

*А.В. ИВАШКО*, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»

*М.В. СЛОБОДЯН*, магистр НТУ «ХПИ»

## **К ВЫБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ СЖАТИЯ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ**

У статті розглянуті алгоритми стиснення сигналів та зображень на основі дискретних цілочисельних ортогональних перетворень. Проведено порівняльний аналіз методів стиснення. На основі експерименту висунуті пропозиції щодо обрання оптимального цілочисельного ортогонального перетворення.

Algorithms for the signals compression based on the integer valued orthogonal transforms are considered in article. Comparative analysis of the compression methods is worked out. Integer valued orthogonal transform selection have been carried out on the basis of experimental investigations.

Прогресс в области средств вычислительной техники и широкое распространение мультимедиа контента приводит к тому, что основная часть видеoinформации представляется в цифровом виде. Сжатие цифровых изображений важно как для увеличения скорости передачи информации по каналам связи, так и для ее эффективного хранения. Поэтому проблема улучшения алгоритмов сжатия достаточно актуальна.

Существует большое количество алгоритмов сжатия, основанных на дискретных ортогональных преобразованиях. Алгоритм сжатия цифровых изображений JPEG на сегодняшний день является фактическим стандартом, поддерживаемым многочисленными программными и аппаратными системами цифровой обработки, хранения и передачи изображений. Основой алгоритма JPEG является разбиение изображения на блоки, вычисление двумерного дискретного косинусного преобразования (ДКП) и оптимального двоичного кодирования коэффициентов преобразования.

Применение дискретных ортогональных преобразований объясняется возможностью концентрировать максимальную части энергии исходного дискретного сигнала в минимальном количестве спектральных коэффициентов, что позволяет без существенного ущерба для последующего восстановления изображения обнулять малые по величине спектральные коэффициенты.

Таким образом, в результате сжатия по алгоритму JPEG или алгоритму, использующему иные ортогональные преобразования, некоторая часть информации теряется, но объем хранимого файла значительно сокращается по сравнению с исходным.

Вычисление прямого и обратного косинусного преобразования является одной из наиболее трудоемких и длительных процедур, выполняемых при сжатии и распаковке сигналов. Округление коэффициентов базисных матриц и неизбежное накопление ошибок округления промежуточных результатов могут приводить к существенным искажениям восстановленных изображений. С другой стороны, увеличение длины машинного слова приводит к усложнению аппаратной и программной реализации. Таким образом, эти процедуры в наибольшей степени нуждаются в оптимизации, позволяющей ускорить работу программного и аппаратного обеспечения, а также улучшить качество сжатия и распаковки.

Существует несколько путей повышения производительности алгоритмов сжатия. Основным является разложение матрицы преобразования на разреженные множители [1], [2], то есть применение быстрых дискретных преобразований. Кроме того, возможна оптимизация алгоритмов сжатия путем применения целочисленных преобразований, что позволяет упростить структуру процессоров, в частности, применять арифметику с фиксированной точкой. Аппроксимация коэффициентов матрицы, обеспечивающая приведение ее к целочисленному виду, позволяет избавиться от длительных операций с плавающей точкой, а также от ресурсоемкой операции умножения, путем замены ее сложениями и сдвигами.

Разработано значительное количество алгоритмов построения матриц целочисленных преобразований. Все они отличаются условиями, налагаемыми на структуру матрицы, вид и разрядность коэффициентов.

Опишем один из вариантов нахождения матрицы целочисленного преобразования [3].

ДКП можно найти по следующей формуле:

$$T_{16}(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{16}}, & i = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{16}} \cos \left[ \frac{i(j+0,5)\pi}{16} \right], & 1 \leq i \leq 15, \end{cases} \quad (1)$$

Перепишем матрицу ДКП в следующем виде:

$$T = [k_0 J_0, k_1 J_1, k_2 J_2, k_3 J_3, k_4 J_4, k_5 J_5, k_6 J_6, k_7 J_7, \\ k_8 J_8, k_9 J_9, k_{10} J_{10}, k_{11} J_{11}, k_{12} J_{12}, k_{13} J_{13}, k_{14} J_{14}, k_{15} J_{15}] \quad (2)$$

где  $J_i$  –  $i$ -й базисный вектор,  $k_i$  – константа масштабирования, такая что  $|k_i \cdot J_i| = 1$ .

На рисунке 1 представлена базисная матрица  $J$ :

| $i$ | $J_i$ |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0   | $l$   | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  | $l$  |
| 1   | $a$   | $b$  | $c$  | $d$  | $e$  | $f$  | $g$  | $h$  | $-h$ | $-g$ | $-f$ | $-e$ | $-d$ | $-c$ | $-b$ | $-a$ |
| 2   | $i$   | $j$  | $k$  | $l$  | $-l$ | $-k$ | $-j$ | $-i$ | $-i$ | $-j$ | $-k$ | $-l$ | $l$  | $k$  | $j$  | $i$  |
| 3   | $b$   | $e$  | $h$  | $-f$ | $-c$ | $-a$ | $-d$ | $-g$ | $g$  | $d$  | $a$  | $c$  | $f$  | $-h$ | $-e$ | $-b$ |
| 4   | $m$   | $n$  | $-n$ | $-m$ | $-m$ | $-n$ | $n$  | $m$  | $m$  | $n$  | $-n$ | $-m$ | $-m$ | $-n$ | $n$  | $m$  |
| 5   | $c$   | $h$  | $-d$ | $-b$ | $-g$ | $e$  | $a$  | $f$  | $-f$ | $-a$ | $-e$ | $g$  | $b$  | $d$  | $-h$ | $-c$ |
| 6   | $j$   | $-l$ | $-i$ | $-k$ | $k$  | $i$  | $l$  | $-j$ | $-j$ | $l$  | $i$  | $k$  | $-k$ | $-i$ | $-l$ | $j$  |
| 7   | $d$   | $-f$ | $-b$ | $-h$ | $a$  | $g$  | $-c$ | $-e$ | $e$  | $c$  | $-g$ | $-a$ | $h$  | $b$  | $f$  | $-d$ |
| 8   | $l$   | $-l$ | $-l$ | $l$  | $l$  | $-l$ | $-l$ | $l$  | $l$  | $-l$ | $-l$ | $l$  | $l$  | $-l$ | $-l$ | $l$  |
| 9   | $e$   | $-c$ | $-g$ | $a$  | $-h$ | $-b$ | $f$  | $d$  | $-d$ | $-f$ | $b$  | $h$  | $-a$ | $g$  | $c$  | $-e$ |
| 10  | $k$   | $-i$ | $l$  | $j$  | $-j$ | $-l$ | $i$  | $-k$ | $-k$ | $i$  | $-l$ | $-j$ | $j$  | $l$  | $-i$ | $k$  |
| 11  | $f$   | $-a$ | $e$  | $g$  | $-b$ | $d$  | $h$  | $-c$ | $c$  | $-h$ | $-d$ | $b$  | $-g$ | $-e$ | $a$  | $-f$ |
| 12  | $n$   | $-m$ | $m$  | $-n$ | $-n$ | $m$  | $-m$ | $n$  | $n$  | $-m$ | $m$  | $-n$ | $-n$ | $m$  | $-m$ | $n$  |
| 13  | $g$   | $-d$ | $a$  | $-c$ | $f$  | $h$  | $-e$ | $b$  | $-b$ | $e$  | $-h$ | $-f$ | $c$  | $-a$ | $d$  | $-g$ |
| 14  | $l$   | $-k$ | $j$  | $-i$ | $i$  | $-j$ | $k$  | $-l$ | $-l$ | $k$  | $-j$ | $i$  | $-i$ | $j$  | $-k$ | $l$  |
| 15  | $h$   | $-g$ | $f$  | $-e$ | $d$  | $-c$ | $b$  | $-a$ | $a$  | $-b$ | $c$  | $-d$ | $e$  | $-f$ | $g$  | $-h$ |

Рисунок 1 – Базисная матрица  $J$

Чтобы матрица преобразования была ортогональной, коэффициенты должны удовлетворять следующему условию:

$$\begin{aligned}
 bc + cf - df - bg - eg - eh + di - hi &= 0, \\
 bd - ce - de + fg + bh - fh + ci + gi &= 0, \\
 -cd + be + bf - eg - dh + gh + ei - fi &= 0 \\
 jk - jl - km - lm &= 0, \\
 a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f \geq g \geq h, \\
 i \geq j \geq h \geq k \geq l, \quad m \geq n,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n$  – целые числа.

Путем перебора различных вариантов были найдены оптимальные наборы коэффициентов, обеспечивающие приемлемое качество сжатия.

Свойство целочисленности устраняет вещественные операции умножения и сложения. Свойство ортогональности гарантирует то, что обратное целочисленное косинусное преобразование имеет ту же структуру, что и прямое. Следует обратить внимание на то, что матрица преобразования должна быть ортогональной, но не обязательно ортонормированной. Однако любая ортогональная матрица может быть сделана ортонормированной путем ее умножения на соответствующую диагональную матрицу.

Размерность преобразования может быть легко повышена. Матрица порядка  $2n$  может быть сгенерирована следующим образом:

Первые  $n$  базисных векторов матрицы  $T_{2n}(i, j)$ :

$$\begin{aligned} T_{2n}(i, 2j) &= T_n(i, j), \\ T_{2n}(i, 2j+1) &= T_n(i, j), \text{ для } j \in [0, n-1], \end{aligned} \quad (4)$$

Последние  $n$  базисных векторов матрицы  $T_{2n}(i, j)$ :

$$\begin{aligned} T_{2n}(i+n, 2j) &= T_n(i, j), \\ T_{2n}(i+n, 2j+1) &= -T_n(i, j), \text{ для } j \in \{0, 2, 4, n-2\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} T_{2n}(i+n, 2j) &= -T_n(i, j), \\ T_{2n}(i+n, 2j+1) &= T_n(i, j), \text{ для } j \in \{1, 3, 5, n-1\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Сходным образом было получено целочисленное преобразование Чама [4], несколько отличающееся условиями нахождения коэффициентов.

Проведем оценку вычислительных затрат, а также эффективности работы предложенных алгоритмов целочисленных преобразований для сжатия и восстановления цифровых изображений. Базой для сравнения будем считать округленную до ближайшего целого числа матрицу ДКП. На рисунке 2 представлено сравнение работы алгоритма ДКП с двумя целочисленными преобразованиями, где DCT-дискретное косинусное преобразование, ICT1 – целочисленное преобразование, матрица которого рассмотрена в [4], ICT2 – целочисленное преобразование [3]. Отдельно рассмотрены случаи различного количества бит, отводимых для кодирования коэффициентов.

Анализ рисунка 2 показывает, что применение целочисленных ортогональных преобразований эффективно при разрядности коэффициентов шесть бит и менее. При этом преобразование [4] более эффективно по сравнению с преобразованием [3]. При разрядности восемь бит и более целесообразно применять обычное ДКП.

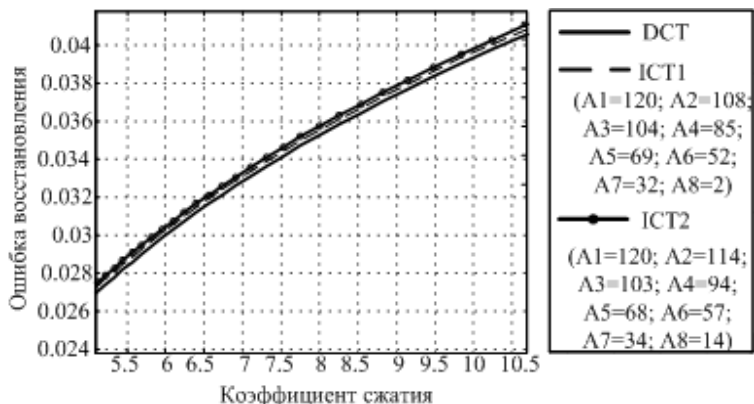


Рисунок 2а – Размерность коэффициентов 6 бит

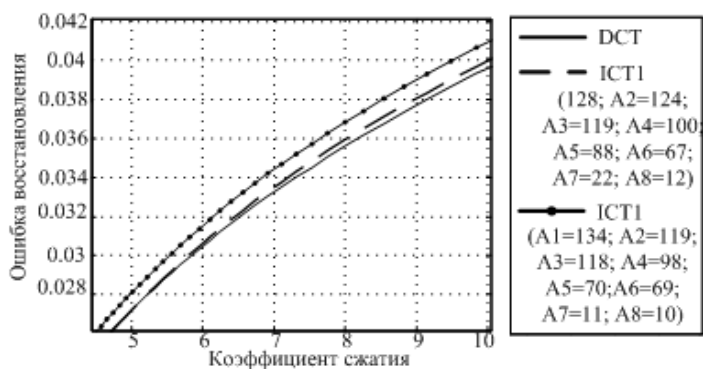


Рисунок 2б – Размерность коэффициентов 7 бит

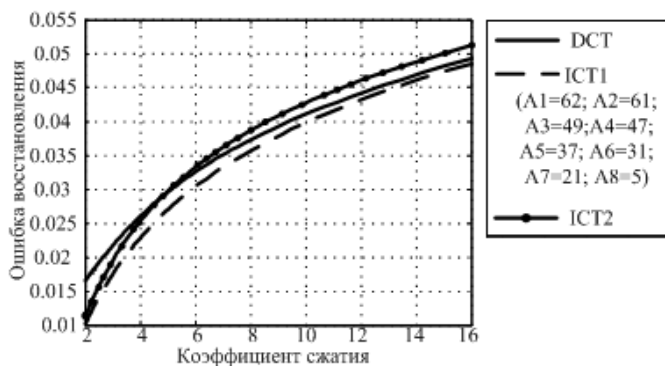


Рисунок 2в – Размерность коэффициентов 8 бит

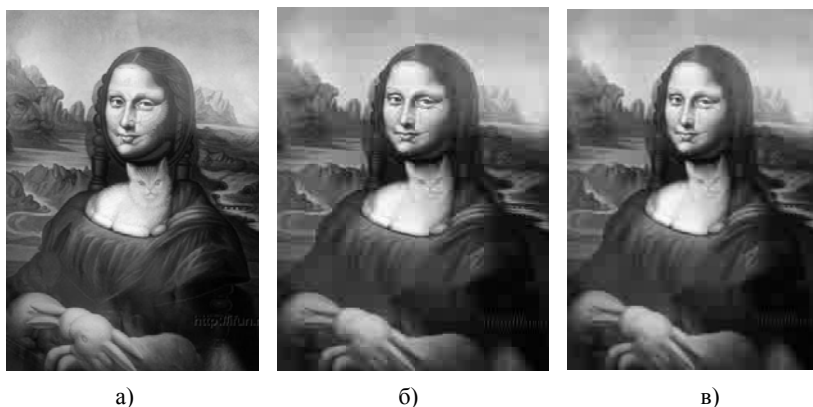


Рисунок 3 – Сравнительные результаты сжатия изображений различными методами экспериментального исследования

На рисунке 3 представлены сравнительные результаты сжатия изображений различными методами экспериментального исследования – исходное изображение формата JPEG. На рис. 3б представлено изображение после применения стандартного ДКП, а на рисунке 3в – целочисленного преобразования. Обратим внимание, что нет заметного различия в качестве рисунков 3б и 3в, в то время как первый метод требует больших временных и аппаратных затрат.

Таким образом, аппроксимация коэффициентов матрицы преобразования существенно не влияет на качество восстановленного изображения, однако обеспечивает уменьшение вычислительных затрат. При этом повышение разрядности коэффициентов свыше семи бит не дает ощутимого положительного эффекта. Вполне достаточно ограничиться размерностью шесть бит.

Данные алгоритмы совместимы с любым методом сжатия изображений, имеющим в своей основе дискретное косинусное преобразование (JPEG, MPEG), поэтому могут быть использованы для быстрой распаковки уже имеющихся сжатых изображений или видеопоследовательностей.

В качестве направления дальнейших исследований перспективным представляется разработка алгоритмов вейвлет-преобразования с целочисленными коэффициентами, а также анализ устройств сжатия на сигнальных процессорах и ПЛИС.

**Список литературы:** 1. Умняшкин С.В. Псевдокосинусное преобразование для сжатия дискретных сигналов / Информационные технологии и проблемы микроэлектроники. Сб. науч. тр. – М.: МИЭТ. – 1999. – с.158 – 170. 2. Ю.Б. Буркатовская, М.А. Карагодин, А.Н. Осокин Двумерные дискретные преобразования в алгоритмах сжатия видеопоследовательностей – Томск.: Известия Томского политехнического университета, 2006, т.309, № 2, с.17-22. 3. Dong J., Ngan K.N., Cham W.K. 2-D Order-16 Integer Transforms for HD Video Coding. - IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2009. - Vol.: 19, № 9, pp.1462-1474. 4. Fong C.K., Cham W.K. Simple order-16 Integer Transform for video coding. In: Proc. of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing. -. pp.: 161-164.

*Поступила в редакцию 10.03.2011*