

УДК: 621.941

С. Л. ЛЕОНОВ, д-р техн. наук, **В. Д. ГОНЧАРОВ**, канд. техн. наук,
Е. Б. БЕЛОВ, **А. Б. БЕЛОВ**, Барнаул, Россия

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ТОЧЕНИИ

Наведено математичну модель для прогнозування сталих автоколебаний при токарній обробці металів. Модель дозволяє визначати амплітуду й частоту коливань, викликаних координатним зв'язком і нелінійністю сили різання.

Приведена математическая модель для прогнозирования установившихся автоколебаний при токарной обработке металлов. Модель позволяет определять амплитуду и частоту колебаний, вызываемых координатной связью и нелинейностью силы резания.

S. L. LEONOV, V. D. GONCHAROV, E. B. BELOV, A. B. BELOV

FORECASTING OF SELF-OSCILLATIONS AT TURNING

The mathematical model for forecasting the established self-oscillations is resulted at turning processing metals. The model allows to define amplitude and frequency of the fluctuations caused by coordinate communication and nonlinearity of force of cutting.

Повышение требований к геометрическим параметрам качества обработанных поверхностей приводит к необходимости прогнозировать наличие и величину колебательных явлений при механической обработке. В настоящее время установлено [1], что при резании металлов наблюдаются два вида колебаний: вынужденные колебания, вызываемые периодически действующими внешними силами, и автоколебания, которые не зависят от действия внешних сил. Причины появления вынужденных колебаний наиболее ясны и потому сравнительно легко устранимы. Появление автоколебаний не связано с какой-либо внешней периодической силой, они являются самовозбуждающимися колебаниями. В связи с этим необходимо уделить большое внимание изучению и умению управлять автоколебаниями, умению прогнозировать их появление еще на этапе проектирования технологических процессов механической обработки деталей. Умение управлять автоколебаниями в процессе обработки резанием является актуальной задачей при обеспечении заданной точности и производительности, а также при создании экономически оправданных технологических процессов обработки деталей.

Основными источниками возникновения автоколебаний при точении являются координатная связь и падающая нелинейная зависимость силы от скорости резания [1]. Координатная связь проявляется в том, что в общем случае под действием приложенной силы вершина резца стремится сместиться не только в направлении вектора силы, но и в ортогональном направлении. Это происходит из-за того, что жесткость инструментального узла различна по разным направлениям, т.е. существуют главные оси же-

сткости (оси V_1 и V_2), которые обычно не совпадают с координатными осями станка. На рисунке 1 приведена расчетная схема для математического описания колебательной системы.

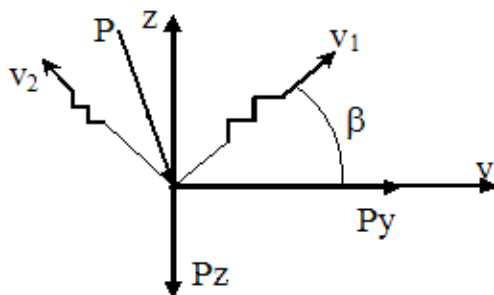


Рисунок 1 – Расчетная схема для описания колебаний

Рассмотрим одномассовую систему, в которой происходят колебания только одного элемента - токарного резца – вдоль главных осей V_1 и V_2 . Тогда уравнение движения представляет собой систему двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{V}_1 + G_1 \dot{V}_1 + C_1 V_1 = Py(V_\phi; t_\phi) \cdot \cos \beta - Pz(V_\phi; t_\phi) \cdot \sin \beta = P_1(V_\phi; t_\phi); \\ m_2 \ddot{V}_2 + G_2 \dot{V}_2 + C_2 V_2 = -Py(V_\phi; t_\phi) \cdot \sin \beta - Pz(V_\phi; t_\phi) \cdot \cos \beta = P_2(V_\phi; t_\phi) \end{cases} \quad (1)$$

где: $m_1; m_2, G_1, G_2, C_1, C_2$ – соответственно, приведенные массы резца, коэффициенты демпфирования и жесткости по осям $V_1; V_2; V_\phi$ – фактическая скорость резания; t_ϕ – фактическая глубина резания.

Ранее проведенными исследованиями были получены формулы для расчета тангенциальной и нормальной составляющих силы резания Pz и Py . Аналитическое выражение для расчета составляющей Pz , полученное аппроксимацией экспериментальных данных методом наименьших квадратов, для стали 40X [3] имеет вид:

$$Pz = Kt \cdot K_0 \cdot \left(\frac{a \cdot V \cdot k_1 + b \cdot k_2}{V^2 + f \cdot V \cdot k_5 + g \cdot k_6} + \frac{c \cdot k_3}{V} + d \cdot k_4 \right) \quad (2)$$

$$K_0 = (1.099 - 0.00166 \cdot \varphi) \quad K_t = 0.307 \cdot t^{0.852}$$

$$\begin{cases} a = 1998.6 \cdot S^{-0.172} \\ b = -43092 \cdot S^{-0.5179} \\ c = 2601.3 \cdot S^{0.8343} \\ d = 596.87 \cdot S^{0.9812} \\ f = -33.5 \cdot S^{-0.95} \\ g = 354 \cdot S^{-1.98} \end{cases} \quad \begin{cases} k_1 = 1.0756 \cdot e^{-0.00729 \cdot \gamma} \\ k_2 = 0.937 \cdot e^{0.00649 \cdot \gamma} \\ k_3 = 1.7054 \cdot e^{-0.0534 \cdot \gamma} \\ k_4 = 1.066 \cdot e^{-0.00639 \cdot \gamma} \\ k_5 = 0.583 \cdot e^{0.054 \cdot \gamma} \\ k_6 = 0.3816 \cdot e^{0.09634 \cdot \gamma} \end{cases}$$

Аналогичное выражение получено и для составляющей P_y .

Выражения (1) и (2) позволяет описать устойчивость системы на различных участках зависимости силы от скорости резания (Рис. 2). В частности при решении уравнения (1) можно сделать вывод, что технологическая система резец – деталь может терять устойчивость на падающем участке, т.е. появляются автоколебания.

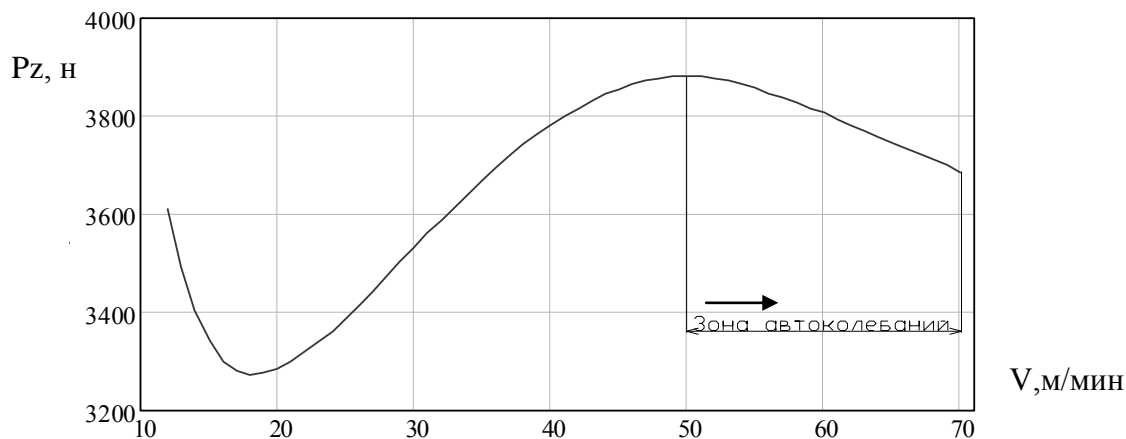


Рисунок 2 – Изменение составляющей силы резания P_z в зависимости от скорости резания V , при обработке стали 40X, $t=4$ мм, $S=0.49$ мм/об

Для расчета автоколебаний необходимо численными методами решать дифференциальное уравнение (1) при силе, полученной по формуле (2). Начальные условия для уравнения (1) можно выбирать произвольно, но для получения установившихся автоколебаний необходимо задаваться достаточно большим временем, что значительно увеличивает продолжительность расчета. Особенно это важно при колебаниях на границе устойчивости, когда колебания устанавливаются медленно. На рис. 3 приведен пример расчета фазового портрета при расчете установившегося движения. Время расчета переходного процесса (решение дифференциальных уравнений) на современной вычислительной технике составляет десятки минут. При этом реальное время обработки, за которое колебания устанавливаются, обычно не превышает 1 с.

Известно, что дифференциальные уравнения второго порядка обладают фильтрующими свойствами и даже при нелинейности силы резания колебания описываются законом, близким к моногармоническому по каждой из осей. Это подтверждается также и примерами расчетов (рис. 3). Учитывая это, нами разработан алгоритм получения первой гармоники установившихся колебаний, который основывается на методе гармонической линеаризации и позволяет исключить из расчетов переходный процесс, а, следовательно, значительно сократить время решения.

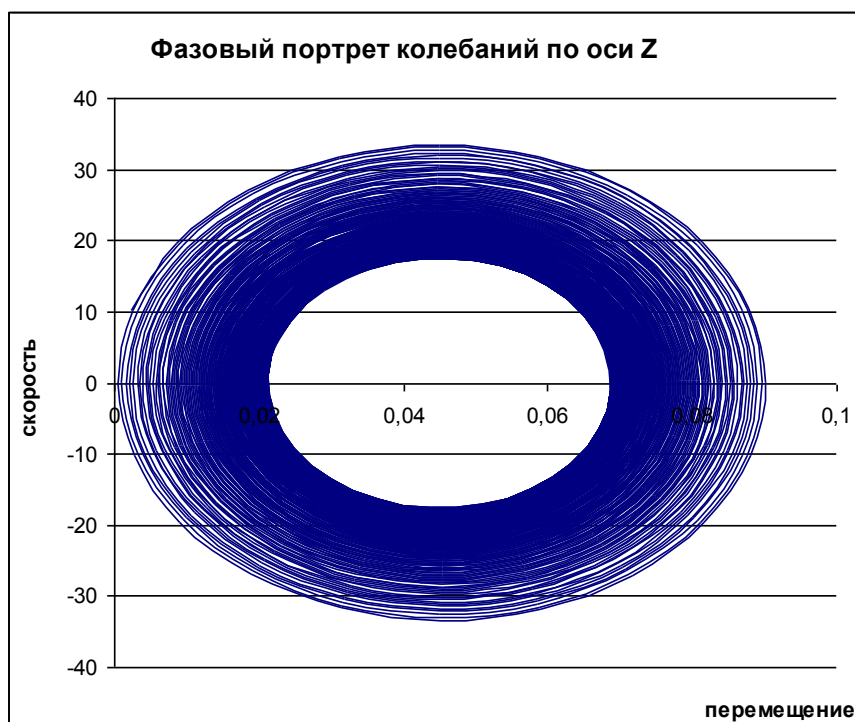


Рисунок 3 – Фазовый портрет колебаний при скорости резания $V = 100$ м/мин

Полагаем колебания по соответствующим осям моногармоническими с различными частотами:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= A_1 \sin \omega_1 \tau + V_{10}; & V_2 &= A_2 \sin(\omega_2 \tau + \varphi) + V_{20}; \\
 \dot{V}_1 &= A_1 \omega_1 \cos \omega_1 \tau; & \dot{V}_2 &= A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 \tau + \varphi); \\
 \ddot{V}_1 &= A_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 \tau; & \ddot{V}_2 &= A_2 \omega_2^2 \sin(\omega_2 \tau + \varphi),
 \end{aligned} \tag{3}$$

где A_i , ω_i , φ – соответственно, амплитуды, частоты и фаза колебания по осям V_1 и V_2 ; V_{10} , V_{20} – средние значения упругих отжатий (постоянная составляющая).

Колебания по осям z и y рассчитываются по формулам (см. рис. 1):

$$\begin{aligned}
 z &= V_2 \cos \beta + V_1 \sin \beta; & V_\phi &= V_0 + \dot{z} \\
 \dot{z} &= \dot{V}_2 \cos \beta + \dot{V}_1 \sin \beta; & t_\phi &= t_0 - y. \\
 y &= V_1 \cos \beta + V_2 \sin \beta;
 \end{aligned}$$

где V_ϕ и t_ϕ – фактические значения скорости и глубины резания с учетом колебаний.

Для поиска параметров колебаний ω_i , A_i , V_{i0} и φ можно использовать метод наименьших квадратов. Задав произвольными значениями параметров, рассчитываем значения правой и левой частей уравнений (1). Затем в соответствии с методом наименьших квадратов подбираем значения ω_i , A_i , V_{i0} и φ , обеспечивая приближенное выполнение равенств. При этом, критерием минимизации является выражение:

$$S = \sum_{\tau=0}^{\tau_k} [m_1 \ddot{V}_1 + G_1 \dot{V}_1 + C_1 V - P_1(V_\phi; t_\phi)]^2 + \sum_{\tau=0}^{\tau_k} [m_2 \ddot{V}_2 + G_2 \dot{V}_2 + C_2 V_2 - P_2(V_\phi; t_\phi)]^2 \quad (4)$$

Проблема поиска параметров колебаний с помощью метода наименьших квадратов заключается в том, что тривиальным минимумом критерия (4) являются значения $A_i = 0$. Именно к этому решению сходится поиск решения по умолчанию. Однако, это решение при наличии автоколебаний является неустойчивым: малейшие колебания параметров выводят систему из равновесия, вызывая переходной процесс, приведенный на рис. 3.

Для исключения тривиального неустойчивого решения можно использовать метод гармонической линеаризации. Составляющие силы резания также разлагаем в ряд Фурье с сохранением только первых гармоник:

$$P_z(V_0 + \dot{z}) = a_0 + a_1 \sin \omega \tau + b_1 \cos \omega \tau \quad (5)$$

где a_0, a_1, b_1 – коэффициенты разложения (гармонической линеаризации).

Аналогичная формула используется и для составляющей силы резания P_y . Коэффициенты разложения в формуле (5) зависят от амплитуд, фаз и частот колебаний из выражений (3). Подставим разложения (3) и (5) в уравнения (1); затем потребуем совпадения амплитуд синусных и косинусных составляющих в этих уравнениях. Эти выражения и позволяют численным методом найти значения параметров установившихся колебаний.

В настоящее время описанный подход полностью реализован для решения одномассовой задачи расчета колебаний вдоль оси Z . Программа реализована на языке VBA в среде табличного процессора Excel с использованием надстройки "Поиск решения". Время расчета установившихся колебаний на современной вычислительной технике не превышает нескольких секунд. Время получения этого решения из дифференциальных уравнений (1) может достигать десятков минут. Экспериментальная проверка показала адекватность модель реальному процессу течения.

В настоящее время проводится модернизация алгоритма для решения многомассовой задачи с колебаниями по различным осям.

Список использованных источников: 1. *Леонов С.Л.* Основы создания имитационных технологий прецизионного формообразования/ Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2006.-198 с. 2. *Кудинов В.А.* Динамика станков. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с. 3. *Белов Е.Б., Рябцева О.П., Леонов С.Л.* Прогнозирование автоколебаний при точении металлов/ «4-я Всероссийская научно-техническая конференция» Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Барнаул 2010.

Bibliography (transliterated): 1. Leonov S.L. Osnovy sozdaniya imitacionnyh tehnologij precizionnogo formoobrazovanija/ Alt. gos. tehn. un-t im. I.I. Polzunova. – Barnaul: Izd-vo AltGTU, 2006.-198 s. 2. Kudinov V.A. Dinamika stankov. – M.: Mashinostroenie, 1967. – 359 s. 3. Belov E.B., Rjabceva O.P., Leonov S.L. Prognozirovanie avtokolebanij pri tochenii metallov/ «4-ja Vserossijskaja nauchno-tehnicheskaja konferencija» Alt. gos. tehn. un-t im. I.I. Polzunova. – Barnaul 2010.