УДК 621.586

А.И. ГАПОН, канд. техн. наук, проф. НТУ “ХПИ”
Н.А. РУДАКОВА, студент НТУ “ХПИ”
С.М. САВИЦКИЙ, магистр НТУ “ХПИ”
А.М. КОРКИН, студент НТУ “ХПИ”

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩЕГО ФИЛЬТРА ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Побудована математична модель екстраполятора системи програмного управління для теплових об'єктів, які мають властивості лінійного об'єкту із самовирівнюванням. Модель має представлення у вигляді рекурентної формули, де враховується перехідний процес у тепловому об'єкті за допомогою масиву коефіцієнтів відповідності. Модель будується для об'єктів з одним давачем та одним джерелом тепла. Іл.3.Бібліогр.:6 назв.

The mathematical model of the ekstrapolyator system of programmatic management is built for thermal objects which are characteristics of linear object with smoothing. A model knows as a recurrent formula, where transient is taken into account in a thermal object by the array of coefficients of accordance. A model is built for objects with one sensor and one source of heat. Picture 3.Bibliography.:6 of the names.

Постановка проблемы. Для инерционных объектов часто используют структуру, включающую идеальное звено экстраполяции. Теория управления с предсказанием рассматривает методы экстраполяции (предсказания) состояния объекта и выработки управляющего воздействия с упреждением.

Структурная схема системы управления с предсказанием представлена на рис.1. В цепь обратной связи включён экстраполятор – предсказывающий фильтр ПФ и система обработки информации СОИ. На основании данных о состоянии объекта в прошлом и настоящем, ПФ вырабатывает сигнал, соответствующий возможному состоянию системы в будущем, а СОИ на его основе - сигнал коррекции. Точность регулирования такой системы определяется объёмом информации о состоянии системы в прошлом, времени упреждения и метода экстраполяции.

Анализ свойств объекта регулирования (термокамеры), требований к системе регулирования и характера входного сигнала системы $X(t)$ позволяет выделить следующие их особенности, существенно упрощающие синтез системы регулирования:

- объект регулирования обладает большой инерционностью, и поэтому переход от непрерывной системы к дискретной не вызовет существенного ухудшения характеристик системы;

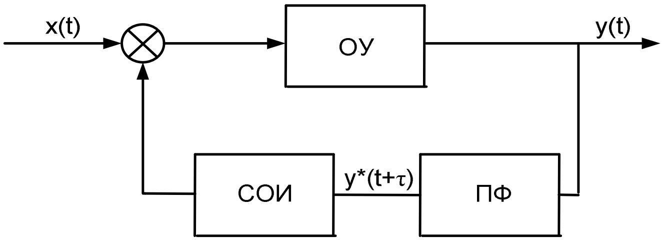

Рис. 1

- объект управления относится к классу объектов с самовыравниванием;
- теплофизические параметры объекта управления в заданном диапазоне температур являются неизменными;
- входной сигнал $X(t)$ – детерминированная наперёд заданная функция времени;
- уровень помех на входе системы, к которым, очевидно, нужно отнести ошибку задания входной величины $X(t)$ и возмущающие воздействия (колебания температуры окружающей среды) на систему небрежно малы;
- функция $X(t)$ не имеет производных по времени, равных бесконечности.

Это позволяет сделать следующие упрощения. Непрерывная величина $X(t)$, которая отражает закон изменения температуры в термокамере, заменяется последовательностью дискретных значений X_1,X_2 ,...,X_m. Переходная функция термокамеры $h(t)$ заменяется набором дискретных значений K_1, K_2,…, K_n. Период дискретизации функций $X(t)$ и $h(t)$ одинаков и равен τ = const. Эти упрощения позволили синтезировать структурную схему системы терморегулирования, которая представлена рис.1.2.

Поскольку для выполнения программы терморегулирования начало отсчёта значения не имеет и входная величина $X(t)$ – есть программа изменения температуры, заданная заранее, предлагается ввести в систему идеальное звено экстраполирования. Для наперёд заданной функции $X(t)$ идеальный экстраполятор можно реализовать путём задержки $X(t)$ относительно $X^*(t)$ (см.рис.1.2) на интервал времени τ, в течение которого чувствительность термокамеры критически мала.

Система содержит идеальный экстраполятор Э, три элемента сравнения, усилитель-корректор с запоминанием уровня, объект управления ОУ и математическую модель объекта управления ММОУ. Значительной особенностью данной схемы от схем систем с предсказанием является то, что экстраполирующий элемент (предсказывающий фильтр) содержится не в цепи прохождения управляющего сигнала $X(t)$.

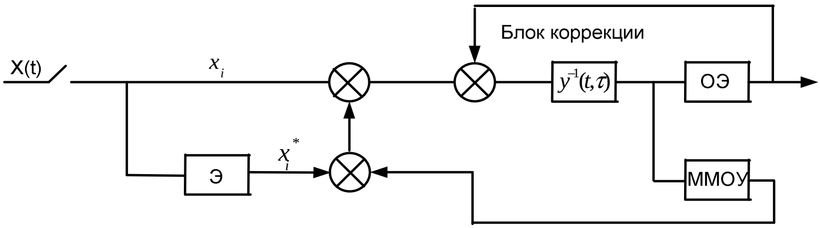

Рис. 2

Следовательно, возникает задача разработки математической модели предсказывающего фильтра.

Анализ литературы. Истоки идеи индуктивного моделирования кроются в проблеме синтеза оптимального нелинейного предсказывающего фильтра, которую впервые сформулировал А. Н. Колмогоров в 1941г. [1]. Дальнейшее развитие идея получила в теории линейной фильтрации Колмогорова-Винера [1,2]. В начале 60-х годов прошлого века Д. Габор предложил универсальный предсказывающий фильтр с самонастройкой в процессе обучения [3], который реализует алгоритм предсказания будущего значения стационарной функции времени по ее предистории путем нахождения оптимальных весовых коэффициентов расширенного оператора предсказания. Однако, перечисленные работы не содержат моделей фильтров, предназначенных для решения задач управления тепловыми объектами. Некоторые вопросы теории предсказания детерминированных и случайных процессов рассмотрены в работе [5], где особое внимание уделяется реализации различных алгоритмов-операторов предсказания на электронных цифровых вычислительных машинах. Результаты этой работы также не доведены до формы, удобной для управления процессом нагрева/охлаждения инерционных объектов. В работе [6] предложено несколько методов управления температурными полями, однако в них не используется предсказывающий фильтр.

Цель статьи разработать математическую модель предсказывающего фильтра для линейного объекта управления, которому свойственны свойства самовыравнивания и справедлив принцип суперпозиции.

Математическая модель объекта управления

Рассмотрим теоретические предпосылки построения модели линейного объекта управления с самовыравниванием. По определению, переходная функция объекта регулирования есть реакция объекта на управляющее воздействие в виде единичной функции. Для линейных объектов справедливо утверждение, что характер переходной функции не зависит от величины (амплитуды) управляющего воздействия, т.е. отношение выходного параметра объекта *Y*(*t*) (приращения температуры в термостате) к управляющему воздействию *X* вида единичной функции есть величина постоянная для одного и того же момента времени, для всех *X*:

$$K = \frac{Y(t)}{X}\Big|_{t=const} = const \qquad \left(0<X<X_{max}\right), \tag{1}$$

где X_{max} - максимальное значение управляющего воздействия, при котором сохраняются линейные свойства объекта управления. Очевидно, что с течением времени значение коэффициента *K* будет изменяться вплоть до окончания переходного процесса в объекте. Если переходную функцию объекта по оси времени разбить на *n* равных интервалов τ (рис. 3),

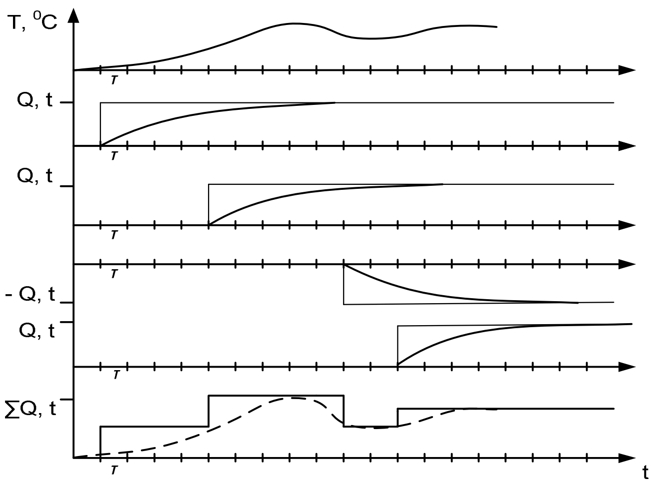

Рис. 3

то в моменты времени *t*, кратные *τ*, можно рассчитать коэффициенты K_j, по формуле:

$$K_j = \frac{Y(t)}{X}\Big|_{t=\tau\cdot j} \qquad \left(1<j<n\right), \tag{2}$$

которыми однозначно определяется переходная функция объекта в этих точках для любых значений управляющего воздействия:

$$Y(t) = X \cdot K_j\Big|_{t=\tau\cdot j} \qquad \left(0<X<X_{max}; 1<j<n\right), \tag{3}$$

С другой стороны, с помощью коэффициентов K_j можно рассчитать значение управляющего воздействия X, которое за заданное время $t=j\cdot\tau$ вызовет изменение выходного параметра до $Y(\eta)$

$$X = \frac{Y(\eta)}{K_j}\Big|_{\eta=\tau\cdot j} \qquad (1 < j < n), \tag{4}$$

Таким образом, задание переходной характеристики в виде матрицы коэффициентов [*K*] позволяет однозначно связать величину управляющего воздействия, заданного в виде единичной функции, с состоянием объекта управления.

В соответствии с принципом суперпозиции выходную величину можно рассматривать как алгебраическую сумму реакций объекта на элементарные управляющие воздействия, алгебраической суммой которых можно представить любое управляющее воздействие. На основании вышесказанного любую ступенчатую функцию, в виде которой сформировано управляющее воздействие, можно представить в виде суммы единичных функций:

$$X_i = x_0 + x_1 + x_2 + \ldots + x_i \qquad (0 < i < \infty), \tag{5}$$

а реакцию объекта вычислять как сумму реакций на соответствующие единичные функции:

$$Y_i = y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_i \; (0 < i < \infty), \tag{6}$$

Допустим, теперь ступенчатая функция изменяет своё значение только в моменты времени *t*, кратные **τ.** Тогда с помощью матрицы коэффициентов [*K*] можно рассчитать реакцию объекта управления. Например, если в момент времени $t=0$ на объект было подано воздействие x_0, то в момент времени $t=1\cdot\tau$ выходная величина y_0, будет равна:

$$Y(t) = y_0 = x_0 \cdot k_1, \tag{7}$$

в момент времени $t = 2\cdot\tau$:

$$Y(t) = y_0 + y_1 = x_0 \cdot k_2 + x_1 \cdot k_1, \tag{8}$$

в момент времени $t = 3\cdot\tau$:

$$Y(t) = y_0 + y_1 + y_2 = x_0 \cdot k_3 + x_1 \cdot k_2 + x_2 \cdot k_1, \tag{9}$$

или в общем виде:

$$Y(t)\big|_{t=\tau\cdot i} = \sum_{j=0}^{i-1} x_i \cdot k_{i-j+1}, \quad i = 1,2,\ldots,\infty \tag{10}$$

То обстоятельство, что переходная характеристика объекта с самовыравниванием при $t \to \infty$ стремится к какому-то установившемуся значению, позволяет вычислять значение $Y(t)$ по формуле, ограничившись числом *n* коэффициентов *K*. Поскольку по окончании переходного процесса отношение

$$\frac{Y(t)}{X} = K_n \qquad \text{для} \qquad t_{n.n} < t < \infty \tag{11}$$

где $t_{n.n}$ – длительность переходного процесса, выражение (10) удобнее представить в виде:

$$Y(t)\big|_{t=\tau\cdot i} = K_n \sum_{j=0}^{i-n} x_j + \sum_{m=i-n+1} x_m \cdot k_{i-m+1} \tag{12}$$

Под первый знак суммы выражения (12) сведены все управляющие воздействия, имеющие вид единичной функции, для которых переходные процессы в объекте окончились и которым соответствует один коэффициент K_n. Под вторым знаком суммы сведены произведения величин управляющих воздействий x_m на соответствующие коэффициенты k_{i-m+1}, причём x_m определяют переходные процессы в объекте, поскольку с момента их подачи на объект прошло время $t = (i-m)\cdot\tau$, меньшее длительности переходного процесса. Выражение (12) позволяет по известным значениям приращений управляющего воздействия предсказать состояние объекта в любой момент времени *t*, кратный τ. Таким образом, если на линейный объект воздействовать сигналом в виде ступенчатой функции, и значение этого сигнала будет изменяться только в моменты времени, кратные некоторой наперёд заданной величине τ, то по переходной функции объекта, заданной в виде таблицы коэффициентов, равных отношению выходного сигнала к управляющему воздействию, можно однозначно рассчитать значение выходного сигнала в любой момент времени *t*, кратный τ, обусловленного ступенчатым управляющим воздействием.

Следует отметить, что решение обратной задачи, т.е. отыскание вида управляющего воздействия для заданного значения выходного сигнала требует наложения дополнительных ограничений (условий). В противном случае задача имеет множество решений.

Выражение (12) описывает алгоритм функционирования математической модели объекта управления, а выражение (4) описывает работу блока усилителя-корректора структурной схемы рис. 2.

Предложенная структурная схема системы автоматического регулирования и математическая модель объекта управления легли в основу метода программного регулирования объекта большой инерционности, который был использован при построении программного регулятора для термокамеры.

Исследование реакции объекта на управляющие воздействия ступенчатой формы, расчет коэффициентов K, экспериментальное подтверждение справедливости полученных выражений произведены с применением тепловой модели в среде *Ansys*.

Выводы. Получено выражение для предсказания изменения температуры инерционного теплового объекта при подаче на него управляющего воздействия ступенчатой формы, на основе которого разработана структурная схема системы управления с предсказывающим фильтром.

Список літератури: 1. *Колмогоров А.Н.* Проблема синтеза оптимального предсказывающего фильтра. – Изв. АН СССР. Сер. матем. и естеств. наук, №5, 1941. С 112-129. **2.** *Weiner N.* The Extrapolation Interpolation and Smoothing of Stationary Time-Series. I. Willey, N.Y., 1949. – 290 p. **3.** *Gabor D., Wilby W.R., Woodcock R.A.* A universal nonlinear filter, predictor and simulator which optimizes itself by a learning process. Proc. Inst. Electr. Engrs., vol. 108., part B, №40, 1961. Pp .85-98. **4.** *Ивахненко А.Г., Лапа В.Г.* Предсказание случайных процессов. – Киев, Наукова думка, - 1971 – 415 с. **5.** *Сироджа И.Б.* Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. – Киев, Наукова думка, 2002, - 490 с. **6.** *Бутковский А.Г.* Методы управления систематми с распределенными параметрами. М. Наука. Главн. ред. физ-мат. лит-ры. 1975.- 568 с.

Статья представлена д.т.н. проф. НТУ «ХПИ» Пуляевым В.А.

Поступила в редакцию 02.04.2010