

УДК 519.87

Д.С. БІРЮКОВ, канд. техн. наук, головний консультант,
Національний інститут стратегічних досліджень, Київ,
О.В. ЗАСЛАВСЬКА, фахівець, Київський національний університет
ім. Тараса Шевченка, Київ

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ІНФРАСТРУКТУРИ АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ ЗАГАЛЬНОГО КОРИСТУВАННЯ

В роботі розглядається формальна постановка задачі дискретної оптимізації спеціального виду, яка виникає при розміщенні об'єктів інфраструктури автомобільних доріг загального користування. Специфіка задачі та алгоритму її розв'язування пов'язана із властивостями цільової функції, наявністю булевих та цілочисельних змінних, нелінійних функцій в обмеженнях та інтервальних обмежень на значення цілочисельних змінних. Запропонована загальна схема декомпозиційного алгоритму розв'язування задачі. Лл.: 1. Бібліограф.: 12 назв.

Ключові слова: дискретна оптимізація, декомпозиційний алгоритм, цільова функція, розміщення об'єктів інфраструктури.

Постановка проблеми та аналіз літератури. Розвиток мережі автомобільних доріг загального користування є одним зі стимулюючих механізмів економічного зростання як окремих регіонів, так і держави в цілому [1]. Ефективність дорожньої мережі залежить від охопленості територій дорогами, стану дорожнього полотна, безпеки руху, наявності придорожньої інфраструктури. Саме об'єкти придорожньої інфраструктури (заклади харчування та відпочинку, пункти медичної допомоги, станції технічного обслуговування, АЗС) створюють зручні умови користування автошляхами. Будівництво цих об'єктів, як правило, пов'язано з проведенням інфраструктурних мереж (лінії електропередачі, водопровід, зв'язок), аналізом попиту на послуги, що планується надавати в таких об'єктах, і, відповідно, розрахунком "потужності" об'єктів.

Таким чином, в умовах обмеженості ресурсів виникають задачі оптимального планування розвитку придорожньої інфраструктури автомобільних доріг. В залежності від типу об'єктів придорожньої інфраструктури їх розміщення здійснюється виходячи з певних критеріїв та вимог (наприклад, при розміщенні АЗС [2]). Причому вартість розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури складається з фіксованої (витрати на створення інфраструктурних мереж) та змінної (в залежності від кількості об'єктів) складових.

Дослідженню проблем оптимального розміщення ресурсів

© Д.С. Бірюков, О.В. Заславська, 2014

присвячені численні роботи вітчизняних та зарубіжних вчених. Велика розмірність та специфіка задач вимагає використання при їх розв'язуванні декомпозиційних підходів [3], усунення з розгляду тих частин області допустимих розв'язків, що гарантовано не містять оптимального розв'язку задачі [4], використання метаевристичних алгоритмів [5]. Як правило задачі оптимального розміщення ресурсів, вибору параметрів розбудови об'єктів, планування робіт, прийняття рішень про розміщення об'єктів в кожному конкретному випадку мають характерні особливості, що враховуються при формалізації у вигляді задач оптимізації та при розробці алгоритмів їх розв'язування [6 – 10].

Вказані особливості задачі розміщення придорожньої інфраструктури впливають на вигляд математичної постановки, яка виявляється схожою із задачею про посередника через використання булевих та цілочисельних змінних, обмежених на інтервалах, нелінійної цільової функції [11]. Тому для розв'язування даної задачі був розроблений декомпозиційний алгоритм, подібний до запропонованого в роботі [12].

Мета дослідження – розробити формальну постановку задачі про оптимальне розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури в класі задач дискретної оптимізації та декомпозиційний алгоритм її розв'язування.

Формальна постановка задачі. Нехай задані місця можливого розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури. Кожному місцю відповідає деякий номер $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$. Дискретна природа множини місць розміщення пов'язана як з об'єктивною можливістю будівництва на територіях, так і з проведенням попереднього евристичного (експертного) аналізу. Для кожного місця можливим є будівництво об'єктів придорожньої інфраструктури (АЗС, СТО, готелі, ресторани) різного типу $k \in K = \{1, 2, \dots, k^*\}$.

Позначимо x_i^k – цілочисельна змінна, що визначає "потужність" надання послуги чи сервісу виду $k \in K$ на об'єкті $i \in I$ (з заданої скінченної множини $X_i^k = [\alpha_i^k, \beta_i^k] \subset Z_+$, де $0 < \alpha_i^k < \beta_i^k$), та C_i^k – вартість будівництва одиниці "потужності" об'єкту.

Позначимо δ_i^k – булева змінна, що приймає значення 1, якщо на пункті $i \in I$ розміщено об'єкт типу $k \in K$, та 0 в протилежному випадку. На кожному з місць розміщення можуть бути побудовані одночасно декілька різних типів об'єктів, або не побудовано жодного.

Кожне місце розміщення $i \in I$ характеризується набором

показників: C_i^0 – вартість спорудження інфраструктурних мереж (ліній електропередачі, підключення до водовідводу та мережі газопостачання), s_i^k – очікуваний попит на послугу $k \in K$ в пункті $i \in I$ (в одиницях вимірювання "потужності" об'єкту).

Нехай вся мережа автомобільних доріг розбита на окремі маршрути, та задані множини W_h , $h \in H = \{1, 2, \dots, h^*\}$, в які входять як елементи номери пунктів $i \in I$.

При розміщенні об'єктів придорожньої інфраструктури вони починають "конкурувати" між собою. Тому доцільно враховувати значення d_h^k – очікуване (за статистичними даними) або оцінене (за експертним судженням) споживання послуг кожного виду $k \in K$ на маршрутах $h \in H$.

В цілях поступового соціально-економічного розвитку територій, покращення умов подорожування автомобільними шляхами України, доцільно розглядати розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури виходячи з таких міркувань. Об'єкти придорожньої інфраструктури мають:

- в середньому (за очікуваними характеристиками пасажиропотоків) задовольняти потреби усіх користувачів (людей, що подорожують автодорогами, та водіїв автотранспорту) за всіма послугами;
- покривати територіально всі автодороги загального користування;
- бути прибутковими, тобто конкурувати, проте при рівноймовірному надходженні клієнтів приносить прибуток не менший за встановлену межу.

Задачу розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури можна формалізувати в класі задач дискретної оптимізації таким чином.

Мінімізувати вартість розбудови придорожньої інфраструктури

$$\sum_{i \in I} \left(C_i^0 \vee_{k \in K} \delta_i^k + \sum_{k \in K} C_i^k \delta_i^k x_i^k \right) \rightarrow \min \quad (1)$$

при умові виконання обмежень:

$$\sum_{i \in W_h} \delta_i^k x_i^k \geq d_h^k, \quad k \in K, \quad h \in H, \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} p_k \min(s_i^k, \delta_i^k x_i^k) \geq \alpha \left(C_i^0 \vee_{k \in K} \delta_i^k + \sum_{k \in K} C_i^k \delta_i^k x_i^k \right), \quad i \in I, \quad (3)$$

$$\delta_i^k \in \{0,1\}, \quad x_i^k \in X_i^k, \quad k \in K, \quad i \in I, \quad (4)$$

де p_k – очікуваний розмір прибутку, що принесе одиниця "потужності" на об'єкті типу $k \in K$ за весь час його функціонування; $\alpha > 1$ – деяке задане значення, що встановлює нижню допустиму границю прибутковості.

В (3) оператор \min використовується через те, що фізично при меншому попиту пропозиція, що його перевищить, буде надлишковою.

При виконанні умов (2) загальний очікуваний прибуток від розбудови інфраструктури складатиме величину

$$\sum_{k \in K} p_k \sum_{h \in H} \min(d_h^k, \sum_{i \in W_h} \delta_i^k x_i^k). \quad (5)$$

Якщо усунути обмеження (2), то можна було б розглядати задачу максимізації (5) при обмеженні на розмір використання коштів:

$$\sum_{i \in I} \left(C_i^0 + \sum_{k \in K} \delta_i^k + \sum_{k \in K} C_i^k \delta_i^k x_i^k \right) < C, \quad (6)$$

де C – задане значення.

Модель (1) – (4) є задачею дискретної оптимізації з цілочисельними та булевими змінними, складність якої викликана:

– властивостями функцій в (1) та (3), які є нелінійними щодо змінних $\delta_i^k, x_i^k, k \in K, i \in I$;

– наявністю балансних обмежень (2);

– використанням оператора \min в (3);

– наявністю обмежень на змінні x_i^k на інтервалах $[\alpha_i^k, \beta_i^k], k \in K, i \in I$.

Алгоритм розв'язування задачі. Структурні особливості задачі (1) – (4) дозволяють звести її до задачі про посередника [3], для якої в [4] запропоновано швидкий декомпозиційний алгоритм.

Робота декомпозиційного алгоритму полягає в поступовому формуванні підзадач при фіксованих значеннях змінних $\delta_i^k, k \in K, i \in I$. Процедура формування підзадач виконує наступні операції:

– рекурсивно добудовує набір значень булевих змінних, на кожному рівні рекурсії, утворюючи варіанти наборів зі значеннями 1 чи 0 для наступної в наборі змінної;

– усуває з розгляду підзадачі, які не мають допустимих розв'язків, та такі, що гарантовано не покращать найкращий поточний розв'язок.

Усунення з розгляду підзадач здійснюється на основі використання простих для обчислення тверджень. Цей процес може бути

сформульований в термінах обчислення допусків та усунення родових підмножин, що використовуються в методі послідовного аналізу варіантів [4]. Усунення з розгляду підзадач, оптимальний розв'язок яких гарантовано не покращать найкращий поточний розв'язок вихідної задачі, є аналогією з обчисленням обмежень за цільовою функцією в методі послідовного аналізу варіантів.

Принципова відмінність запропонованого підходу полягає в висуванні вимоги про наявність швидкого алгоритму розв'язування підзадач. Такі алгоритми було запропоновано в роботах [11, 12] для відповідних підзадач.

Будемо позначати фіксовані значення булевих змінних: $\mathcal{S}_i^k, k \in K, i \in I$. Введемо такі допоміжні позначення: $I^* = \{i \in I \mid \bigvee_{k \in K} \mathcal{S}_i^k = 1\}$ – підмножина індексів з I , для яких значення хоча б однієї булевої змінної зафіксовано 1; $K_i^* = \{k \in K \mid \mathcal{S}_i^k = 1\}$ – підмножина індексів з K , для яких значення відповідних булевих змінних зафіксовані 1; $W_h^* = I^* \mathbf{I} W_h, h \in H$.

Тоді для випадку задачі оптимізації (1) – (4), при застосуванні процедури формування підзадач, отримуємо підзадачі такого виду:

$$\sum_{i \in I^*} \sum_{k \in K_i^*} C_i^k x_i^k \rightarrow \min \quad (7)$$

при умові виконання обмежень:

$$\sum_{i \in W_h^*} \tilde{\delta}_i^k x_i^k \geq d_h^k, k \in K, h \in H, \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K_i^*} (q_k \min(s_i^k, x_i^k) - C_i^k x_i^k) \geq D_i^0, i \in I, \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I^*} \sum_{k \in K_i^*} C_i^k x_i^k < C_0, \quad (10)$$

$$x_i^k \in X_i^k, k \in K_i^*, i \in I^*, \quad (11)$$

де $D_i^0 = C_i^0 \bigvee_{k \in K} \mathcal{S}_i^k$, $q_k = p_k / \alpha$, C_0 – різниця між найменшим значенням цільової функції (1), отриманим для попередніх підзадач, та $\sum_{i \in I} \bigvee_{k \in K} \mathcal{S}_i^k C_i^0$.

Усунення підзадачі (перевірки коректності набору $\mathcal{S}_i^k, k \in K, i \in I$) здійснюється за умови порушення хоча б однієї з таких нерівностей:

$$\sum_{i \in W_h^*} \tilde{\delta}_i^k \beta_i^k \geq d_h^k, \quad k \in K, \quad h \in H, \quad (12)$$

$$\sum_{i \in I^*} \sum_{k \in K_i^*} C_i^k \alpha_i^k < C_0, \quad (13)$$

$$\sum_{k \in K} \tilde{\delta}_i^k (q_k - C_i^k) x_i^k < D_i^0 \quad \text{для } \forall x_i^k \in [\alpha_i^k \dots s_i^k], \quad k \in K_i^*. \quad (14)$$

Якщо хоча б одна з умов (12) – (14) не виконується, то такий набір значень булевих змінних δ_i^k , $k \in K$, $i \in I$ не дозволить сформулювати підзадачу, розв'язок якої покращує значення, отримане для попередніх підзадач.

На рис. представлена загальна схема розв'язування задачі (1) – (4).

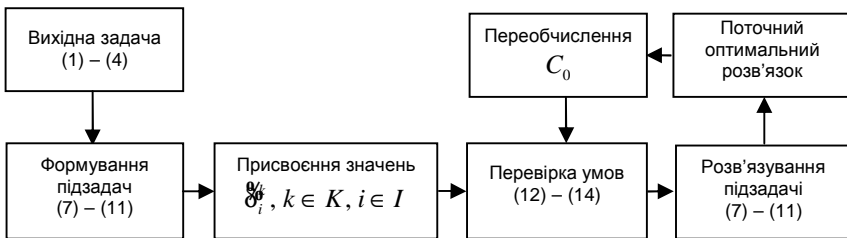


Рис. Схема розв'язування задачі

Коли всі можливі підзадачі сформовані (розв'язані, або усунені з розгляду), тоді поточний оптимальний розв'язок є розв'язком вихідної задачі оптимізації (1) – (4).

Висновки. Запропонована формальна постановка задачі про оптимальне розміщення об'єктів придорожньої інфраструктури. Для її розв'язування пропонується скористатися алгоритмічною схемою, яка раніше була розроблена для задач про посередника, які мають схожі особливості.

Список літератури: 1. *Прейгер Д.К.* Реалізація потенціалу транспортної інфраструктури України в стратегії посткризового економічного розвитку / *Д.К. Прейгер, О.В. Собкевич, О.Ю. Смелянова.* – К.: НІСД, 2011. – 37 с. 2. *Губар Ю.* Дослідження особливостей вибору місця розташування автозаправних комплексів / *Ю. Губар* // Сучасні досягн. геодез. науки та виробництва. – Львів: Вид-во Львів. політехн., 2011. – Вип.1 (21). – С. 260-264. 3. *Танаев В.С.* Декомпозиция и агрегирование в задачах математического программирования / *В.С. Танаев* / Под ред. А.Д. Закревского. – Минск.: Наука и техника, 1987. – 183 с. 4. *Михалевич В.С.* Методы последовательной оптимизации в дискретных сетевых задачах оптимального распределения ресурсов / *В.С. Михалевич, А.И. Кукса.* – М.: Наука, 1983. – 208 с. 5. *Сергиенко И.В.* Задачи дискретной оптимизации. Проблемы, методы решения, исследования / *И.В. Сергиенко, В.П. Шило.* – К.: Наук. думка, 2003. – 261 с.

6. *Исследование операций*: в 2-х т. / Под ред. Дж. Моулера, С. Элмаграби: пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – Т. 1.: Методологические основы и математические методы. – 712 с.
7. *Love R.F. Facilities location: models & methods / R.F. Love, J.G. Morris, G.O. Wesolowsky.* – North-Holland, 1988. – 296 p.
8. *Daskin M.S. Network and discrete location: models, algorithms, and applications / M.S. Daskin.* – Wiley, 1995. – 498 p.
9. *Owen S.H. Strategic facility location: A review / S.H. Owen, M.S. Daskin // Europ. J. Oper. Res.* – 1998. – 111. – P. 423-447.
10. *Sonmez A.D. A decomposition approach for facility location and relocation problem with uncertain number of future facilities / A.D. Sonmez, G.J. Lim // Europ. J. Oper. Res.* – 2012. – 218 (2). – P. 327-338.
11. *Заславська О.В. Моделі прийняття рішень в оптовій торгівлі / О.В. Заславська // Вісн. Київськ. ун-ту. Серія: фіз.-мат. наук.* – 2005. – № 3. – С. 275-280.
12. *Заславська О.В. Деконпозиційний алгоритм оптимізації прибутку посередника / О.В. Заславська // Вісн. Київськ. ун-ту. Серія: фіз.-мат. наук.* – 2005. – № 4. – С. 163-169.

Bibliography (transliterated): 1. *Prejger D.K. Realizacija potencialu transportnoj infrastrukturi Ukraini v strategii postkrizovogo ekonomichnogo rozviku / D.K. Prejger, O.V. Sobkevich, O.Yu. Yemel'janova.* – K.: NISD, 2011. – 37 s.

2. *Gubar Yu. Doslidzhennja osoblivostej vioru miscja roztashuvannja avtozapravnih kompleks iv / Yu. Gubar // Suchasni dosjagn. geodez. nauki ta virobniictva.* – L'viv: Vid-vo L'viv. politehn., 2011. – Vyp. 1 (21). – S. 260-264.

3. *Tanaev V.S. Dekompozicija i agregirovanie v zadachah matematicheskogo programirovanija / V.S. Tanaev / Pod red. A.D. Zakrevskogo.* – Minsk.: Nauka i tehnika, 1987. – 183 s.

4. *Mihalevich V.S. Metody posledovatel'noj optimizacii v diskretnyh setevyh zadachah optimal'nogo raspredelenija resursov / V.S. Mihalevich, A.I. Kuksa.* – M.: Nauka, 1983. – 208 s.

5. *Sergienko I.V. Zadachi diskretnoj optimizacii. Problemy, metody reshenija, issledovanija / I.V. Sergienko, V.P. Shilo.* – K.: Nauk. dumka, 2003. – 261 s.

6. *Исследование операций*: в 2-х т. / Под ред. Дж. Моулера, С. Элмаграби: пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – Т. 1.: Методологические основы и математические методы. – 712 с.

7. *Love R.F. Facilities location: models & methods / R.F. Love, J.G. Morris, G.O. Wesolowsky.* – North-Holland, 1988. – 296 p.

8. *Daskin M.S. Network and discrete location: models, algorithms, and applications / M.S. Daskin.* – Wiley, 1995. – 498 p.

9. *Owen S.H. Strategic facility location: A review / S.H. Owen, M.S. Daskin // Europ. J. Oper. Res.* – 1998. – 111. – P. 423-447.

10. *Sonmez A.D. A decomposition approach for facility location and relocation problem with uncertain number of future facilities / A.D. Sonmez, G.J. Lim // Europ. J. Oper. Res.* – 2012. – 218 (2). – P. 327 – 338.

11. *Zaslavs'ka O.V. Modeli priijnjattja rishen' v optovij torgivli / O.V. Zaslavs'ka // Visn. Kiivs'k. un-tu. Serija: fiz.-mat. n.* – 2005. – № 3. – S. 275-280.

12. *Zaslavs'ka O.V. Dekompozicijnij algoritm optimizacii pributku poserednika / O.V. Zaslavs'ka // Visn. Kiivs'k. un-tu. Serija: fiz.-mat. n.* – 2005. – № 4. – S. 163-169.

Надійшла (received) 25.05.2014

Статтю представив д-р техн. наук, голоний науковий співробітник НІСД Яковлев Є.О.

Biriukov Dmytro, Cand.Tech.Sci
chief consultant, National Institute for Strategic Studies
Botkin str., 3, app. 49, Kyiv, Ukraine, 03056
Tel.: (+38)050-4698259, e-mail: dmytro.biriukov@niss.gov.ua
ORCID ID: 0000-0002-9141-5142

Zaslavska Olena
Kyiv National University named by Taras Shevchenko
Piterska str., 3., app. 39, Kyiv, Ukraine, 03085
Tel.: (+38)044-2362966, e-mail: zasla@univ.kiev.ua
ORCID ID: 0000-0002-1113-8780