

УДК 004.08: 519.1

*С.А. НЕСТЕРЕНКО*, д-р техн. наук,  
*Ан.О. СТАНОВСЬКИЙ*,  
*А.В. ТОРОПЕНКО*, Одеса, Україна

## **МЕТОД ДІАГНОСТИКИ СТАНУ СТРУКТУРИ СКЛАДНОГО ОБ'ЄКТА МАШИНОБУДУВАННЯ**

Розроблений метод діагностики стану складних резервованих вузлів машинобудування (каркаси, рами, верстатний парк, тощо.), структура яких піддається ушкодженням на протязі життєвого циклу. Метод, заснований на реалізації прихованої марковської моделі та обчисленні ентропії взаємозалежних систем, забезпечує дослідника додатковою діагностичною інформацією, яка має високий ступінь вірогідності.

Разработан метод диагностики состояния сложных резервированных узлов машиностроения (каркасы, рамы, станочный парк и т.д.), структура которых испытывает повреждения в течение жизненного цикла. Метод, основанный на реализации скрытой марковской модели и вычислении энтропии взаимозависимых систем, обеспечивает исследователя дополнительной диагностической информацией, которая имеет высокую степень достоверности.

The method of preliminary treatment of a difficult redundant knots of mechanical engineering (frameworks, frames, machine park, etc.) condition which structure experiences damages during life cycle is developed. The method based on realization of hidden Markov model and calculation of dependent systems entropy, provides the researcher with additional diagnostic information which has high degree of reliability.

**Вступ.** В практиці експлуатації складних металевих конструкцій зустрічаються ситуації, коли частина такої конструкції з будь-яких причин недоступна безпосередньому спостереженню. Прикладом таких об'єктів є частково занурені у воду або закопані в землю конструктивні елементи мостів та інших споруд, недоступні за віддаленністю частини систем транспорту, зв'язку, тощо. В цьому випадку для діагностики всієї системи залишається задовільнятися тільки даними, одержаними від доступних для

моніторингу частин конструкцій, сподіваючись, що на їхній стан так або інакше відбивається стан неспостережуваної частини.

**Аналіз літературних даних і постановка проблеми.** Розглянемо деякий складний об'єкт у вигляді чорного ящика, інформація про стан структури якого частково або повністю прихована від спостерігача. Нехай на виході об'єкта є деяка довільна (не обов'язково прямо пов'язана з його структурою) інформація, перетворюючи яку за допомогою деякого «Методу розкриття невизначеності» можна одержати відображення структури об'єкта у вигляді її моделі, наприклад, зваженого графа.

У цьому випадку виникає природне запитання про точність методу й про адекватність моделі, а також про доступну для оцінки міри цих характеристик. Представимо процес моделювання прихованої структури у вигляді ланцюжка «Передавач → Канал зв'язку → Приймач» (рис. 1).

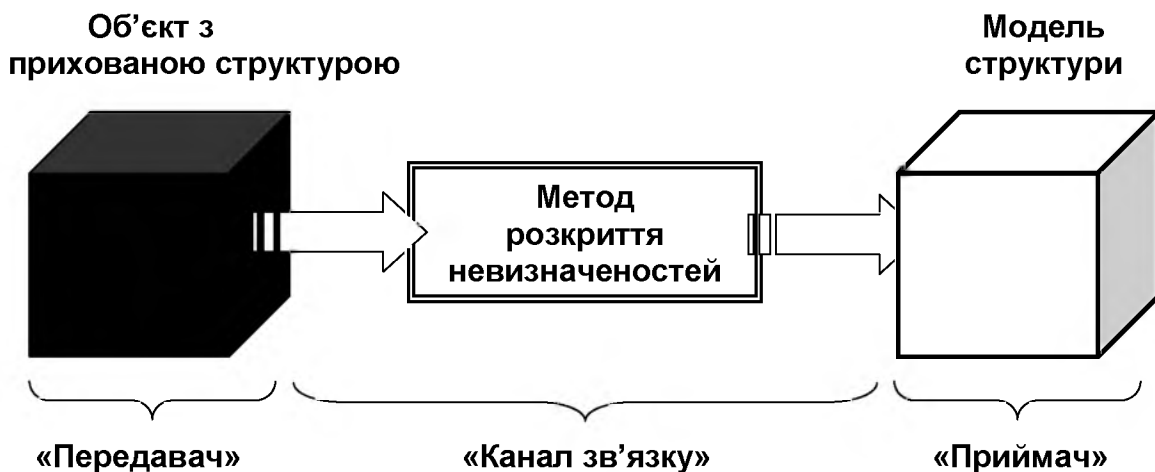


Рисунок 1 – Схема представлення процесу моделювання прихованої структури у вигляді ланцюжка «Передавач → Канал зв'язку → Приймач»

Використаємо для цього математичний апарат взаємної ентропії або ентропії об'єднання. Він призначений для розрахунків ентропії взаємозалежних систем (ентропії спільної появи статистично залежних повідомлень) і позначається  $H(AB)$ , де  $A$  характеризує передавач, а  $B$  – приймач [1].

**Основний матеріал.** Взаємозв'язок переданих і отриманих сигналів описується ймовірностями спільних подій  $p(a_i b_j)$ , і для повного опису

характеристик каналу потрібна тільки одна матриця:

	$b_1$	$b_2$	...	$b_j$	...	$b_m$
$a_1$	$p(a_1b_1)$	$p(a_1b_2)$	...	$p(a_1b_j)$	...	$p(a_1b_m)$
$a_2$	$p(a_2b_1)$	$p(a_2b_2)$	...	$p(a_2b_j)$	...	$p(a_2b_m)$
...	...	...	...	...	...	...
$a_i$	$p(a_ib_1)$	$p(a_ib_2)$	...	$p(a_ib_j)$	...	$p(a_ib_m)$
...	...	...	...	...	...	...
$a_m$	$p(a_mb_1)$	$p(a_mb_2)$	...	$p(a_mb_j)$	...	$p(a_mb_m)$

Для нашого випадку, коли описується не гіпотетичний канал, а в цілому взаємодіючі системи, матриця не обов'язково повинна бути квадратною. Очевидно, сума всіх елементів стовпця з номером  $j$  дає  $p(b_j)$ , сума рядка з номером  $i$  є  $p(a_i)$ , а сума всіх елементів матриці дорівнює 1. Спільна ймовірність  $p(a_ib_j)$  подій  $a_i$  і  $b_j$  обчислюється як добуток вихідної та умовної ймовірностей:

$$p(a_ib_j) = p(a_i) \cdot p(b_j|a_i) = p(b_j) \cdot p(a_i|b_j). \quad (1)$$

Умовні ймовірності розраховуються за формулою Байєса. Формула Байєса дозволяє «переставити причину та наслідок»: по відомому факту події обчислити ймовірність того, що вона була викликана даною причиною.

Події, що відбивають дію «причин», у цьому випадку звичайно називають *гіпотезами*, оскільки вони – *передбачувані* події, що обумовили дані.

Безумовну ймовірність справедливості гіпотези називають *апріорною* (наскільки ймовірна причина *взагалі*), а умовну – з урахуванням факту події, що відбулася, – *апостеріорною* (наскільки ймовірною причина виявилася з урахуванням даних про подію).

Формула Байєса є важливим наслідком з формули повної ймовірності події, що залежить від *декількох* неспільних гіпотез (і тільки від них!):

$$P(B) = \sum_{i=1}^N P(A_i)P(B|A_i). \quad (2)$$

де  $P(B)$  – імовірність настання події  $B$ , що залежить від ряду гіпотез  $A_i$ , якщо відомі ступені вірогідності цих гіпотез (наприклад, виміряні експериментально).

В неідеальній моделі про ізоморфність подій  $A$  и  $B$  можна судити тільки з деякою ймовірністю, меншою за 1. Більше того, різниця між 1 та цією ймовірністю –  $(1 - P(B))$  – може служити мірою адекватності моделі та точності всього методу моделювання.

Таким чином, є всі дані для обчислення ентропій джерела та приймача:

$$H(A) = -\sum_i \left( \sum_j p(a_i b_j) \log \sum_j p(a_i b_j) \right), \quad (4)$$

$$H(B) = -\sum_j \left( \sum_i p(a_i b_j) \log \sum_i p(a_i b_j) \right). \quad (5)$$

Взаємна ентропія обчислюється послідовним підсумовуванням по рядках (або по стовпцях) усіх ймовірностей матриці, помножених на їхній логарифм:

$$H(AB) = -\sum_i \sum_j p(a_i b_j) \log p(a_i b_j). \quad (6)$$

Одиниця вимірювання – біт/два символи, це пояснюється тим, що взаємна ентропія описує невизначеність на парі символів: відправленого й отриманого. Шляхом нескладних перетворень також одержуємо:

$$H(AB) = H(A) + H(B|A) = H(B) + H(A|B). \quad (7)$$

Таким чином, якщо структура моделі повністю відтворює структуру реального об'єкта (тобто модель ізоморфна об'єкту моделювання), то можна вважати, що «канал зв'язку», який відіграє роль метода моделювання працює без помилок.

В цьому випадку ймовірність вилучення деякого елемента моделі

дорівнює ймовірності відмови ізоморфного елемента об'єкта, а матриця взаємної ентропії буде діагональною:

$$H(AB) = \begin{matrix} & & b_1 & b_2 & \dots & b_j & \dots & b_m \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_i \\ \dots \\ a_m \end{matrix} & & p(a_1 b_1) & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & 0 & p(a_2 b_2) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & 0 & 0 & \dots & p(a_i b_j) & \dots & 0 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & p(a_m b_m) \end{matrix}.$$

Якщо модель неідеальна («канал зв'язку» має завади), то діагональ матриці  $H(AB)$  «розмивається» тим більше, чим менш точний процес моделювання. Таке розмиття, таким чином, є мірою адекватності моделі та точності всього методу моделювання.

Якщо експериментально встановлено, що модель адекватна, можна переходити до побудови заснованої на цій моделі системи підтримки прийняття рішень при автоматизованому проектуванні складного технічного об'єкта.

Розглянемо роботу метода на прикладі проектування складного машинобудівного об'єкта. Розглянемо структуру об'єкта, яка має початковий (неушкоджений) стан та піддається різного роду пошкодженням (вилученням вузлів та (або) зв'язків) на протязі життєвого циклу.

Будемо вважати, що частина таких пошкоджень очевидна в тому сенсі, що її не треба спеціально досліджувати, а інша частина потребує діагностування. Виконаємо математичну формалізацію структури такого складного об'єкта машинобудування із пошкодженнями. Для цього виділимо у формалізуємому об'єкті машинобудування деяку скінченну множину вузлів і зв'язків.

Назвемо виділену множину «початковим станом» і представимо його у вигляді початкового графа  $H_{\text{поч}}$  відповідної до об'єкта структури. Хай для цього графа матриця суміжності має вигляд, представлений на рис. 2.

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	1	0	1	0	1
5	1	1	1	1	0

Рисунок 2 – Матриця суміжності початкового графа  $\mathbf{H}_{\text{поч}}$ 

Відповідний математичний вираз для початкового графа структури складного об'єкта має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{поч}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Розіб'ємо елементи складного об'єкта машинобудування на дві множини двома способами:

– при розбитті першим способом створюються такі множини: елементи складного об'єкта машинобудування неушкоджені (не відмовили); елементи складного об'єкта ушкоджені (відмовили);

– другий спосіб створює такі множини: елементи складного об'єкта машинобудування доступні для безпосередньої оцінки їх належності до множин першого способу (доступні до спостереження); елементи складного об'єкта машинобудування не доступні для безпосередньої оцінки їх належності до множин першого способу (потребують діагностики структурної надійності).

Ушкодження реального складного об'єкта у вигляді видалення вузлів і (або) зв'язків складного об'єкта відіб'ється на ізоморфному йому графові видаленням відповідних вершин або ребер (рис. 3).

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	1	0	1	0	1
5	0	1	1	1	0

Рисунок 3 – Матриця суміжності графа складного об'єкта з ушкодженим зв'язком

Математичний вираз для графа з ушкодженим зв'язком має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{пзв}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Математичний вираз для графа структури складного об'єкта із ушкодженим вузлом має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{пвуз}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Тепер перейдемо до елементів об'єкта, які належать до множини таких, що потребують діагностування. В такому об'єкті матриця суміжності має вигляд, представлений на рис. 4. Істотною відмінністю цієї матриці від попередніх є те, що на позиціях, відповідних до діагностуємих елементів, у неї розміщуються не 1 або 0, а ймовірності того, що цей елемент ще існує, тобто не був пошкоджений та не відмовив під час експлуатації об'єкта.

	1	2	3	4	5
1	0	$p_{12}$	0	$p_{14}$	$p_{15}$
2	$p_{21}$	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	$p_{41}$	0	1	0	1
5	$p_{51}$	1	1	1	0

Рисунок 4 – Матриця суміжності початкового графа частково недоступного для моніторингу об'єкта

Відповідний математичний вираз для початкового графа діагностуємого об'єкта має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{поч}} = \begin{pmatrix} 0 & p_{12} & 0 & p_{14} & p_{15} \\ p_{21} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ p_{41} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ p_{51} & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Метод, який викладено вище, був використаний при побудові загальної системи підтримки прийняття рішень при проектуванні та експлуатації складних систем [2].

**Висновок.** Розроблений метод діагностики стану складних машинобудівних систем, структура яких зазнає ушкодження протягом життєвого циклу. Метод, заснований на реалізації прихованої марковської моделі, забезпечує дослідника систем додатковою діагностичною інформацією, що має високий ступінь вірогідності. Це дозволяє рекомендувати його для застосування в широкому спектрі прикладень.

**Список використаних джерел:** 1. Энтропия сигналов [электронный ресурс]. – Режим доступа: <<http://xreferat.ru/33/686-1-entropiya-signalov.html>>. – 11.10.2012.  
2. Нестеренко С.А. Оценка состояния сетевых структур с латентными элементами с помощью скрытых марковских моделей / С.А. Нестеренко, Д.А. Пурич, Ан.А. Становский // Материалы XIX-й Международной конференции «Автоматика – 2012». – Киев: УНУХТ, 26 – 28 сентября 2012. – С. 231.