

В.В. ГОРБАЧЁВ, канд. техн. наук НТУ "ХПИ" (г. Харьков)
В.А. КРЫЛОВА, ассистент НТУ "ХПИ" (г. Харьков)

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ КОДЕКОВ НА ОСНОВЕ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ С АЛГОРИТМОМ ДЕКОДИРОВАНИЯ ВИТЕРБИ

У статті викладені методи оцінки характеристик згортальних код з [1] алгоритмом декодування Вітербі. Проведений аналіз аддитивних меж [кордонів] і обґрунтований вибір згортальних код з [1] алгоритмом декодування Вітербі як базових в адаптивних системах зв'язку з [1] інтеграцією служб.

In the article the methods of estimation [appraisal] of descriptions of convolutional kodes are expounded with a decoding of Viterbi algorithm. The analysis of additive scopes is made and the choice of nest convolutional kodes is grounded [substantiate] as base in adaptive communication networks with integration of services.

Постановка проблеми. Надежность передачи информации в системах связи обеспечивается использованием различных видов помехоустойчивого кодирования. В настоящее время требования к результирующей вероятности P_c искажения бита данных для различных служб (видов) связи варьируются в достаточно широком диапазоне значений. На основании значений вероятности P_c определяется энергетический выигрыш от использования методов повышения достоверности, что в конечном счете и определяет эффективность применяемого кода. При этом целесообразно создания таких цифровых систем, в которых оптимальный код выбирается с учетом текущих параметров канала связи. Т.о. необходимо рассмотреть коды, которые сохраняют свою структуру, но при этом меняют свои параметры, адаптируясь к текущему состоянию канала связи. В качестве кодов с переменными параметрами скорости передачи и выигрыша за счет кодирования в адаптивных схемах можно использовать сверточные коды, декодирование которых осуществляется с помощью алгоритма Витерби. Построение гибкой системы кодирования-декодирования кодов можно осуществить, используя сверточные коды.

Сверточное кодирование, применяемое вместе с декодированием Витерби, в настоящее время является наиболее широко используемых методов исправления ошибок. Причина этого состоит как в простоте реализации, так и в относительно большом достигаемом при этом выигрыше от кодирования. Этот сравнительно большой выигрыш объясняется тем, что алгоритм Витерби можно строить в расчете на использования демодулятора с мягким решением, увеличивающим выигрыш примерно на 2 дБ по сравнению с демодулятором с жестким решением. [1]

Цель статьи. В статье изложены методы оценки характеристик сверточных кодов с алгоритмом декодирования Витерби. Произведен анализ ад-

дитивных границ и обоснован выбор гнездовых свёрточных кодов в качестве базовых в адаптивных системах связи с интеграцией служб.

Основная часть. Сверточный кодер с кодовым ограничением v представляет собой регистр сдвига с m ячейками, в котором символы кодовой последовательности формируются суммированием по модулю 2 символов с выходов некоторых ячеек. Пример сверточного кодера со скоростью $1/2$ показан на рис. 1. Информационные символы на схеме поступают слева, и для каждого информационного символа на выходах двух сумматоров по модулю 2 образуют два выходных символа. Связь между ячейками регистра сдвига и сумматорами описываются порождающими многочленами: верхний и нижний сумматоры представляются соответственно многочленами $g_1(x) = 1+x^2$ и $g_2(x) = 1+x+x^2$ (степени растут слева на право, так что самая левая ячейка соответствует свободному члену). Информационную последовательность можно также представить в виде степенного ряда $I(x) = i_0+i_1x+i_2x^2+\dots$, где i_j – j -й информационный символ (равный 0 или 1). Т.о. символы на выходе сверточного кодера могут быть получены путем умножения входной последовательности $I(x)$ на порождающие многочлены кода. Последовательность символов на выходе сумматора, изображенного в верхней части рис. 1, может быть представлена в виде $T_1(x) = I(x)g_1(x)$, а для нижней части $T_2(x) = I(x)g_2(x)$.

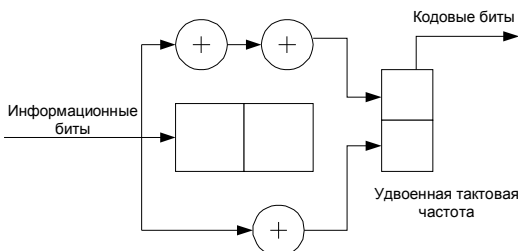


Рис. 1. Сверточный кодер со скоростью $R_k = 1/2$ и $m = 2$

Сверточный код задается несколькими параметрами:

- скорость кода R_k , определяется как отношение k/n ;
- задание порождающих многочленов (кодового генератора)

$$G_m^j(x) = g_0^j + g_1^j(x) + g_2^j(x^2) + \dots + g_{l+1}^j(x^{l+1}) + \dots + g_m^j(x^m) \quad (1)$$

- число разрядов сдвигового регистра m

$$m = \max \left[\deg g_{i,j}(x) \right] \quad (2)$$

где $\left[\deg g_{i,j}(x) \right]$ – степень порождающего многочлена;

- длина кодового ограничения v , определяется максимальной степенью порождающего многочлена

$$n = \sum_{i=0}^k \max \left[\deg g_{i,j}(x) \right] \quad (3)$$

- информационная длиной кодового слова

$$l = k \max \left[\deg g_{i,j}(x) + 1 \right] \quad (4)$$

- кодовая длиной блока

$$l_n = n \max \left[\deg g_{i,j}(x) + 1 \right] \quad (5)$$

- минимальное кодовое расстояние d_f - это наименьшее расстояние Хемминга для набора кодовых комбинаций постоянной длины.

Важной характеристикой сверточного кода, полностью определяющей его корректирующие свойства, является спектр свободных расстояний кода, т.е. перечисление количества кодовых последовательностей, имеющих данное значение свободного расстояния.

Минимальное свободное расстояние d_f сверточного кода можно определить с использованием диаграммы состояний или решетчатой диаграммы для соответствующего кодера.[2] Эта диаграмма содержит q^v вершин, которые соответствуют состояниям кодера, а ребра помеченные стрелками, указывают возможные переходы между состояниями. Над каждым из ребер записывают кодовые символы, порождаемые кодером при соответствующем переходе из состояния в состояние. Так, например, диаграмма состояний для сверточного кода (рис. 1) будет иметь вид показанный на рис. 2.

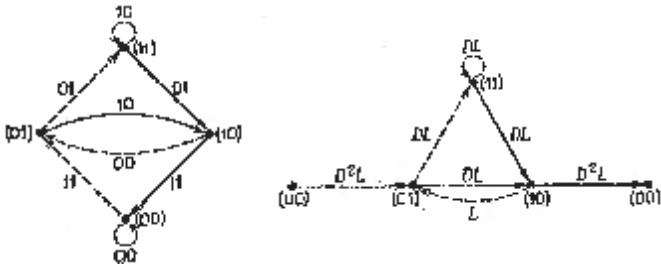


Рис. 2. Диаграмма состояний (а) и модифицированная диаграмма состояний для сверточного кода $R_k = 1/2$ и $m = 2$

Произвольное ненулевое кодовое слово соответствует замкнутому пути, начинающемуся и кончающемуся в вершине 0. Поэтому эту вершину полезно расщепить, как это сделано на модифицированной диаграмме состояний (рис. 2). Для нахождения передаточной функции модифицированного графа $T(D, L)$ может быть использована стандартная процедура сокращения графа сигналов. Каждой ветви ставится в соответствии передаточная функция $D^d L^l$, где D и L – фиктивные переменные, d – вес Хэмминга ветви, а показатель степени при L представляет собой длину, измеряемую числом ветвей.

Все множество разрешенных путей, выходящих из нулевого состояния и возвращающихся в него может быть описано порождающей функцией. Порождающая функция может быть найдена путем алгебраических вычислений. [3] Для кодера представленного на рис. 1 (скорость кода 1/2) порождающая функция имеет вид:

$$T(D, L, N) = \frac{D^5 L^3 N}{1 - DL(1+L)N} = D^5 L^3 N + D^6 L^4 (1+L)N^2 + \dots + D^{(5+m)} L^{(3+m)} (1+L)^m N^{(1+m)} + \dots \quad (6)$$

Представление порождающей функции в виде ряда является компактным упорядоченным описанием всех путей, ведущих из узла 00 в этот же узел по всем разрешенным вариантам путей на диаграмме кодера. В частности из вида функции следует, что рассматриваемый код содержит: один путь с весом 5 (D^5), вызванный поступлением на вход кодера информационного символа 1 (N^1) на длине последовательности из трех входных символов (L^3); два пути с весом 6, вызванных поступлением на вход кодера двух информационных символов 1, при чем один из этих путей соответствует четырем входным символам (L^4), а другой – пяти символам (L^5) и т.д. Общий член порождающей функции позволяет вычислить последовательно все возможные наборы таких путей и свободное расстояние $d_f = 5$.

Важной характеристикой сверточного кода, полностью определяющей его корректирующие свойства, является спектр весов сверточного кода C_K . Спектр весов показывает суммарное число ошибок на выходе декодера, когда вместо правильного пути по решетчатой диаграмме выбирают ошибочные пути, отстоящие от правильного на величину $d = K$. Определение спектра весов сверточного кода осуществляется с помощью порождающей функции, которая может быть представлена в виде:

$$T(D, N) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k D^k N^{e_k} \quad (7)$$

где a_k – число ошибочных путей с одинаковым весом $d = K$; e_k – вес информационной последовательности, соответствующей ошибочному пути веса $d = K$.

Вычисляя производную порождающей функции (7) получаем

$$\left. \frac{dT(D, N)}{dN} \right|_{N=1} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k e_k D^k \quad (8)$$

где $C_k = a_k e_k$ – набор коэффициентов при различных $d=K$ и определяет спектр весов сверточного кода.

Примеры спектров для кода со скоростью $R = 1/2$ и для различных значений v (число разрядов памяти) приведены в табл. 1.

Таблица 1

v	2	3	4	5	6	7
Кодовые генераторы	(5,7)	(15,17)	(23,35)	(61,73)	(133,171)	(247,371)
$K = 5$	1					
6	4	2				
7	12	7	4			
8	32	18	12	6		
9	80	49	20	0	36	
10	192	130	72	60	0	2
11		333	225	0	211	22
12			500	469	0	60
13				0	1404	148
14				3340	0	340
15					11633	1008
16						2642

Как видно из табл. 1, составляющие спектра C_k с ростом K , возрастают. При известном спектре весов верхняя граница вероятности на бит P_σ на выходе декодера может быть определена по формуле:

$$P_s = \sum_{k=d_f}^{\infty} C_k P_k \quad (9)$$

где P_k – вероятность выбора ошибочного пути веса $d = K$, которая зависит от того, в каком канале производится декодирование.

Таким образом, расчет вероятности ошибки на бит на выходе декодера Витерби сводится к вычислению спектра весов и расчету вероятности ошибочного выбора пути. Результаты расчетов вероятности ошибки P_σ в зависимости от энергетических затрат E_σ/N_0 для сверточного кода $R_k = 1/2$ с различными значениями числом разрядов памяти v при декодировании с гибким решением представлены на рис. 3.[4]

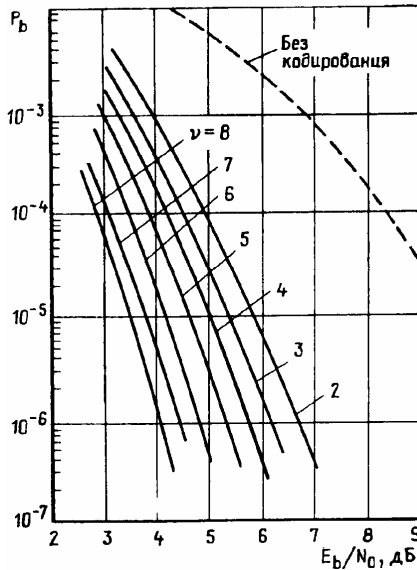


Рис. 3. Вероятность ошибки символа для кодов с $R_k = 1/2$ при использовании декодера Витерби

Приведенные кривые показывают, что с ростом ν выигрыш от кодирования увеличивается примерно на 0,3...0,4 дБ. Таким образом, приведенные данные позволяют оценить возможности построения универсальных кодеров на основе гнездовых сверточных кодов со скоростью $R = 1/n$. Т.е. используя в адаптивных системах связи гнездовой сверточный код с мягким декодированием Витерби можно получить широкий набор вероятностных характеристик, при этом сохраняя, структура кодера и декодера, а меняя только параметры сверточного кода: число разрядов сдвигового регистра m и кодовые генераторы.

Список литературы: 1. Техника декодирования сверточных кодов. Зарубежная РЭ №2 1983 г., с. 3-27. 2. Кларк Дж. Мл, Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. Пер. С англ. – М.: Радио и связь, 1987 г. с. 392 3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. 1984. 4. Housley T. Data communications and teleprocessing systems. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

Поступила в редколлегию 10.11. 2008 г.