

ЛАВРИНЕНКО С.Н., канд. техн. наук, Харьков, Украина,
ЗАПОРОЖЧЕНКО Е.Е., канд. физ.-мат наук,
Днепропетровск, Украина;
САЗОНОВА М.С., канд. физ.-мат наук, Днепропетровск, Украина;
МАМАЛИС А.Г., д-р техн. наук, Афины, Греция

МОДЕЛЬ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИНЫ СРЕЗА ПРИ МИКРОФРЕЗЕРОВАНИИ МНОГОЗУБЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

У статті наведено аналітичний вираз для визначення товщини зрізу при мікрофрезеруванні з урахуванням циклоїдального руху ріжучих зуб'їв, наявності биття та нерівномірності подачі на зуб. Для узагальнення рівняння параметри процесу фрезерування (лінійна подача, швидкість обертання інструменту та його радіус) були об'єднані в єдиний безрозмірний параметр. Новий параметр дозволив аналітично визначити максимально можливу товщину стружки при тонкому фрезеруванні, а порівняльний аналіз розрахункових та експериментальних результатів показав високу точність і низький рівень помилок.

В статье приведено аналитическое выражение для определения толщины среза при микрофрезеровании с учетом циклоидального движения режущих зубьев, наличия биения и неравномерности подачи на зуб. Для обобщения уравнения параметры процесса фрезерования (линейная подача, скорость вращения инструмента и его радиус) были объединены в единый безразмерный параметр. Новый параметр позволил аналитически определить максимально возможную толщину стружки при тонком фрезеровании, а сравнительный анализ расчетных и экспериментальных результатов показал высокую точность и низкий уровень ошибок.

The article gives an analytical expression for determining of the cut thickness when considering micromilling cycloidal motion of the cutting teeth, the presence of heartbeat irregularity, and feed per tooth. To generalize the equation parameters of the process of milling (linear flow, the speed of the tool and its radius), have been combined into a single dimensionless parameter. A new parameter is analytically possible to determine the maximum possible thickness of the chip by thinmilling, and comparative analysis of calculated and experimental results showed high accuracy and low error rate.

Для підвищення ефективності процесу мікрофрезерування і якості поверхнового слоя готового изделия необхідно оптимізувати товщину срезаного слоя оброблюваного матеріала при його контролюєму напрямленому руйнуванні в процесі різання. При цьому особе

значение приобретает учет динамических особенностей и, в частности, изменения значения величины силы резания, являющейся функцией времени и влияющей на изменение толщины среза. Ряд авторов изучали толщину среза и толщину стружки при фрезеровании и предложили различные модели этого процесса [1-3].

Траектория i -того зуба при фрезеровании может быть описана, как:

$$x_i = \rho\theta + r_i \sin(\theta + \phi_i), \quad y_i = r_i \cos(\theta + \phi_i), \quad (1)$$

где $\rho = s / \omega = N_z s_z / 2\pi$ – радиус окружности, определяющей движение зуба по циклоиде; s – скорость продольной подачи материала; ω – окружная скорость фрезы; N_z – число зубьев; s_z – подача на зуб; r_i – радиус i -того зуба, учитывая биение; θ – мгновенный угол режущего инструмента; ϕ_i – угол между θ и i -тым зубом.

На рис. 1 показана схема траектории инструмента, и модель фрезы. Зубья инструмента могут иметь погрешность расположения и каждый зуб может иметь различный радиус. Уравнение (1) можно переписать в безразмерной форме, с помощью деления на номинальный радиус инструмента r :

$$X_i = \frac{x_i}{r} = \varepsilon\theta + \alpha_i \sin(\theta + \phi_i), \quad Y_i = \frac{y_i}{r} = \alpha_i \cos(\theta + \phi_i), \quad (2)$$

где $\varepsilon = \rho / r$ – безразмерный параметр; $\alpha_i = 1 + e_i$ – безразмерный радиус i -того зуба инструмента; e_i – биение i -того зуба с номинальным радиусом r .

Для остальных зубьев, не имеющих биения, безразмерная траектория определяется исключительно значением ε . Безразмерный параметр ε пропорционален линейной скорости подачи обрабатываемого материала, и обратно пропорционален скорости вращения инструмента и его радиусу. С увеличением ε траектория инструмента становится более удлиненной и толщина стружки увеличивается. Графики траектории инструмента для фрезы с двумя режущими зубьями с различными значениями ε представлены на рис. 2.

Толщина среза при фрезеровании определяется как расстояние между текущей и предыдущей траекторией зуба вдоль сегмента линии, соединяющей центр инструмента с острием текущего зуба. Рис. 2 в показывает, что для данного положения инструмента определение толщины стружки нарушено в связи с тем, что толщина среза измеряется не между текущей и предыдущей траекториями инструмента, а простирается за центр вращения инструмента. Чтобы правильно определить толщину стружки, параметр ε

должен быть уменьшенным настолько, чтобы текущий зуб пересекался с предыдущей траекторией зуба, как показано на рис.2 а и 2 б.

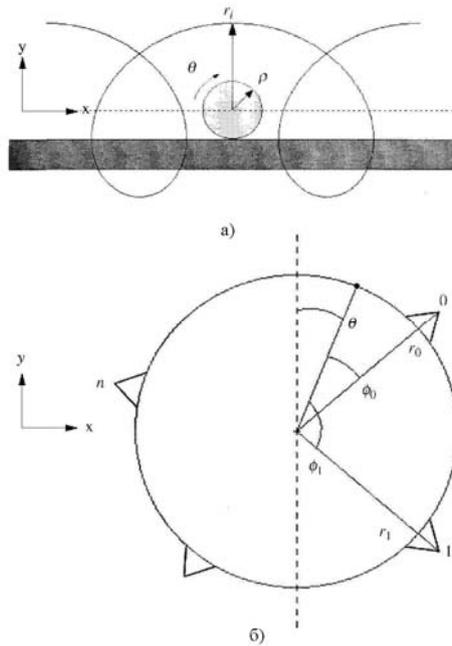


Рисунок 1 – Модель траектории зуба с радиусом r_i (а) и модель расположения режущих элементов фрезы (б).

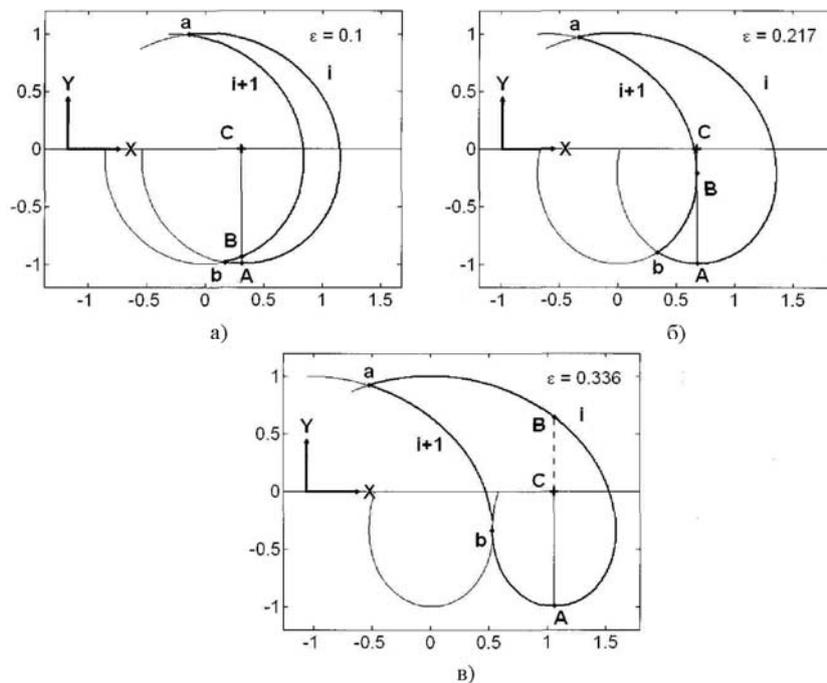


Рисунок 2 – Графики безразмерных траекторий инструмента при увеличении значений ε . А – вершина текущего зуба i ; В – точка мгновенного пересечения с траекторией предыдущего зуба Z_{i+1} ; С – центр вращения фрезы. Мгновенная толщина среза текущим зубом – сегмент линии АВ.

Предел образования стружки задан значением ε_{lim} , которое во всех положениях текущего зуба между входом и выходом стружки формирует определенную постоянную толщину среза. Хотя положения, показанные на рис. 2, кажутся произвольно выбранными, но результаты моделирования показывают начальное положение, при котором нарушается алгоритм определения толщины среза при дальнейшем увеличении параметра ε .

В качестве первой аппроксимации положения инструмента, показанного на рис. 2 б, предположим, что точка пересечения В расположена на линии $Y=0$. В определенный момент времени t_0 , зуб Z_{i+1} поворачивается вокруг оси $Y_{i+1} = 0$ на угол $\theta_0 + \phi_{i+1} = \pi/2$ и, далее, в момент времени t_i , режущий зуб Z_i поворачивается вокруг оси $Y_i = -a_i$ на угол $\theta_i + \phi_i = \pi$. Для этих двух местоположений значение координаты X будет одинаковым:

$$X_i(\theta_i) = X_{i+1}(\theta_{t_0}), \quad \varepsilon\theta_i + \alpha_i \sin(\theta_i + \phi_i) = \varepsilon\theta_{t_0} + \alpha_{i+1} \sin(\theta_{t_0} + \phi_{i+1}),$$

$$\varepsilon(\pi - \phi_i) + \alpha_i \sin(\pi) = \varepsilon\left(\frac{\pi}{2} - \phi_{i+1}\right) + \alpha_{i+1} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad \varepsilon\left(\frac{\pi}{2} + \phi_{i+1} - \phi_i\right) = \alpha_{i+1}. \quad (3)$$

Как видно из уравнения (3), ограничивающее значение ε является функцией разницы углов между зубьями, и эта величина увеличивается при уменьшении расстояния между зубьями. Равномерно расположенные зубья имеют одинаковый угол между всеми вершинами, $\phi_{i+1} - \phi_i = 2\pi / N_t$, а в случае неравномерного расположения зубьев наибольшая разница в расстоянии между вершинами двух соседних зубьев, должна быть использована для определения ε_{lim} . Кроме того, на ε_{lim} влияет радиальное биение корпуса фрезы. Поэтому наименьший безразмерный радиус должен быть использован для определения значения α_{i+1} . В итоге, если ε_{lim} выразить через $N_t f_t / 2\pi r$, и предполагая равномерное расположение зубьев, получим:

$$(f_t / r)_{\text{lim}} = 2\pi\alpha_{i+1} / (N_t(\pi/2 + \phi_{i+1} - \phi_i)) = \alpha_{i+1} / (N_t / 4 + 1). \quad (4)$$

Важно отметить, что выражение $(f_t / r)_{\text{lim}}$ остается зависимым от числа зубьев, несмотря на то, что величина f_t / r не зависит от количества зубьев.

В действительности, пересечение происходит в точке В, когда зуб Z_{i+1} , имеет нулевую скорость в направлении оси X:

$$\frac{d(X_{i+1})}{d\theta} = \varepsilon + \alpha_{i+1} \cos(\theta_{t_0} + \phi_{i+1}) = 0, \quad \theta_{t_0} + \phi_{i+1} = \arccos\left(-\frac{\varepsilon}{\alpha_{i+1}}\right). \quad (5)$$

Следующий зуб Z_i продолжает вращаться и X -координаты этих двух точек совпадают:

$$\begin{aligned}
X_i(\theta_{i+1}) &= X_{i+1}(\theta_i), \quad \varepsilon\theta_{i+1} + \alpha_i \sin(\theta_{i+1} + \phi_i) = \varepsilon\theta_i + \alpha_{i+1} \sin(\theta_i + \phi_{i+1}), \\
\varepsilon(\pi - \phi_i) + \alpha_i \sin(\pi) &= \varepsilon \left[\arccos\left(-\frac{\varepsilon}{\alpha_{i+1}}\right) - \phi_{i+1} \right] + \alpha_{i+1} \sin \left[\arccos\left(-\frac{\varepsilon}{\alpha_{i+1}}\right) \right], \\
\varepsilon \left[\pi - \arccos\left(-\frac{\varepsilon}{\alpha_{i+1}}\right) + \phi_{i+1} - \phi_i \right] &= \alpha_{i+1} \sin \left[\arccos\left(-\frac{\varepsilon}{\alpha_{i+1}}\right) \right], \\
\varepsilon_{\text{lim}} &= \frac{\alpha_{i+1} \sin \left[\arccos(-\varepsilon / \alpha_{i+1}) \right]}{\left[\pi - \arccos(-\varepsilon / \alpha_{i+1}) + \phi_{i+1} - \phi_i \right]}. \tag{6}
\end{aligned}$$

Уравнение (6) позволяет численно определить значение ε_{lim} для определенной разницы углов $\phi_{i+1} - \phi_i$, а также дает возможность определить погрешность, если зубья фрезы расположены неравномерно.

Расчетная толщина стружки для текущего зуба H_i – это расстояние между текущей и предыдущей траекторией зуба вдоль сегмента линии, соединяющей центр инструмента с острием текущего зуба, обозначенное на рис. 2 как AB :

$$\begin{aligned}
H_i &= |AB| = |AC| - |BC| = \alpha_i - |BC|. \\
H_i &= \alpha_i - \sqrt{(X_{i+1}(\theta_{t_0}) - X_C(\theta_{t_1}))^2 + (Y_{i+1}(\theta_{t_0}) - Y_C(\theta_{t_1}))^2}, \\
H_i &= \alpha_i - \sqrt{\varepsilon^2(\theta_{t_0} - \theta_{t_1})^2 + 2\varepsilon\alpha_{i+1}(\theta_{t_0} - \theta_{t_1})\sin(\theta_{t_0} + \phi_{i+1}) + \alpha_{i+1}^2}, \tag{7}
\end{aligned}$$

где $|AC|$ и $|BC|$ - расстояния между точками A и C , и B и C , соответственно (см рис. 2), а X_C и Y_C – координаты центра инструмента ($Y_C=0$ всегда при отсутствии вибрации инструмента, которая в данной модели не учитывается). Как представлено в [2], отношение между θ_{t_0} и θ_{t_1} может быть переписано в безразмерной форме:

$$\varepsilon(\theta_{t_1} - \theta_{t_0}) \cos(\theta_{t_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1} \sin \left[(\theta_{t_1} + \phi_i) - (\theta_{t_0} + \phi_{i+1}) \right] = 0. \tag{8}$$

Синусоидальное выражение в уравнении (8) содержит разницу между угловым положением текущего режущего зуба $\theta_{t_1} + \phi_i$, и первого выбранного зуба $\theta_{t_0} + \phi_{i+1}$. При этом следует отметить, что даже при больших значениях угловых параметров расположения зубьев эта разница является

очень малой, что позволяет приблизительно принять $\sin\theta \approx \theta$ и, следовательно:

$$\varepsilon(\theta_{i_1} - \theta_{i_0}) \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1} \sin(\theta_{i_1} + \phi_i - \theta_{i_0} - \phi_{i+1}) = 0,$$

$$\theta_{i_0} (\varepsilon \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1}) = \theta_{i_1} \varepsilon \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1} (\theta_{i_1} + \phi_i - \phi_{i+1}),$$

$$\theta_{i_0} = \frac{\theta_{i_1} \varepsilon \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1} (\theta_{i_1} + \phi_i - \phi_{i+1})}{\varepsilon \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1}},$$

$$\theta_{i_0} = \frac{\theta_{i_1} (\varepsilon \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1}) + \alpha_{i+1} (\phi_i - \phi_{i+1})}{\varepsilon \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + \alpha_{i+1}},$$

$$\theta_{i_0} = \theta_{i_1} - \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{(\varepsilon / \alpha_{i+1}) \cos(\theta_{i_1} + \phi_i) + 1}. \quad (9)$$

Подставляя уравнение (9) в уравнение (7), получаем аналитическое выражение для расчета безразмерной толщины среза при микрофрезеровании многозубым инструментом, представленное как функция безразмерного параметра ε , безразмерного радиуса инструмента α в выражениях текущего углового положения режущего зуба, θ_{i_1} .

Выводы:

1) Разработана усовершенствованная модель аналитического определения толщины среза при микрофрезеровании.

2) При помощи уравнения, описывающего движение инструмента в безразмерном виде, получено аналитическое выражение для определения значения предельной толщины срезаемого слоя материала зубом инструмента.

Список использованных источников: 1. *Sabberwal A.* Chip section and cutting force during the milling operation // Ann CIRP, 1961. – 10(1). – P. 197–203. 2. *Spiewak S.* Improved model of the chip thickness in milling // Ann CIRP, 1995. – 44(1). – P. 39–42. 3. Моделирование площади среза режущими кромками лезвийного инструмента в зависимости от величины подачи, глубины резания и геометрии лезвия / *Лавриненко С.Н., Кулинич Г.В., Сазонова М.С.* // Сучасні технології в машинобудуванні: зб. наук. праць.– Х.:НТУ"ХПІ", 2010. – Вип. 4. – С. 143–148.