

Т.Г. МАЩЕНКО, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»

Е.С. БЫСТРИКОВА, магистр НТУ «ХПИ»

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФРАКТАЛОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММ

У статті розглянуті питання використання теорії фракталів для оцінки стану серцево-судинної системи людини, що дозволяє діагностувати різноманітні захворювання серця на ранніх стадіях їх виникнення та проводити своєчасне лікування цих захворювань.

This paper deals with using fractal theory for the assessment condition of the human's cardiovascular system. It helps to make a diagnosis of the different heart disease and conduct medical treatment in time.

Постановка проблеми. В последние годы в развитых странах, несмотря на очевидные успехи в разработке новых лабораторных и инструментальных методов диагностики и лечения сердечно-сосудистых заболеваний, продолжается их рост. Периоды биоритмов, и, в частности, сердечного ритма, длительностью порядка часа, суток и более, можно изучать традиционными методами гистограммного или спектрального анализа. Однако оценка хроноструктуры величины и ритмов фрактальной размерности, индексов Херста позволяют на более ранней стадии и с большей точностью и информативностью судить о нарушениях гомеостаза и развитии конкретных заболеваний.

Анализ литературы. В работах [1, 2] приведены основы теории фракталов. В работах [3, 4] рассмотрены вопросы применения теории фракталов в медицине и в [5, 6] особенности применения фракталов при диагностике различных систем.

Цель статьи заключается в оценке информативных параметров электрокардиограммы (ЭКГ), полученных на основе теории фракталов.

Теории фракталов и фракталы в природе. Основателем теории фракталов является Бенуа Мандельброт. Он определил фрактал как элемент структуры объекта, имеющий определенную форму и повторяющийся в различных масштабах и координатах [1]. Простыми примерами фрактала являются молния, лист папоротника, сосудистая сеть организма человека, нейрон и др. (рис. 1).

В работе [2] высказывается предположение, что вся Вселенная построена по принципу фрактальной структуры – от расположения небесных тел до динамики функций живого организма, которая соответствует хаотическому режиму функционирования. Исследования показали, что хаос в живом организме не является следствием воздействия флуктуаций, на самом деле он присущ самой природе динамического процесса в организме. Следовательно, этот «хаос»

детерминирован, в нем есть порядок и в основе этого порядка лежат фракталы. Такие хаотические явления, как формы облаков, береговой линии водоемов, растений, структура кровеносных сосудов и дыхательных путей или ритм сердечных сокращений, проявляют сходные закономерности в различных временных или пространственных масштабах.

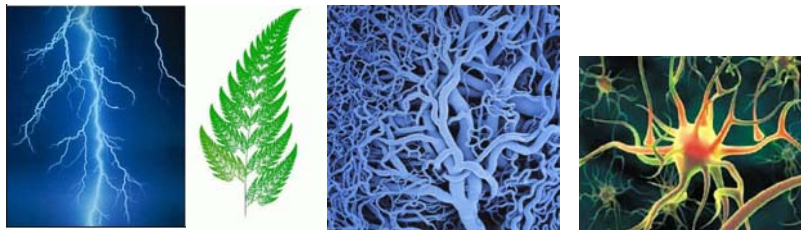


Рисунок 1 – Примеры фракталов в природе

Фракталы в организме человека. Немало фракталоподобных образований находятся в человеческом организме: в структуре кровеносных сосудов, в нервной системе, в структуре дыхательных путей [3]. Ученые из Вашингтонского университета Дж. Бассингтуэйт и Х. фон Беек воспользовались фрактальной геометрией для объяснения аномалий в кровотоке к здоровому сердцу, приводящих к инфаркту миокарда. Фрактальная организация прослеживается в картине разветвления некоторых сердечных мышечных волокон и в системе Гиса, проводящей электрические сигналы от предсердий к желудочкам. Фрактальные ответвления значительно увеличивают площадь поверхности, необходимой для распределения и сбора различных веществ в кровеносных сосудах, желчных протоках и бронхиолах и обработки информации (в нервной системе). Благодаря своей избыточности и нерегулярности фрактальные структуры хорошо противостоят повреждениям. Например, сердце способно продолжать работу, несмотря на значительные повреждения системы Гиса, проводящей необходимые для его функциональной деятельности электрические импульсы.

Фрактальная закономерность обнаружилась в поведении кривой интервалов $R-R$. Интервал $R-R$ – это промежуток времени между соседними R -зубцами электрокардиограммы, равный продолжительности сердечного цикла. Он используется при определении частоты сердечных сокращений в диагностике аритмий. На рис. 2 приведен сигнал ЭКГ.

Анализируя кривую, построенную на длительности интервалов $R-R$, на участке в несколько часов, были обнаружены флуктуации, сходные с флуктуациями в масштабе временного промежутка в одну

минуту [2]. Таким образом, сердечный ритм является типичным фрактальным объектом.

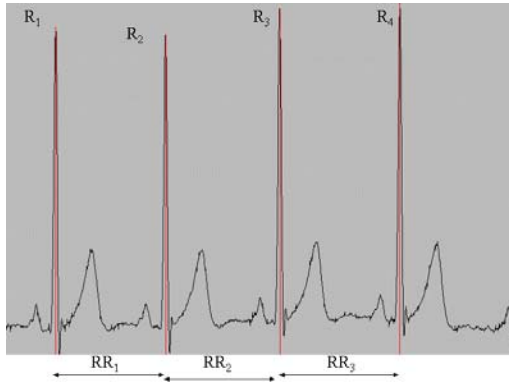


Рисунок 2 – Сигнал ЭКГ и интервалы R-R

Фрактальная размерность. Фракталы характеризуются фрактальной размерностью [4]. Говоря о размерности в общем, заметим, что у простых фигур размерностями выступают целые числа. Обозначим размерность как D . У прямой линии $D = 1$, у квадрата $D = 2$ ($S = L^2$), у куба $D = 3$ ($V = L^3$). Обозначив меру – M , размер – L , получим следующее выражение:

$$M = L^D. \quad (1)$$

Если фигуру уменьшить в N раз (отмасштабировать), то она будет укладываться в исходной N^D раз.

Действительно, если уменьшить отрезок ($D = 1$) в 5 раз, то он поместится в исходном ровно пять раз ($5^1 = 5$); если треугольник ($D=2$) уменьшить в 3 раза, то он уложится в исходном 9 раз ($3^2 = 9$). Верно и обратное: если при уменьшении размера фигуры в N раз оказалось, что она укладывается в исходной n раз (то есть ее мера уменьшилась в n раз), то размерность можно вычислить по формуле:

$$D = \ln(n) / \ln(N). \quad (2)$$

Формула (2) справедлива для простых фигур.

Выведем формулу размерности для сложных фигур. На рис. 3 представлено образование сложной фигуры.

Образуем фрактал. Итерации начнем с одного отрезка. С каждым шагом каждый отрезок порождает два новых: длина одного равна 0.88 длины родителя, второго – 0.41 длины родителя. В пределе получается следующее множество, образующее фрактал (рис. 4):

Закрашенная часть получилась из большего отрезка, незакрашенная – из меньшего. Следовательно, если принять размер полного фрактала

равным 1, то размер части, полученной из большего отрезка, будет 0.88, а размер полученной из меньшего 0.41. Формула (2) в этом случае не подходит, так как мы имеем не один, а два коэффициента масштабирования.



Рисунок 3 – Образование сложной фигуры, являющейся фракталом

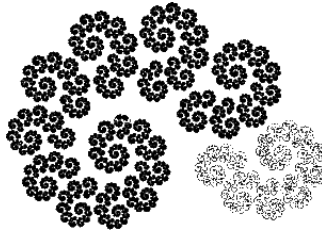


Рисунок 4 – Фрактал

Мера полного фрактала равна сумме мер его частей:

$$M_0 = M_1 + M_2. \quad (3)$$

И сам фрактал, и его части имеют одинаковую размерность (D) и мы можем выразить меры через размеры:

$$L_0^D + L_1^D + L_2^D. \quad (4)$$

Зная размер, запишем уравнение:

$$1^D = 0.88^D + 0.41^D. \quad (5)$$

Таким образом, если фрактал образован из N подобных элементов, с коэффициентами подобия $k_1, k_2 \dots k_N$, то его размерность можно найти из уравнения:

$$1 = k_1^D + k_2^D + \dots + k_N^D. \quad (6)$$

Т. к. все коэффициенты равны, можно упростить формулу:

$$1 = k_1^D + k_2^D + \dots + k_N^D = N * k^D. \quad (7)$$

Т. к. $1/N = k^D$,

$$D = \ln(1 / N) / \ln(k). \quad (8)$$

Выражение (8) является универсальной формулой для вычисления размерности фрактала [4].

Метод Херста. Существует удобный эмпирический метод, позволяющий определить, является ли изучаемый процесс случайным самоподобным фрактальным объектом и какова его фрактальная размерность (в концепции случайных фракталов), является ли фрактальная статистика процесса неизменной или изменяется в зависимости от рассматриваемого масштаба времени. Это метод нормированного размаха, или метод Херста [5].

Показатель Херста выражается следующей формулой:

$$\frac{R}{S} = \left(\frac{N}{2} \right)^H, \quad (9)$$

где H – показатель Херста;

N – число отсчетов функции;

R – размах функции (разность между максимальным и минимальным значениями);

S – среднеквадратическое отклонение функции.

Если исследуемый процесс обладает фрактальными свойствами, то зависимость $\log(R/S)$ от $\log(t)$, где t – интервал времени, на котором вычисляются R и S , является кусочно-линейной, а тангенс угла наклона каждого линейного участка определяется как показатель Херста.

На рис. 5 приведена ЭКГ в трехмерном фазовом пространстве с размерностью 3 [6]:

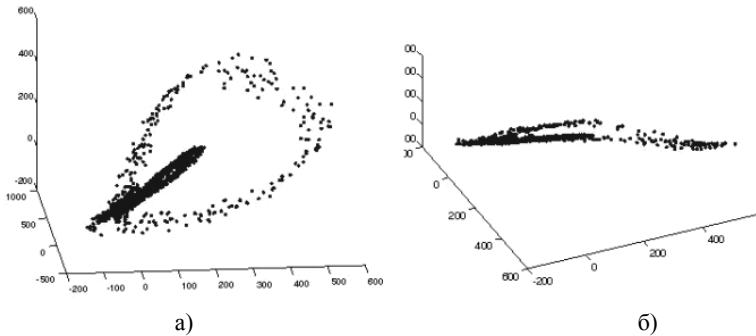


Рисунок 5 – ЭКГ в фазовом пространстве: а) состояние сердечно-сосудистой системы неустойчивое; б) состояние сердечно-сосудистой системы устойчивое

На рис. 5.а приведен пример представления ЭКГ в трехмерном фазовом пространстве. Состояние сердечно-сосудистой системы неустойчивое. Показатель Херста H равен 0.4736. В случае стабильно устойчивого состояния сердечно-сосудистой системы ЭКГ (рис. 5.б)

может быть представлено в двухмерном фазовом пространстве, при этом показатель H значительно отличается от величины 0.5.

Выводы. Физиологам еще предстоит исследовать природу как развития процессов, приводящих к возникновению фрактальных структур, так и динамических процессов в организме, порождающих наблюдаемые признаки хаоса.

Список литературы: 1. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с. 2. *Апанасенко Г. Л.* Валеология и фундаментальная наука: материалы междунар. науч.-практ. конф. [«Современные технологии достижения здоровья и долголетия»] / Киев. мед. акад. последипломного образования им. П. Л. Шупика. – Киев, 2009. 3. *Есламгалиева Ш. Н.* Понятие Фрактал. Фракталы в медицине: материалы междунар. 64-й науч. студ. конф. им. Н.И. Пирогова / Под ред. проф. В. В. Новицкого, д. м. н. Л. М. Огородовой. – Томск, 2005. 4. *Мичурин А.* Вычисление фрактальной размерности. <http://www.michurin.com.ru/fractal-dim.shtml> 5. Отчет о работе группы Центра вахтовой медицины и Института биофизики клетки <http://kairost.ru/610/35.html#10> 6. Ахметанов. Применение теории фракталов и Вейвлет-анализа для выявления особенностей временных рядов при диагностике систем //Вестник научно-технического развития. – М.: Институт машиноведения РАН, 2009. – № 1(17). – С. 26 – 31.

Поступила в редакцию 28.02.2011