

Ю.Г. Кравченко, канд. техн. наук, Дніпропетровськ, Україна

ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ ЗАГОТОВКИ ВІД ШРД ТЕПЛОТИ ДЕФОРМАЦІЇ В ПЛОЩИНІ ЗСУВУ

Отримані формули температури в площині зсуву та на поверхні різання заготовки на основі інтегрування виразу температурного поля похилого смугового швидко рухомого джерела (ШРД) теплоти деформації з відбитими джерелами.

Получены формулы температуры в плоскости сдвига и на поверхности резания заготовки на основе интегрирования выражения температурного поля пологого полосового быстро движущегося источника (ШРД) теплоты деформации с отраженными источниками.

The formulas of temperature in the plane of displacement and on the cutting surface of the blank were received on the basis of integrating equation the temperature area of the inclined band quick – motive source (QMS) of heat deformation with reflected sources.

Вступ

Алгоритм розрахунку температури різання включає попереднє визначення густини теплових перетоків через передню A_{γ} та задню A_{α} поверхні леза. Температура на A_{α} пов'язана з залишковою температурою на поверхні різання R заготовки, яка залежить від температури в площині різання P_n і відповідно від первинної температури в площині зсуву P_{ϕ} .

Вагомими по цій проблемі слід зазначити роботи А. Н. Резнікова /1, 2/ та С. С. Сіліна /3, 4/. Перший отримав рівномірний розподіл температури в P_{ϕ} (по товщині стержня – стружки з похилим ШРД) /1/, а температура на R проти площадки зносу по A_{α} приймалася за значення температури деформації в тій же P_{ϕ} /2/. Другий отримав рішення температурного поля в площині P_{ϕ} та на поверхні R від похилого смугового (ПС) ШРД теплоти деформації. При цьому по формулі (без виводу) /3/ виходить, що температура деформації має максимум на початку P_{ϕ} біля різальної кромки. Обидва напрямки містять часткові відступлення від реальних фізичних моделей і побудовані на початкових /1, 3/ складних і громіздких рішеннях.

Мета роботи полягає в подальшому уточненні і спрощенні розрахунків температури в площині зсуву та на поверхні різання заготовки на математично-строгій теплофізичній основі.

Постановка задачі

Задача зводиться до визначення температурного поля в потоці металу C_{γ} , що зрізується, і на поверхні R заготовки від проходження по площині P_n ПС ШРД теплоти деформації згідно схеми на рис. 1.

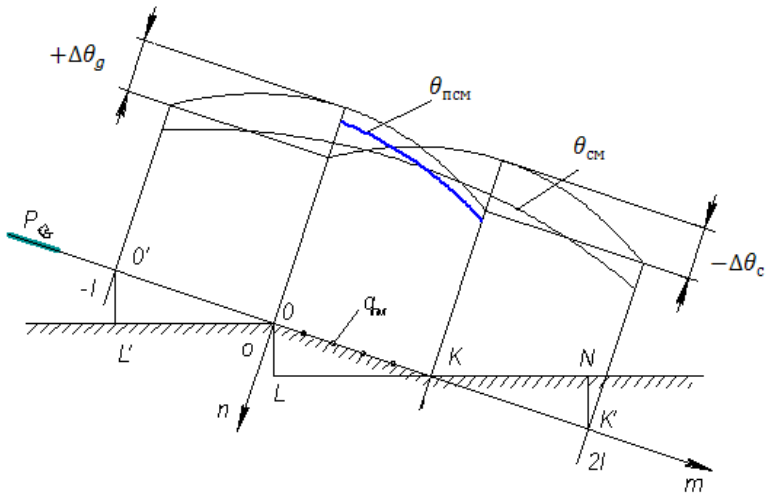


Рисунок 2 – Розподіл температур від рівномірного смугового миттєвого джерела θ_{CM} , додаткових відбитих джерел $\Delta\theta_g$ на ділянці $O'K$ і стіку $\Delta\theta_c$ на ділянці OK' та підсумкової θ_{PCM} на довжині l площини зсуву P_Φ

Вивід формули температурного поля ПС ШРД теплоти деформації

Рішення виконується шляхом інтегральних переходів від ЛМД до ПС ШРД.

1. Перехід до смугового миттєвого джерела (СМД).

В нерухомій системі координат $m - n$ (рис. 2) температурне поле (2) від СМД з енергією імпульсу Q_{CM} (Дж/м²) визначається при $\exp[-(m - m_1)^2/4\omega\tau] = f(m)$ інтегруванням (1)

$$\theta_{CM} = \int_i \theta_{LM} \cdot dm_1 = \frac{Q_{CM}}{2\pi\lambda\tau} \cdot \exp\left[-\frac{(n - n_1)^2}{4\omega\tau}\right] \cdot \left[\int_{-l}^{2l} f(m) dm_1 + K_\Phi \left(\int_{-l}^l f(m) dm_1 - \int_0^{2l} f(m) dm_1 \right) \right]$$

з застосуванням підстановки

$$\frac{m - m_1}{\sqrt{4\omega\tau}} = i$$

$$\left(dm_1 = -\sqrt{4\omega\tau} \cdot di, \quad i_1 = \frac{m - l_{min}}{\sqrt{4\omega\tau}}, \quad i_2 = \frac{m - l_{max}}{\sqrt{4\omega\tau}}, \quad l = \frac{a}{\sin\phi} \right),$$

заміною інтеграла показникової функції на функцію інтеграла імовірності

$$\int_0^x e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(x) \text{ або з } \operatorname{erf}(x) = \Phi(x \cdot \sqrt{2}) \quad /7, \text{ с. 81/}$$

і вводом безрозмірного параметра $\psi = m/l$ та критерію Фур'є $F_0 = \omega\tau/l^2$. По причині приведення подальших розрахунків до базової довжини $LK = l_K = a/\operatorname{tg}\phi$ (проекції l на вектор швидкості різання V рис. 1) прийнято $\psi = z/l_K$, а за значення τ з відповідним F_0 – час проходження l_K через різальну кромку

$$\tau = \frac{a}{V \cdot \operatorname{tg}\phi}, \quad F_0 = \frac{\omega \cdot \operatorname{tg}\phi}{a \cdot V}. \quad (3)$$

В результаті маємо:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{\text{сн}} &= \frac{Q_{\text{сн}} \sqrt{\omega}}{\lambda \sqrt{\pi \tau}} \cdot \exp \left[-\frac{(n - n_1)^2}{4\omega\tau} \right] \cdot B, \\ B &= \frac{1}{2} \left[\left(\operatorname{erf} \frac{\psi + 1}{2\sqrt{F_0}} - \operatorname{erf} \frac{\psi - 2}{2\sqrt{F_0}} \right) + \right. \\ &\left. + K_{\phi} \left(\left(\operatorname{erf} \frac{\psi + 1}{2\sqrt{F_0}} - \operatorname{erf} \frac{\psi - 1}{2\sqrt{F_0}} \right) - \left(\operatorname{erf} \frac{\psi}{2\sqrt{F_0}} - \operatorname{erf} \frac{\psi - 2}{2\sqrt{F_0}} \right) \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2. Перехід до лінійного (Л) ШРД.

Із рівняння балансу теплоти при проходженні Л ШРД потужністю $q_{\text{лш}}$ (Вт/м) через елементарну смужку dz на площині yz напівобмеженого тіла (або швидкорухомої смужки через лінійне безперервне джерело) за час $d\tau$ виходить, що $Q_{\text{сн}} = q_{\text{лш}} \cdot d\tau/dz$. Тоді при швидкості $V = dz/d\tau$, $Q_{\text{сн}} = q_{\text{лш}}/V$ і $\tau = (z - z_1)/V$ отримуємо температурне поле від Л ШРД (напрямки z і V збігаються) /2, 8/

$$\theta_{\text{лш}(z)} = \frac{q_{\text{лш}} \sqrt{\omega}}{\lambda \sqrt{\pi} \cdot V(z - z_1)}$$

або на похилій площині з подвійними координатами x_1 і z_1

$$\theta_{\text{лш}(x, z)} = \theta_{\text{лш}(z)} \cdot \exp \left[-\frac{V(x - x_1)^2}{4\omega(z - z_1)} \right]. \quad (5)$$

3. Перехід до ПС ШРД.

Процес розповсюдження теплоти в заготовці від ПС ШРД моделюється накладанням тепловиділення безлічі Л ШРД на безмежно малій ширині dl площадки ОК. При дії джерела густиною $q_n = b^* \cdot q_s$ (q_s , Вт/м² – густина тепловиділення в площині P_ϕ , b^* – коефіцієнт розподілу теплоти деформації між стружкою і заготовкою) на довжині l інтегрування (5) з функцією B (4) пристосовано до схеми рис. 1 в напрямку абсциси x по змінній x_1 з $dl = dx_1 / \sin \phi$ призводить до температурного поля ПС ШРД

$$\theta_{\text{псш}} = \int_i \theta_{\text{псш}} \cdot dl = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi V} \cdot \sin \phi} \int_0^x \exp \left[-\frac{V(x-x_1)^2}{4\omega(z-z_1)} \right] \frac{dx_1}{\sqrt{z-z_1}}. \quad (6)$$

Вбачаємо, що тут функція B адекватно умовам (4) урахує розподіл теплових потоків від рівномірного безперервного джерела теплоти деформації.

На підставі зв'язку між змінними $x_1 = z_1 \cdot \text{tg} \phi$ інтеграл (6) виразимо через одну змінну z_1 з заміною $z - z_1 = p$ ($dz_1 = -dp$, в межах $0 < z < l_K$ ділянки LK $p_1 = z$ і $p_2 = 0$) і після перетворення отримуємо

$$\theta_{\text{псш}} = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi V} \cdot \cos \phi} \cdot \int_{p_2}^{p_1} \exp \left[-\frac{V \cdot \text{tg}^2 \phi}{4\omega} \left(\frac{(x - z \text{tg} \phi)^2}{\text{tg}^2 \phi \cdot p} + \frac{2(x - z \cdot \text{tg} \phi)}{\text{tg} \phi} + p \right) \right] \cdot \frac{dp}{\sqrt{p}} \quad (7)$$

Позначив $\frac{V \cdot \text{tg}^2 \phi}{4\omega} = f$ і $\frac{x - z \cdot \text{tg} \phi}{\text{tg} \phi} = g$, вираз (7) запишемо в скороченому виді

$$\theta_{\text{псш}} = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi V} \cdot \cos \phi} \cdot \exp(-2fg) \int_0^{p_1} \exp \left[-f \left(\frac{g^2}{p} + p \right) \right] \frac{dp}{\sqrt{p}}. \quad (8)$$

Значення dp/\sqrt{p} визначаємо способом зміни структури показника степені підінтегральної функції (8) на рівнозначну

$$0,5 \exp \left[2fg - \left(\frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} + \sqrt{fp} \right)^2 \right] + 0,5 \exp \left[-2fg - \left(\frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} - \sqrt{fp} \right)^2 \right],$$

застосування підстановок $\frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} + \sqrt{fp} = s_1$ і $\frac{\sqrt{f} \cdot g}{\sqrt{p}} - \sqrt{fp} = s_2$,

вираховання коренів із квадратних рівнянь підстановок

$$\sqrt{p_1} = \frac{1}{2\sqrt{f}} \left(s_1 \pm \sqrt{s_1^2 - 4fg} \right), \quad \sqrt{p_2} = \frac{1}{2\sqrt{f}} \left(-s_2 \pm \sqrt{2 + 4fg} \right)$$

і знаходження їх диференціалів

$$\frac{dp_1}{\sqrt{p_1}} = \frac{1}{\sqrt{f}} \left(1 \pm \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 - 4fg}} \right) ds_1 \text{ та } \frac{dp_2}{\sqrt{p_2}} = \frac{1}{\sqrt{f}} \left(-1 \pm \frac{s_2}{\sqrt{s_2^2 + 4fg}} \right) ds_2. \quad (9)$$

Тоді при (9) замість інтеграла (8) маємо суму чотирьох інтегралів

$$I = \frac{1}{2\sqrt{f}} [\exp(2fg)(I_{11} \pm I_{12}) + \exp(-2fg)(-I_{21} \pm I_{22})] \quad \text{з}$$

$$I_{11} = \int_{s_{22}}^{s_{12}} \exp(-s_1^2) ds_1, \quad I'_{12} = \int_{s_{22}}^{s_{12}} \exp(-s_1^2) \cdot \frac{s_1 \cdot ds_1}{\sqrt{s_1^2 - 4fg}},$$

$$I_{21} = \int_{\infty}^{\infty} \exp(-s_2^2) ds_2, \quad I'_{22} = \int_{\infty}^{\infty} \exp(-s_2^2) \cdot \frac{s_2 \cdot ds_2}{\sqrt{s_2^2 + 4fg}},$$

і новими межами $s_{12} = \sqrt{\frac{f}{g}}(g+z)$ та $s_{22} = \sqrt{\frac{f}{g}}(g-z)$.

Чергова заміна $s_1^2 - 4fg = t_1^2$ і $s_2^2 + 4fg = t_2^2$ ($s \cdot ds = t \cdot dt$, $t_{12} = \sqrt{s_{12}^2 - 4fg}$ і $t_{22} = \sqrt{s_{22}^2 + 4fg}$) дає рішення

$$I_{12} = \int_{t_{22}}^{t_{12}} \exp[-(t_1^2 + 4fg)] dt_1 = \exp(-4fg) \int_{\infty}^{t_{12}} \exp(-t_1^2) dt_1,$$

$$I_{22} = \int_{\infty}^{\infty} \exp[-(t_2^2 - 4fg)] dt_2 = \exp(4fg) \int_{\infty}^{t_{22}} \exp(-t_2^2) dt_2.$$

У підсумку з I_{11} , I_{12} , і I_{21} , I_{22} в (8) (множники $\exp(-kfg) \cdot \exp(kfg)$ вилучаються) знаходимо

$$\theta_{\text{псш}} = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega} \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi} \cdot V \cdot \cos \phi \cdot 2\sqrt{f}} \cdot \exp(-2fg) \cdot$$

$$\cdot \left[\exp(2fg) \left(\int_{\infty}^{s_{12}} \exp(-s_1^2) ds_1 \pm \exp(-4fg) \cdot \int_{\infty}^{t_{12}} \exp(-t_1^2) dt_1 \right) + \right.$$

$$\left. \exp(-2fg) \left(- \int_{\infty}^{s_{22}} \exp(-s_2^2) ds_2 \pm \exp(4fg) \int_{\infty}^{t_{22}} \exp(-t_2^2) dt_2 \right) \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{q_n \cdot \omega \cdot B}{\lambda \sqrt{\pi} \cdot V \cdot \sin \phi} \cdot \left[e^{-4fg} \left(- \int_{-\infty}^{s_{22}} e^{-s_2^2} ds_2 \pm \int_{-\infty}^{t_{12}} e^{-t_1^2} dt_1 \right) + \int_{-\infty}^{s_{12}} e^{-s_1^2} ds_1 \pm \int_{-\infty}^{t_{22}} e^{-t_2^2} dt_2 \right]. \\
&\text{Після заміни } \int_x^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - \operatorname{erf}(x)) \text{ отримуємо} \\
\theta_{\text{псш}} &= \frac{q_n \cdot \omega \cdot B}{2\lambda \cdot V \cdot \sin \phi} \cdot [e^{-4fg} ((1 - \operatorname{erf} S_{22}) \mp (1 - \operatorname{erf} t_{12})) - (1 - \operatorname{erf} S_{12}) \mp (1 - \operatorname{erf} t_{22})]. \quad (10)
\end{aligned}$$

Вираз (10) містить знак \pm . Розрахунки показали, що позитивне значення температур виконуються лише зі знаком плюс.

Характерно, що середня температура деформації в площині зсуву (стружки від деформації) θ_s /9/ є основою (10)

$$\theta_s = b^* \cdot q_s \cdot \omega / \lambda \cdot V \cdot \sin \phi. \quad (11)$$

Остаточно маємо формулу в розрахунковому виді

$$\begin{aligned}
&\theta_{\text{псш}} = \theta_s \cdot B \cdot D, \\
D &= \frac{1}{2} \left[e^{-4fg} \left(\left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}}(g-z) \right) + \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}}(g+z)^2 - 4fg \right) \right) - \right. \\
&\quad \left. - \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}}(g+z) \right) + \left(1 - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{f}{g}}(g-z)^2 + 4fg \right) \right] \quad (12)
\end{aligned}$$

Визначення температури на поверхні різання R заготовки

В рухомій системі потоки ПС ШРД теплоти деформації в напрямку вісі x перетинають площину P_n лише правіше т. L (рис. 1), що призводить до деякого «насищення» теплоото ділянку LK поступовим зростанням температури від нуля до найбільшої θ_K .

В т. K для існуючих звичайних умов різання (наприклад /2/, $\alpha = 0.31 \cdot 10^{-3}$ м, $V = 1$ м/с, $\phi = 32^\circ$, $\omega = 5 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $F_0 \approx 0.01$) при

з параметром $\psi = 1 + h/l_K$ (h – величина зносу леза по A_α , $l_K = a/\operatorname{tg} \phi$ – довжина проєкції площини P_ϕ на площину P_n).

Середнє значення функції в квадратних дужках (15) вираховується

по формулі $F_{hm} = \frac{1}{\psi - 1} \int_1^\psi F_h \cdot d\psi$ і дорівнює

$$F_{hm} = \frac{2}{7} \left[\frac{\psi^{3.5} - 1}{\psi - 1} - \sqrt{\psi - 1} (1.875 + 1.5\psi + \psi^2) \right], \quad \psi > 1. \quad (16)$$

Після підстановки F_{hm} (16) в θ_K (13) отримуємо середнє значення залишкової температури на поверхні різання

$$\theta_{hm} = \theta_s (1 - 0.5K_\phi) \cdot F_{hm}. \quad (17)$$

Таким чином була вирішена задача розрахунку температури на площині зсуву і поверхні різання на основі теплофізичної моделі похилого смугового швидкорухомого джерела теплоти.

Висновок

1. Отримано вихідний вираз температурного поля смугового миттєвого імпульсу теплоти на похилій площині зсуву з застосуванням позитивного і негативного відбитих джерел.

2. Знайдено рішення інтегрального переходу від лінійного швидкорухомого джерела до похилого смугового в двовірних координатах з виходом на функцію інтеграла імовірності.

3. Виведені формули розподілу температури на довжині площини зсуву (незначне зменшення в напрямку різальної кромки) і температурного поля заготовки перед площиною зсуву.

4. Визначена функція розподілу та її середньоінтегральне значення температури на поверхні різання заготовки за межами дії рухомого джерела теплоти відносно температури деформації на початку площини зсуву біля різальної кромки леза.

Список використаних джерел: 1. Резников А.Н. Теплообмен при резании и охлаждение инструментов. – М.: Машгиз, 1963. – 200с. 2. Резников А.Н. Теплофизика резания. – М.: Машиностроение, 1969. – 288с. 3. Силин С.С. Исследование процессов резания методами теории подобия. – Труды Рыбинского вечерн. технол. ин-та, №1. – Ярославль: изд. Верхняя Волга, 1966. – С.5-54. 4. Силин С.С. Методы подобия при резании металлов. – М.: Машиностроение, 1979. – 152с. 5. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1951. – 296с. 6. Карслоу Г.С., Егер Д.К. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 487с. 7. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов /И.Н. Бронштейн и К.А. Семендяев – М.: госизд. физ.-мат. литер., 1962. – 608с. 8. Кравченко Ю.Г., Савченко Ю.В. Визначення коефіцієнтів форми швидкорухомих джерел теплоти при різанні. – Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем. Зб. наук. праць. – Краматорськ: ДДМА, вип. 26, 2010. – С.409 – 417. 9. Кравченко Ю.Г. Распределение теплоты деформации в плоскости сдвига. – Теплофизические и технологические аспекты повышения эффективности машиностроительного производства: Труды III междунар. науч.-техн. конф. (Резниковские чтения). – Тольятти: ТГУ, 2011. – С.53-56.

Поступила до редколегії 15.05.2012