

УДК621.951

Г.А. Оборский, д-р техн. наук, А.А. Оргиян, д-р техн. наук,  
А.М. Голобородько, Л.М. Перпери, канд. техн. наук, Одесса, Украина

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ОДНОЛЕЗВИЙНОЙ РАЗВЕРТКОЙ ОДНОСТОРОННЕГО РЕЗАНИЯ**

*У статті розглянуто структуру блок-схеми на основі математичної моделі динамічної системи процесу різання однолезвійною кінчною розгорткою однобічного різання.*

*В статье рассмотрена структура блок-схемы на основании математической модели динамической системы процесса резания однолезвийной конической разверткой одностороннего резания.*

*The article describes the structure of the block diagram on the basis of the dynamic system's mathematical model of the cutting process edged conical reamer unilateral cutting.*

**Введение.** В различных отраслях промышленности получили широкое распространение детали с коническими поверхностями. Примерами применения конических поверхностей являются: соединения конусной шейки шпинделя станка с конусными вкладышами подшипников, соединения режущего инструмента и шпинделя станка, конические сопряжения деталей гидроаппаратуры, сопряжение «клапан – седло» и «палец шарнира – рычаг» рулевого управления в автомобилях и др. Вибрации, возникающие в процессе резания при обработке на металлорежущих станках, приводят к понижению точности и качества обработанной поверхности детали, а также преждевременному износу и поломке режущего инструмента. Высокие требования к точности и качеству, предъявляемые ответственным поверхностям конических соединений определяются рядом особенностей изготовления этих поверхностей. Это касается, в первую очередь, методов обработки на финишных операциях, характера упрочнения и стабилизации материала деталей. Возникновение механических колебаний в процессе резания приводит к снижению точности и ухудшению качества обрабатываемой поверхности. Особенно актуальным является этот вопрос на чистовых операциях обработки, когда резание происходит при очень маленьких глубинах, что может приводить к браку готовых изделий. Возникновение колебаний зависит от конкретных условий обработки и состояния упругой технологической системы, вида обработки, пластичности обрабатываемого материала и ряда других факторов.

**Постановка проблемы.** Все сложные технологические системы состоят из разнообразных систем, выполняющих определенные функции. Состояние упругой технологической системы характеризуется динамическими процессами с последующими изменениями состояния системы в целом. Как правило, характеристики динамических процессов взаимосвязаны различными факторами (физическими, механическими, структурными) [1, 2, 3]. Определение взаимосвязей динамических характеристик процесса развертывания однолезвийной разверткой одностороннего резания возможно на основании построения математической модели с использованием методов автоматического управления.

**Постановка задачи.** Целью работы является построение структуры блок-схемы на основании математической модели динамической системы процесса резания однолезвийной конической разверткой одностороннего резания.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- составить математическую модель динамической системы;
- определить входной и выходной сигналы (перемещения) для управляемого объекта (процесса резания);
- определить количество возмущающих и восстанавливающих (силовых) параметров;
- определить передаточные отношения по силовому и кинематическому возмущениям;
- определить структуру блок-схемы динамической системы.

**Основная часть.** Наиболее точно математическая модель динамической системы процесса обработки конических отверстий однолезвийной разверткой одностороннего резания (рис. 1) может быть описана системой дифференциальных уравнений с нелинейными характеристиками, а ее движение как нелинейные колебания [4, 5, 6, 7]. Для теоретического анализа колебаний от возмущений неуравновешенной силы, которая действует на режущий элемент при развертывании конических отверстий, воспользуемся одномассовой динамической моделью тела с двумя степенями свободы (рис. 2). Инструмент консольно закреплен и совершает вращательное (главное движение резания) и поступательное (движение подачи). Конфигурация такой системы будет описываться перемещениями в плоскости YOZ (в поперечном сечении инструмента). Все три рабочих элемента инструмента лежат в одной плоскости и имеют коэффициенты жесткости  $c$  и коэффициенты сопротивления (демпфирования)  $\lambda$ . На рисунке также показаны проекции составляющих усилий на оси Y и Z: возмущающей силы (резания)  $P_p$  и  $P_{p\mu p}$ , сил действующих на боковой и опорный направляющие элементы  $F_b$ ,  $F_{b\mu b}$ ,  $F_o$ ,  $F_{o\mu o}$ , которые будем считать восстанавливающими, так как они будут стремиться вернуть инструмент в

исходное положение (рис.2, а). Движение приведенной массы инструмента от положения равновесия можно определить с помощью уравнений движения

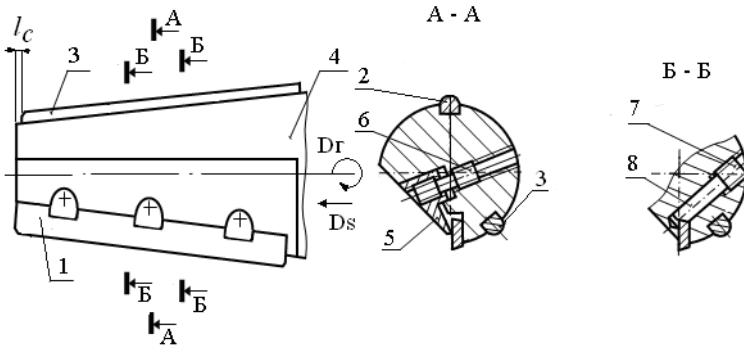


Рисунок 1 – Конструкция однолезвийной развертки одностороннего резания:  
 1 – режущий элемент; 2, 3 – опорный и боковой направляющие элементы;  
 4 – корпус; 5 – планка; 6, 7 – винт; 8 – клин.

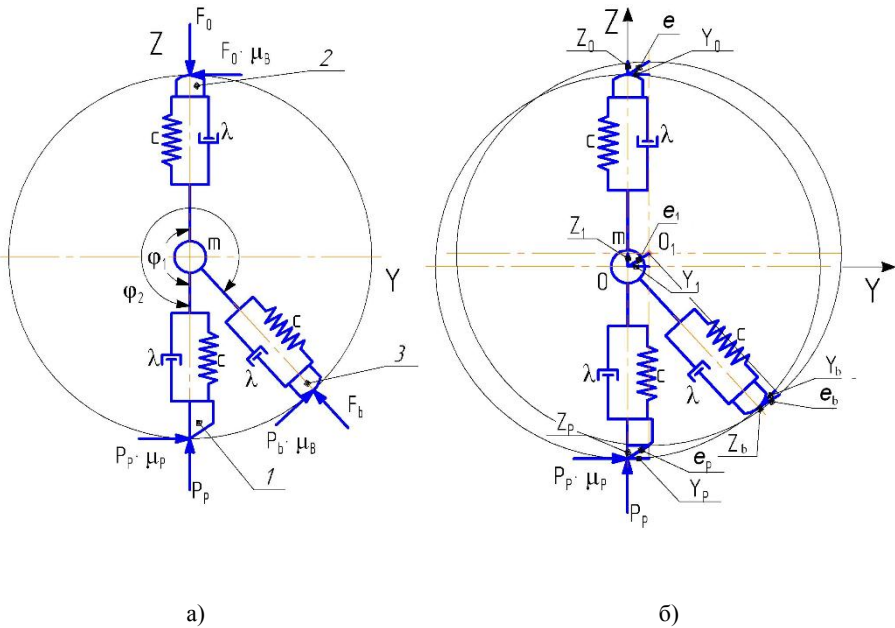


Рисунок 2 – Динамическая модель процесса развертывания  
 однолезвийным инструментом одностороннего резания

динамической модели (проекции перемещений элементов 1, 2, 3 на оси Y и Z, рис. 2, б). С учетом этих допущений уравнение движения динамической модели:

$$\begin{cases} P_p \cdot \sin \omega t = \\ = m \cdot \ddot{Y}_1 + \lambda \cdot \dot{Y}_1(t) + c(t) \cdot Y_1(t) + c \left[ (Y_b \cdot A + Z_b \cdot B) + (Y_o \cdot C + Z_o \cdot D) \right] \cdot \sin \omega t, \\ P_p \cdot \mu_p \cdot \sin \omega t = \\ = -m \cdot \ddot{Z}_1 - \lambda \cdot \dot{Z}_1(t) - c(t) \cdot Z_1(t) + c \left[ (Y_b \cdot E + Z_b \cdot K) + (Y_o \cdot L + Z_o \cdot N) \right] \cdot \sin \omega t \end{cases},$$

где  $m$  – приведенная масса инструмента;

$\lambda$  – обобщенный коэффициент сопротивления (демпфирования);

$c$  – коэффициент жесткости;

$P_p, P_p \mu_p$  – проекции возмущающей силы (резания);

$F_o, F_o \mu_B$  и  $F_b, F_b \mu_B$  – проекции восстанавливающих сил (на опорном и боковом направляющих элементах соответственно);

$$F_{b,o} = -c \cdot \left( Y_{b,o} \cos \phi_{1,2} + Z_{b,o} \sin \phi_{1,2} \right);$$

$Y_p, Z_p, Y_o, Z_o, Y_b, Z_b$  – смещения режущего, опорного и бокового направляющих элементов (входные перемещения);

$Y_1, Z_1$  – смещение центра инструмента (выходные перемещения);

$e = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2}$  – эксцентриситет инструмента;

$\phi_1, \phi_2$  – углы разворота между режущим элементом и опорным, боковым направляющими элементами, соответственно;

$\mu_p, \mu_B$  – коэффициенты трения между рабочими поверхностями режущего и направляющих элементов с поверхностью обрабатываемого отверстия, соответственно;

$$\begin{aligned} A &= (\cos^2 \phi_2 - \mu_B \sin \phi_2 \cos \phi_2); & B &= (\sin \phi_2 \cos \phi_2 - \mu_B \sin^2 \phi_2); \\ C &= (\cos^2 \phi_1 - \mu_B \sin \phi_1 \cos \phi_1); & D &= (\sin \phi_1 \cos \phi_1 - \mu_B \sin^2 \phi_1); \\ E &= (\mu_B \cos^2 \phi_2 + \sin \phi_2 \cos \phi_2); & K &= (\mu_B \sin \phi_2 \cos \phi_2 + \sin^2 \phi_2); \\ L &= (\mu_B \cos^2 \phi_1 + \sin \phi_1 \cos \phi_1); & N &= (\mu_B \sin \phi_1 \cos \phi_1 + \sin^2 \phi_1). \end{aligned}$$

Используя оператор дифференцирования  $s = d/dt$  и разделив систему на  $c$  получим:

$$\begin{cases} \frac{m}{c} \cdot s^2 \cdot Y_1 + \frac{\lambda}{c} \cdot s \cdot Y_1 + Y_1 = \frac{P_p}{c} \cdot \sin \omega t + e_{1b} \cdot \sin \omega t + e_{1o} \cdot \sin \omega t \\ \frac{m}{c} \cdot s^2 \cdot Z_1 + \frac{\lambda}{c} \cdot s \cdot Z_1 + Z_1 = \frac{P_p \cdot \mu_p}{c} \cdot \sin \omega t + e_{2b} \cdot \sin \omega t + e_{2o} \cdot \sin \omega t \end{cases},$$

где  $e_{1b} = (Y_b \cdot A + Z_b \cdot B)$ ;  $e_{1o} = (Y_o \cdot C + Z_o \cdot D)$ ;

$e_{2b} = (Y_b \cdot E + Z_b \cdot K)$ ;  $e_{2o} = (Y_o \cdot L + Z_o \cdot N)$ .

С учетом постоянных времени динамической системы  $T_1^2 = m/c$ ,  $T_2 = \lambda/c$  и коэффициента передачи  $k = 1/c$ , получим:

$$\begin{cases} T_1^2 \cdot s^2 \cdot Y_1 + T_2 \cdot s \cdot Y_1 + Y_1 = k \cdot P_p \cdot \sin \omega t + e_{1b} \cdot \sin \omega t + e_{1o} \cdot \sin \omega t \\ T_1^2 \cdot s^2 \cdot Z_1 + T_2 \cdot s \cdot Z_1 + Z_1 = k \cdot P_p \cdot \mu_p \cdot \sin \omega t + e_{2b} \cdot \sin \omega t + e_{2o} \cdot \sin \omega t \end{cases}.$$

Примем:  $e_{1b} + e_{1o} = k_1 \cdot e_1$ ;  $e_{2b} + e_{2o} = k_2 \cdot e_2$ .

Математическую модель динамической системы можно представить с помощью передаточных функций. Решив уравнение относительно выходных величин  $Y_1$ ,  $Z_1$ , считая при этом оператор  $s$  алгебраической величиной, получим:

$$\begin{aligned} Y_1(s) &= W_{PY}(s) \cdot P_Y(s) + W_{E1}(s) \cdot E_1(s), \\ Z_1(s) &= W_{PZ}(s) \cdot P_Z(s) + W_{E2}(s) \cdot E_2(s) \end{aligned}$$

где  $W_{PY}(s)$ ,  $W_{PZ}(s)$  и  $W_{E1}(s)$ ,  $W_{E2}(s)$  – передаточные функции системы по входам: силовому возмущению от возмущающей силы  $P_p$  и передаточные функции системы по кинематическому возмущению входных смещений;

$P_Y(s)$ ,  $P_Z(s)$ ,  $E_1(s)$ ,  $E_2(s)$  – изображения по Лапласу входных величин по возмущающей силе  $P_p$  и входным смещениям направляющих элементов  $e_1$ ,  $e_2$ .

Передаточная функция системы по силовому возмущению от возмущающей силы  $P_p$ :

$$\begin{aligned} W_{PY}(s) &= \frac{Y_1(s)}{P_Y(s)} = \frac{k \cdot \sin \omega t}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}, \\ W_{PZ}(s) &= \frac{Z_1(s)}{P_Z(s)} = \frac{\mu_p k \cdot \sin \omega t}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1} \end{aligned}$$

в общем виде:

$$W_P(s) = W_{PY}(s) + W_{PZ}(s) = \frac{k(1 + \mu_p) \cdot \sin \omega t}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}.$$

Передаточная функция системы по кинематическому возмущению:

$$W_{E1}(s) = \frac{Y_1(s)}{E_1(s)} = \frac{k_1 \cdot \sin \omega t}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}$$

$$W_{E2}(s) = \frac{Z_1(s)}{E_2(s)} = \frac{k_2 \cdot \sin \omega t}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}$$

в общем виде:

$$W_{удс}(s) = \frac{Y_1, Z_1(s)}{E_{1,2}(s)} = \frac{(k_1 + k_2) \cdot \sin \omega t}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1} .$$

При работе упругую динамическую систему можно представить в виде замкнутой динамической системы (рис. 3).

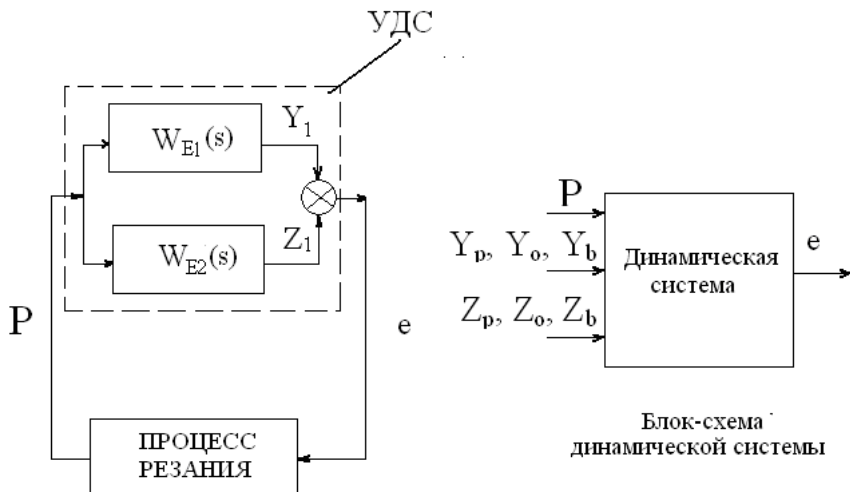


Рисунок 3 – Схема динамической системы при резании однолезвийной развертки одностороннего резания

**Выводы.** Получена структура блок-схемы динамической системы на основании математической модели, которая позволяет определять входной и выходной сигналы для процесса резания. Определены передаточные отношения по силовому и кинематическому возмущениям в динамической

системе, которые могут быть использованы для управления процессом резания по подаче.

**Список использованной литературы:** 1. Струтинский В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: Підручник. – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 612 с. 2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления: Учеб. Пособие. – 2-е изд., стер. – М.: Наука, 1988. – 286 с. 3. Петраков Ю.В., Драчев О.И. Теория автоматического управления технологическими системами: учебное пособие. – М. Машиностроение, 2008. – 336 с. 4. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом –Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние – 1986. –184 с. 5. С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер Колебания в инженерном деле – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с. 6. Оборский Г.О. Надійність технологічних систем та обладнання / Оборський Г.О., Савельєва О.С., Торопенко А.В., Становський О.Л. –Одеса: Бахва, 2013. – 560 с. 7. Орликов М.Л. Динамика станков. – 2-е изд. перераб. и доп. – К.: Выща школа, 1989. – 273 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Strutinskiy V.B. Matematichne modelyuvannya protsesiv ta sistem mehaniki: pidruchnik. – Zhitomir: ZhITI, 2001. – 612 s. 2. Popov E.P. Teoriya nelineynykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya i upravleniya: Ucheb. Posobie. – 2-e izd., ster. – М.: Nauka, 1988. – 286 s. 3. Petrakov Yu.V., Drachev O.I. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya tehnologicheskimi sistemami: uchebnoe posobie. – М. Mashinostroenie, 2008. – 336 s. 4. Zharkov I.G. Vibratsii pri obrabotke lezviynyim Instrumentom –L.: Mashinostroenie. Leningr. otd-nie – 1986. –184 s. 5. S.P. Timoshenko, D.H. Yang, U. Uiver Kolebaniya v inzhenernom dele – М.: Mashinostroenie, 1985. – 472 s. 6. Oborsky GA Reliability of technological systems and equipment / Oborsky GA, Savelyeva A.S., Toropenko A.V., Stanowski A.L.–Odessa: Bahva, 2013. - 560 S. 7. Orlikov M.L. Dinamika stankov. – 2-e izd. pererab. i dop. – К.: Vyischa shkola, 1989. – 273 s.

*Поступила в редколлегию 27.06.2014*