости с параметром повреждаемости, который определяется как отношение общей площади сечения материала к площади, эффективно сопротивляющейся нагрузке. В работе Леметра Д. [6] представлены кинетические законы развития для хрупкой повреждаемости, повреждаемости вследствие пластичности, ползучести, малоциклового и многоциклового усталости.

Повреждаемость материала приводит к снижению остаточных напряжений, поэтому нахождение оптимальных режимов автофретирования имеет большое практическое значение.

**Основные соотношения инкрементальной теории пластичности с учетом повреждаемости материала.** В зависимости от принятого закона изменения размеров, формы и перемещения поверхности пластичности, можно получать различные теории пластичности. Для учета анизотропного характера упрочнения может быть применена модель с равномерно расширяющейся и смещающейся поверхностью пластичности. Это равносильно использованию критерия текучести Хубера – Мизеса, который выглядит следующим образом:

$$f(\sigma_{ij}, \rho_{ij}, R) = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{ij} - \rho_{ij})(\sigma_{ij} - \rho_{ij})} - R - \sigma_T = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  - компоненты тензора девиатора напряжений,  $\rho_{ij}$  - компоненты тензора добавочных напряжений,  $R$  - функция изотропного упрочнения,  $\sigma_T$  - предел текучести материала.

Величина  $R$  обычно определяется как функция параметра Удквиста, а компоненты тензора  $\rho_{ij}$ , как функции компонент тензора пластических деформаций:

$$R = \phi(\int \dot{p} dt); \quad (2)$$

$$\rho_{ij} = c \varepsilon_{ij}^p, \quad (3)$$

где  $\dot{p}$  - интенсивность приращений пластических деформаций, которая имеет вид:

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p}. \quad (4)$$

Функция  $\phi$  и константа  $c$  могут быть определены из эксперимента на одноосное напряженное состояние.

Для учета повреждаемости необходимо использовать принцип эквивалентных деформаций, согласно которому любое уравнение состояния для поврежденного материала может быть заменено на такое же для неповрежденного материала, путем введения тензора эффективных напряжений. Эффективный тензор напряжений определяется согласно концепции эффективных напряжений:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1 - D}, \quad (5)$$

где  $D$  - скалярный параметр повреждаемости.

При замене тензора напряжений на эффективный, критерий текучести переписывается следующим образом:

$$f(\sigma_{ij}, \rho_{ij}, R, D) = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij} \right) \left( \frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij} \right)} - R - \sigma_T = 0. \quad (6)$$

В условиях активного нагружения должно выполняться следующее равенство:

$$\dot{f} = 0. \quad (7)$$

Для условия (6) скорость приращения функции текучести записывается следующим образом:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial f}{\partial \rho_{ij}} \dot{\rho}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial D} \dot{D}. \quad (8)$$

С учетом (2) и (3) приращения  $R$  и  $\rho_{ij}$  будут иметь вид:

$$\dot{R} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \dot{p}; \quad (9)$$

$$\dot{\rho}_{ij} = c \dot{\varepsilon}_{ij}^p. \quad (10)$$

Для определения приращения параметра повреждаемости необходимо рассмотреть кинетический закон развития повреждаемости, который имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} \dot{D} &= \frac{\partial F_D}{\partial Y} \dot{p}(1-D), \text{ при } p \geq p_D, \\ \dot{D} &= 0, \text{ при } p < p_D, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $p_D$  - порог, после которого возникают первые повреждения,  $F_D$  - потенциал повреждаемости. В зависимости от выбора этого потенциала можно получать различные модели развития повреждаемости.

Ассоциированный закон течения имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (12)$$

Скалярный множитель  $\dot{\lambda}$  можно связать с интенсивностью приращений пластических деформаций следующим образом:

$$\dot{p} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D}. \quad (13)$$

Для решения краевых задач необходимо сформулировать физические соотношения между деформациями и напряжениями. В инкрементальной теории пластичности эти соотношения записываются в приращениях.

Если подставить (9)-(13) в (8), то с помощью условия (7) можно связать интенсивность приращений пластических деформаций с приращениями напряжений:

$$\dot{p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}}{-\frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial \phi}{\partial p} - (1-D)c \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \rho_{mn}} - (1-D) \frac{\partial f}{\partial D} \frac{\partial F_D}{\partial Y}}. \quad (14)$$

С помощью ассоциированного закона течения из выражения (14) могут быть получены шесть уравнений связывающих приращения пластических деформаций с приращениями напряжений:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{(1-D) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}_{kl}}{-\frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial \phi}{\partial p} - (1-D)c \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \rho_{mn}} - (1-D) \frac{\partial f}{\partial D} \frac{\partial F_D}{\partial Y}}. \quad (15)$$

Выражение (15) можно записать с помощью тензора четвертого ранга:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = B_{ijkl}^p \dot{\sigma}_{kl}. \quad (16)$$

Для записи зависимости между приращениями полных деформаций и приращениями напряжений необходимо определить приращение упругих деформаций. Из закона Гука можно получить зависимости между приращениями упругих деформаций и приращениями напряжений для неповрежденного материала:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = S_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}. \quad (17)$$

Приращение тензора эффективных напряжений:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} = \frac{1}{1-D} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\sigma_{ij}}{(1-D)^2} \dot{D}. \quad (18)$$

После замены тензора приращений напряжений на тензор приращений эффективных напряжений уравнения (17) переписутся в виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{S_{ijkl}}{1-D} \dot{\sigma}_{kl} + \frac{\varepsilon_{ij}^e}{1-D} \dot{D}. \quad (19)$$

После подстановки кинетического закона развития повреждаемости в (19) получится следующее выражение:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{S_{ijkl}}{1-D} \dot{\sigma}_{kl} + \varepsilon_{ij}^e \frac{\partial F_D}{\partial Y} \dot{p}. \quad (20)$$

Если воспользоваться зависимостью между интенсивностью приращений пластических деформаций и приращением напряжений (14), то выражение (21) можно записать в таком виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = B_{ijkl}^e \dot{\sigma}_{kl}. \quad (21)$$

Приращение полных деформаций определяется как сумма приращений упругих и пластических деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p = (B_{ijkl}^e + B_{ijkl}^p) \dot{\sigma}_{kl}, \quad (22)$$

и после суммирования тензоров:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} &= B_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} - \text{в прямой форме,} \\ \dot{\sigma}_{ij} &= H_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - \text{в обратной форме.} \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, тензор податливости  $B_{ijkl}$  и тензор жесткости  $H_{ijkl}$  зависят от текущего напряженного состояния, от упругих характеристик материала, а также от величин, характеризующих пластическое поведение материала и развитие повреждаемости.

**Система уравнений для осесимметричного напряженного состояния.** Для осесимметричных тел при осесимметричном нагружении деформированное, а следовательно, и напряженное состояние полностью определяется двумя компонентами перемещений. При этом отличными от нуля будут четыре компоненты тензора деформаций. Соотношения Коши для приращений этих деформаций в цилиндрических координатах имеют такой вид:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{u}}{\partial r}; \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{u}}{r}; \quad \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \dot{w}}{\partial z}; \quad \dot{\gamma}_{rz} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial r}. \quad (24)$$

Физические зависимости согласно выражению (23) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r &= H_{11} \dot{\varepsilon}_r + H_{12} \dot{\varepsilon}_\theta + H_{13} \dot{\varepsilon}_z + H_{14} \dot{\gamma}_{rz}; \\ \dot{\sigma}_\theta &= H_{21} \dot{\varepsilon}_r + H_{22} \dot{\varepsilon}_\theta + H_{23} \dot{\varepsilon}_z + H_{24} \dot{\gamma}_{rz}; \\ \dot{\sigma}_z &= H_{31} \dot{\varepsilon}_r + H_{32} \dot{\varepsilon}_\theta + H_{33} \dot{\varepsilon}_z + H_{34} \dot{\gamma}_{rz}; \\ \dot{\tau}_{rz} &= H_{41} \dot{\varepsilon}_r + H_{42} \dot{\varepsilon}_\theta + H_{43} \dot{\varepsilon}_z + H_{44} \dot{\gamma}_{rz}. \end{aligned} \quad (25)$$

Дифференциальные уравнения равновесия для приращений напряжений в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\sigma}_r}{\partial r} + \frac{\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta}{r} + \frac{\partial \dot{\tau}_{rz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \dot{\sigma}_z}{\partial z} + \frac{\partial \dot{\tau}_{rz}}{\partial r} + \frac{\dot{\tau}_{rz}}{r} &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

**Метод решения задачи.** В качестве метода решения задачи может быть использован метод конечных элементов. Решение краевой задачи теории упругости этим методом сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} [K]\{U\} &= \{R\}; \\ [K] &= \int_V [B]^T [C][B] dV, \end{aligned} \quad (27)$$

где  $[K]$  - матрица жесткости,  $[B]$  - матрица, которая содержит производные от перемещений,  $[C]$  - матрица упругих коэффициентов,  $\{U\}$  - вектор узловых перемещений,  $\{R\}$  - вектор внешних усилий.

Решение упругопластической задачи методом конечных элементов можно свести к решению серии линейных задач. Для этого нагружение разбивается на серии приращений нагрузок:

$$\{R\}^{n+1} = \{R\}^n + \{\Delta R\}. \quad (28)$$

В конце каждого шага должно выполняться равенство внешних сил и так называемых внутренних сил, которые эквивалентны напряжениям, возникающим от внешних сил:

$$\begin{aligned} \{F\}^{n+1} &= \{R\}^{n+1}; \\ \{F\}^{n+1} &= \int_V [B]^T \{\sigma\}^{n+1} dV. \end{aligned} \quad (29)$$

На основе выражения (29) может быть построен итерационный алгоритм метода Ньютона-Рафсона. Идея метода состоит в том, чтобы уменьшать невязку, которая возникает между внутренними и внешними усилиями, пока не будет достигнута необходимая точность. Итерационная схема выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} [K]_{i-1}^{n+1} \{\Delta U\}_i &= \{R\}^{n+1} - \{F\}_{i-1}^{n+1}; \\ [K]_{i-1}^{n+1} &= \int_V [B]^T [C^{ep}] [B] dV; \\ \{F\}_{i-1}^{n+1} &= \int_V [B]^T \{\sigma\}_{i-1}^{n+1} dV; \\ \{U\}_i^{n+1} &= \{U\}_{i-1}^{n+1} + \{\Delta U\}_i, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $[K]_{i-1}^{n+1}$  - касательная матрица жесткости,  $[C^{ep}]$  - упругопластическая матрица, которая может быть составлена из компонент тензора жесткости  $H_{ijkl}$ , взятого из соотношения (23).

Таким образом, на каждой равновесной итерации необходимо знать матрицу  $[C^{ep}]$  и вектор  $\{\sigma\}$ . Для этого применяются различные локальные итерационные методы. Далее рассмотрен метод, называемый неявная схема Эйлера с возвратным радиальным алгоритмом для поиска пластического множителя. Метод преобразован для учета повреждаемости материала.

Закон Гука для неповрежденного материала:

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^p. \quad (31)$$

После замены тензора напряжений на тензор эффективных напряжений уравнения (31) с учетом ассоциированного закона течения примет вид:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\lambda} \frac{E_{ijkl}}{1-D} \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}}; \quad (32)$$

Выражение (32) можно записать следующим образом:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} = \dot{\tilde{\sigma}}_{ij}^{tr} + \Delta \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (33)$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij}^{tr} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}; \quad (34)$$

$$\Delta \tilde{\sigma}_{ij} = -\dot{\lambda} \frac{E_{ijkl}}{1-D} \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}}. \quad (35)$$

На n+1 шаге, на i-ой равновесной итерации вычисляется значение  $\dot{\varepsilon}_{kl}$ , далее в первом приближении с помощью (34) вычисляется пробное приращение напряжения  $\dot{\tilde{\sigma}}_{ij}^{tr}$ , при этом  $\dot{f}^{tr} > 0$ . Идея метода состоит в том, чтобы выполнить условие  $f = 0$ .

Приращение функции текучести можно записать в таком виде:

$$\Delta f^{tr} = \frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \Delta \tilde{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f^{tr}}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial f^{tr}}{\partial \rho_{ij}} \Delta \rho_{ij}. \quad (36)$$

Если используется критерий Хубера-Мизеса, то выполняются следующие равенства [8]:

$$\frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}}; \quad \frac{\partial f^{tr}}{\partial R} = \frac{\partial f}{\partial R}; \quad \frac{\partial f^{tr}}{\partial \rho_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial \rho_{ij}}. \quad (37)$$

На основе соотношения (36), используя условие  $f^{k+1} = 0$ , можно получить итерационную процедуру поиска пластического множителя  $\dot{\lambda}$  [9]:

$$f_{k+1}^{tr} - f_k^{tr} = \Delta \lambda^k \left[ -\frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \frac{E_{ijkl}}{1-D} \frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}} + \frac{\partial f^{tr}}{\partial R} \frac{\partial \phi}{\partial p} + c \frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}} \frac{\partial f^{tr}}{\partial \rho_{kl}} \right]^k;$$

$$\Delta \lambda^k = \frac{f_k^{tr}}{\left[ \frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \frac{E_{ijkl}}{1-D} \frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}} - \frac{\partial f^{tr}}{\partial R} \frac{\partial \phi}{\partial p} - c \frac{\partial f^{tr}}{\partial \tilde{\sigma}_{kl}} \frac{\partial f^{tr}}{\partial \rho_{kl}} \right]^k};$$

$$\dot{\lambda}^{k+1} = \dot{\lambda}^k + \Delta \lambda^k. \quad (38)$$

Далее, зная пластический множитель на равновесной итерации, можно найти напряжения и упругопластическую матрицу.

**Постановка задачи автофретирования танковой пушки.** На рис.1 показана модель танковой пушки калибра 125 мм. Рассматривается способ автофретирования без продольного растяжения ствола. Для этого может быть использована такая конструкция, когда пробки, которые закрывают ствол, соединяются между собой посредством одного центрального стержня.

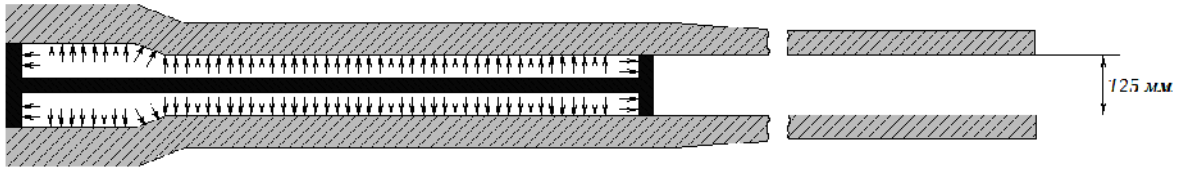


Рис.1. Модель пушки

В качестве теории пластичности выбрана модель с изотропным упрочнением. Параметры для такой модели определены следующим образом:

$$R = \frac{EE_T}{E + E_T} p; \quad (39)$$

Кинетический закон развития повреждаемости принят в таком виде [6]:

$$\dot{D} = \frac{\sigma_i^2 R_v}{2ES} \dot{p}, \text{ при } p \geq p_D, \quad \dot{D} = 0, \text{ при } p < p_D,$$

$$R_v = \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right)^2. \quad (40)$$

Материал пушки – нержавеющая сталь AISI 316 [6]. Для такого материала параметры упругости, пластичности и повреждаемости представлены ниже.

Модуль упругости:  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па; коэффициент Пуассона:  $\nu = 0.32$ ; предел текучести:  $\sigma_T = 260$  МПа; модуль упрочнения:  $E_T = 6 \cdot 10^9$  Па; параметр, характеризующий рост повреждаемости:  $S = 7$  МПа; порог повреждаемости:  $p_D = 0.06$ .

**Решение и анализ результатов для задачи автофретирования танковой пушки.** Для решения задачи методом конечных элементов использовался ПК ANSYS, в котором пользователь имеет возможность изменять стандартные модели пластического поведения материала. Это реализуется с помощью подпрограмм, написанных на языке FORTRAN, в которые запрограммированы ранее описанные методы. Таким образом, алгоритмы этих методов могут быть модифицированы для учета повреждаемости материала.

Моделирование процесса автофретирования состоит в том, что на первом этапе решается задача нагружения под действием внутреннего давления, а на втором этапе давление снимается и решается задача разгрузки, в результате чего появляется остаточное напряженно-деформированное состояние. Для решения задачи в осесимметричной постановке строилось продольное сечение канала ствола пушки. В качестве граничных условий использовался запрет осевых перемещений на одном конце канала ствола.

На рис.2.а показаны распределения окружных остаточных напряжений для различных значений давления автофретирования в сечении с наибольшими остаточными окружными напряжениями. При увеличении этого давления происходит рост остаточных напряжений до тех пор, пока эффекты от повреждаемости материала при значительных пластических деформациях не становятся преобладающими. Для



определения оптимального давления автофретирования, при котором остаточное напряжение на внутреннем радиусе ствола имеет наибольшее значение, проведена серия расчетов с различными величинами давления.

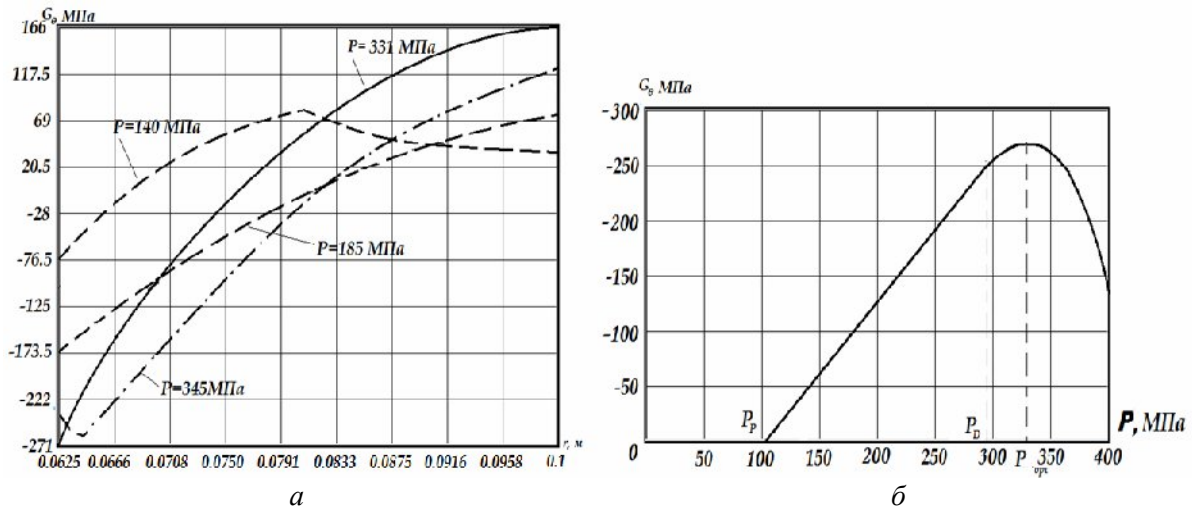


Рис.2. Результаты расчета:

а – распределение остаточных напряжений с ростом давления автофретирования;  
 б – зависимость остаточных напряжений от давления автофретирования

На рис.2.б показана зависимость остаточных окружных напряжений от давления автофретирования. При значении давления  $P = P^D = 289$  МПа появляются первые повреждения в материале, а при  $P = P_{opt} = 331$  МПа остаточные окружные напряжения достигают максимума по абсолютному значению, при этом значение максимальной повреждаемости  $D = 0.192$ . Таким образом, давление  $P_{opt}$  является оптимальным для процесса автофретирования. На рис.3 показано распределение остаточных окружных напряжений, возникших после действия давления  $P_{opt}$ . Максимальные по абсолютному значению окружные напряжения, как и предполагалось, на внутреннем радиусе ствола.

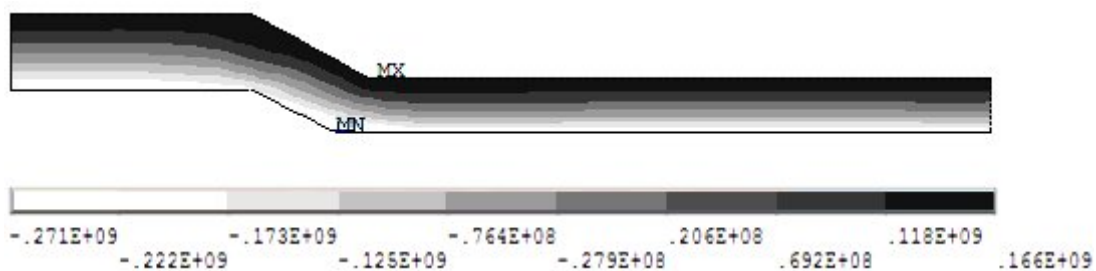


Рис.3. Распределение окружных остаточных напряжений

**Выводы.** В статье выполнен анализ влияния повреждаемости материала на эффективность процесса автофретирования. Установлено, что непрерывное увеличение давления автофретирования не приводит к росту остаточных напряжений. На конкретном примере найдено оптимальное значение давления, при котором остаточные напряжения достигают максимального значения.

Для решения задачи с помощью ПК ANSYS создана модель пластического поведения материала с учетом повреждаемости.

**Литература:** 1. Ильюшин А.А. Упругопластические деформации полых цилиндров / А.А. Ильюшин, П.М. Огибалов – М.: Изд-во МГУ, 1960. – 227 с. 2. Биргер И.А. Остаточные напряжения / И.А. Биргер. - М.: Машигиз, 1963. – 231 с. 3. Работнов Ю.Н. Введение в механику разрушения / Ю.А. Работнов – Москва: Наука, 1987. – 82 с. 4. Parker A.P. Bauschinger Effect Design Procedures for Autofrettaged Tubes Including Material Removal and Sachs' Method / A.P. Parker // *Journal of Pressure Vessel Technology*. – 1999. – № 121. – p. 430-437. 5. Parker A.P. Bauschinger Effect Design Procedures for Compound Tubes Containing an Autofrettaged Layer / A.P. Parker // *Journal of Pressure Vessel Technology*. - 2001. – № 123. – p. 203-206. 6. Lamaitre J.A. *Course of Damage Mechanics* / J. Lamaitre, R. Desmorat. – Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. – 380 p. 7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин – М.: Машиностроение. 1975. – 399 с. 8. Simo J. C. Numerical analysis of classical plasticity / J C Simo - Vol. VI, Elsevier, Amsterdam. 1998. - 295 с. 9. Huang J. Return mapping algorithms and stress predictors for failure analysis in geomechanics / Huang J., Griffiths D. V. // *Journal of Engineering Mechanics*, April 1, 2009. – p. 276-284.

**Bibliography (transliterated):** 1. Il'jushin A.A. Uprugoplasticheskie deformacii polyh cilindrov / A.A. Il'jushin, P.M. Ogibalov - M.: Izd-vo MGU, 1960. – 227 s. 2. Birger I.A. Ostatochnye naprjazhenija / I.A. Birger. - M.: Mashgiz, 1963. – 231 s. 3. Rabotnov Ju.N. Vvedenie v mehaniku razrushenija / Ju.A. Rabotnov – Moskva: Nauka, 1987. – 82 s. 4. Parker A.P. Bauschinger Effect Design Procedures for Autofrettaged Tubes Including Material Removal and Sachs' Method / A.P. Parker // *Journal of Pressure Vessel Technology*. – 1999. – № 121.- p. 430-437. 5. Parker A.P. Bauschinger Effect Design Procedures for Compound Tubes Containing an Autofrettaged Layer / A.P. Parker // *Journal of Pressure Vessel Technology*. – 2001. – № 123.- p. 203-206. 6. Lamaitre J. A. *Course of Damage Mechanics* / J. Lamaitre, R. Desmorat. – Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. – 380 p. 7. Malinin N.N. Prikladnaja teorija plastichnosti i polzuchesti / N.N. Malinin - M.: Mashinostroenie. 1975. – 399 s. 8. Simo J. C. Numerical analysis of classical plasticity / J. C. Simo - Vol. VI, Elsevier, Amsterdam. 1998. - 295 s. 9. Huang J. Return mapping algorithms and stress predictors for failure analysis in geomechanics / Huang J., Griffiths D. V. // *Journal of Engineering Mechanics*, April 1, 2009. – p. 276-284.

Львов Г.І., Окорочков В.О.

#### ОПТИМАЛЬНЕ АВТОФРЕТУВАННЯ ТАНКОВОЇ ГАРМАТИ

У статті розглядається автофретування танкової гармати. Представлені співвідношення, які описують пластичну поведінку матеріалу з урахуванням пошкоджуваності. На конкретному прикладі знайдено оптимальне значення тиску, при якому залишкові напруження досягають максимального значення.

Львов Г.И., Окорочков В.А.

#### ОПТИМАЛЬНОЕ АВТОФРЕТИРОВАНИЕ ТАНКОВОЙ ПУШКИ

В статье рассматривается задача автофретирования танковой пушки. Представлены соотношения, которые описывают пластическое поведение материала с учетом повреждаемости. На конкретном примере найдено оптимальное значение давления, при котором остаточные напряжения достигают максимального значения.

Lvov G.I., Okorokov V.O.

#### OPTIMAL AUTOFRETTAGE TANK GUN

The paper presents researching of autofrettage tank gun. Relations which describe plastic behavior of material with damage are presented. Optimal pressure at which residual hoop stresses have reached their maximum is found.