УДК 621.394

В.А. КРЫЛОВА, ассистент НТУ «ХПИ»

МЕТОД СИНТЕЗА ГНЕЗДОВЫХ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

У статті запропоновані методи побудови гніздових згортальних кодів із змінними параметрами: метод вперед і метод назад. Для значень вільної відстані синтезованих кодів приведений порівняльний аналіз з відомими оптимальними згортальними кодами.

In article methods of construction nested convolution codes with variable parameters are offered: a method forward and a method back. For values of free distance of the synthesized codes the comparative analysis with known optimum convolution codes is resulted.

Постановка проблемы. В настоящее время одним из эффективных направлений повышения надежности и достоверности передачи информации в сетях связи является использование методов адаптивного кодирования. Требования к достоверности передачи информации для различных служб связи находятся в достаточно широком диапазоне (от 10^{-4} – передача речи до 10^{-9}–10^{-11} – передача видеоизображения) поэтому необходимо создания таких цифровых систем, в которых оптимальный код выбирается в зависимости от информационного состояния канала связи. Т.е. необходимо получить широкий набор кодовых соотношений с высокими вероятностными характеристиками, при этом сохраняя структуру кодека. В качестве кодов исправляющих ошибки в адаптивных схемах можно использовать сверточные коды, декодирование которых осуществляется с помощью алгоритма Витерби. Построение гибкой системы кодирования-декодирования кодов с переменными параметрами скорости передачи и выигрыша за счет кодирования можно осуществить, используя гнездовые сверточные коды.

Целью статьи является представление гнездовых сверточных кодов, описание методов построения образующих полином и анализ полученных результатов.

Основная часть. Сверточный код со скоростью R=1/2 и числом разрядов памяти m состоит из m-разрядного сдвигового регистра и двух сумматоров по модулю два. Коэффициенты соединения $g_i^{(j)}$ j=1,2 $0 \le i \le m$ принадлежат конечному полю $GF(2)$ элементов отвода. Сверточный кодер с числом разрядов памяти m задается полиномами своих генераторов

$$G_m^j(x) = g_0^j + g_1^j(x) + g_2^j(x^2) + ... + g_{l+1}^j(x^{l+1}) + ... + g_m^j(x^m)\,, \qquad (1)$$

где $g_0^{(j)} = g_m^{(j)} = 1$, j=1,2.

Состояние кодера определяется как содержание сдвигового регистра и обозначается $S_h = (S_{m-1,} S_{m-2},..., S_1, S_0)$, где $0 \le h \le 2^m - 1$ – номер состояния, m – индексация последовательности.

Гнездовые коды с числом разрядом памяти m-l обозначаемые $G_{m-l}^{(j)}$ для $1 \le l \le$m-2 и производимые из $G_m^{(j)}(D)$ определяются как генераторы

$$G_{m-l}^j(x) = g_0^j + g_{l+1}^j(x) + g_{l+2}^j(x^2) + ... + g_{m-1}^j(x^{m-l-1}) + g_m^j(x^{m-l}), \quad (2)$$

где $g_0^{(j)} = g_m^{(j)} = 1$ j=1,2.

Таким образом, состояние гнездового кода G_{m-l} с числом разрядов памяти m-l обозначается $S_h' = (S_{m-l-1,} S_{m-l-2},..., S_1, S_0)$, $0 \le h \le 2^{m-l}-1$

Для входного бита информации S_m выход $X_m = (X_m^1, X_m^2)$ получается путем корреляции вектора переходного состояния $S_h = (S_{m-1}, S_{m-2},..., S_1, S_0)$ с генераторными последовательностями кодера

$$X_m^{(j)} = S_m g_0^{(j)} + S_{m-1} g_1^{(j)} + S_{m-2} g_2^{(j)} + ... + S_{m-l-1} g_{l+1}^{(j)} + ... + S_1 g_{m-1}^{(j)} + S_0 g_m^{(j)}, \quad (3)$$

где $g_0^{(j)} = g_m^{(j)} = 1$ j=1,2.

Аналогично для того же бита информации S_m выход G_{m-l} будет

$$X_{m-l}^{(j)} = S_m g_0^{(j)} + S_{m-l-1} g_{l+1}^{(j)} + ... + S_1 g_{m-1}^{(j)} + S_0 g_m^{(j)}, \quad (4)$$

где $g_0^{(j)} = g_m^{(j)} = 1$ j=1,2.

Т.о. если $h = h'$ то $X_m^{(j)} = X_{m-l}^{(j)}$ $1 \le l \le m$-2 j=1,2

Для построения вышеизложенных гнездовых сверточных кодов существует два метода с большим свободным расстоянием Хемминга – «метод назад» и «метод вперед».

Первый метод называемый «метод назад» привлекателен для кодов с малым числом разрядов памяти и предполагает что для данного m возможно нахождение кода m-l с оптимальным свободным расстоянием. Суть этого метода заключается в следующем: имеется m разрядов памяти сдвигового регистра и заданы два порождающих полинома G_m^1 и G_m^2(т.к код R=1/2 и j=1,2) формулой (1). Для заданного l, при чем $1 \le l \le m$-2 необходимо получить два порождающих полинома G_{m-l}^1 и G_{m-l}^2 . Для этого в формуле (1) мы оставляем первый и последний члены этого полинома, $g_0^{(j)} = g_m^{(j)} = 1$, j=1,2 получаем

$$G_{m-l}^j(x) = g_0^j + g_{l+1}^j(x) + g_{l+2}^j(x^2) + ... + g_{m-1}^j(x^{m-l-1}) + g_m^j(x^{m-l}) \quad (5)$$

Например, возьмем код с числом разрядов памяти m=6, со скоростью R=1/2 и с генераторными последовательностями G_6 (1101101, 1001111). У данного кода свободное расстояние d_f=10 и количество ненулевых элементов на пути d_f=36. В табл. 1 приведены генераторы некатастрофических гнездовых кодов полученные из G_6 по «методу назад». В этой таблице также производится сравнение интервальных свойств оптимальных кодов со скоростью R=1/2. Можно отметить, что за исключением кода m=4 с d_f=6, свободное расстояние генерируемых кодов имеет такую же длину, как свободное расстояние у оптимальных сверточных кодов.

Таблица 1 – Гнездовые коды, полученные путем применения «метода назад»

m	Порождающие полиномы	d_f	N	d_f	N
6	1101101 1001111	10	36	10	36
5	101101 101111	8	6	8	2
4	11101 11111	6	2	7	4
3	1101 1111	6	2	6	2
2	101 111	5	1	5	1

Хотя метод назад дает гнездовые сверточные коды при минимальном объеме вычислений, генерируемые коды не являются обязательно некатастрофическими, что является недостатком этого метода.

Второй метод называемый «методом вперед» начинается со стандартного кода m=2 со скоростью 1/2 и генераторными последовательностями G_2(111, 101) $G_2^1 = g_0 + g_2x^2$ $G_2^2 = g_0 + g_1x + g_2x^2$.

Для того чтобы получить код $m+l$, необходимо осуществить пошаговую генерацию гнездовых сверточных кодов с числом разрядов памяти от m=2 до $m+l$. Т.е. сначала строится код с числом разрядов памяти m=3 и находятся образующие полиномы $G^1{}_3$ и $G^2{}_3$, затем этот процесс повторяется для нахождения кодов с числом разрядов памяти m=4 и т.д. Ниже представлен алгоритм генерация гнездового сверточного кода с числом разрядов памяти m=3.

1. Установить m=2, G_2(101,111) и задание l=1. Установить m=m+1 и для текущего значения m=3 получим четыре пары образующих полиномов, которые содержат G_2 в качестве гнездового кода, учитывая формулу (4) и что g_0=g_{m+l}=1 имеем четыре пары образующих полиномов: G_3(1$\underline{1}$01,1111) G_3(1$\underline{0}$01,1$\underline{1}$11) G_3(1$\underline{1}$01,1011) G_3(1$\underline{0}$01,1$\underline{0}$11).

2. Для каждой пары образующих полиномов необходимо вычислить свободное расстояние и определить является ли данный код некатастрофическим

G_3(1$\underline{1}$01,1111) – код является некатастрофическим и d_f=5.
G_3(1$\underline{0}$01,1$\underline{1}$11) – код является катастрофическим.

$G_3(1\underline{1}01,1011)$ – код является некатастрофическим и d_f=6.
$G_3(1\underline{0}01,1\underline{0}11)$ – код является некатастрофическим и d_f=5.

3. Выбрать некатастрофический код с наибольшим свободным расстоянием и записать G_3^1 *и* G_3^2 : G_3 (1101,1011).

4. Возвращаемся к пункту 2.

В табл. 2 приведены генераторы гнездовых сверточных кодов с числом разрядов памяти от 2 до 6, построенные по «методу вперед». В целях сравнения приведены также свободное расстояния и общее число ненулевых битов информации на длине свободного расстояния для оптимальных кодов.

Таблица 2 – Гнездовые коды, полученные путем применения «метода вперед»

m	Порождающие полиномы	d_f	N	d_f	N
2	101 111	5	1	5	1
3	1101 1011	6	4	6	2
4	11101 10011	7	4	7	4
5	111101 110011	8	6	8	2
6	1011101 1110011	10	46	10	36

Можно отметить, что все коды, генерируемые по методу вперед, достигают свободного расстояния такой же величины как d_f у оптимальных кодов при $2 \le m \le 6$.

Список литературы: **1**. *Кларк Дж.* Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи / *Кларк Дж. Мл, Кейн Дж.* Пер. С англ. – М.: Радио и связь, 1987.г. с. 392 **2**. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / *Блейхут Р.* М.: Мир, 1986, 576 с.. **3**. *Housley T.* Data communications and teleprocessing systems. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632. **4**. Viterbi A.J. Convolutional codes and their performance in communication systems / Viterbi A.J. // IEEE Trans. Communicat. Tech., 2003, pp. 337.

Поступила в редакцию 17.01.2011