

*А.В. САДОВОЙ*, д-р техн. наук., проф., ДГТУ, Днепродзержинск  
*М.В. ЦАБЕНКО*, асс., ДГТУ, Днепродзержинск,  
*Д.А. НАГОРНЫЙ*, студент, ДГТУ, Днепродзержинск,

## **ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ "ЦЕНТРОБЕЖНЫЙ КОМПРЕССОР – ПРИВОДНОЙ ДВИГАТЕЛЬ"**

Рассмотрены системы компримирования центробежных компрессоров на основе уточненной модели Мура-Грейтцера с элементами антипомпажной защиты: байпасированием, антипомпажным клапаном. Исследовано влияние нестабильных явлений на работу приводного двигателя.

**Ключевые слова:** уточненная модель, антипомпажная защита, байпасирование, антимонтажный клапан, приводной двигатель.

**Постановка проблемы.** Стратегия управления системами компримирования, реализуемая при помощи автоматизированных систем управления электромеханическими позиционерами с целью повышения технико-экономических показателей технологических процессов, имеет большие перспективы. В соответствии с технологией, может возникнуть ситуация, когда потребление сжатого воздуха уменьшается, что создает предпосылки для возникновения помпажа. Такой режим работы компрессора является аварийным и приводит к механическому разрушению компрессора, приводного механизма и технологического оборудования. Для предотвращения помпажа чаще всего используют возврат части сжатого воздуха с выхода компрессора на его вход (байпасирование) или сброс части сжатого воздуха через антипомпажный клапан (АПК). Еще одним эффективным способом защиты от помпажа является управление скоростью приводного механизма. Поэтому работа, посвященная комплексному изучению процессов в системе "центробежный компрессор - приводной двигатель" (ЦК-ПД) является актуальной.

**Анализ литературы.** Несмотря на широкое распространение математических методов анализа процессов, происходящих в обобщенной динамической системе в целом, в системах управления компрессорами они не нашли широкого применения [1, 2]. Основными допущениями, сделанными Муром и Грейтцером при выводе модели являются: большой коэффициент, усиления прямого канала, использование несжимаемой массового потока в компрессоре, сжимаемый поток в камере и небольшое открытие дроссельной заслонки воздуховода. Другие варианты этой модели рассматривались с допущением, что в компрессоре одномерный несжимаемый проток, изоэнтропической процесс сжатия в камере. Влияние на приводной двигатель не рассматривалось.

Системы, которые рассматриваются в наше время [3, 4, 5], в основном линеаризованы, и приближенно описывают технологический процесс, суще-

ственно усложняя анализ и синтез высокоточных алгоритмов управления системами ЦК-ПД.

**Цель.** Разработка комплексной математической модели системы турбокомпрессор – приводной двигатель, учитывающей элементы антипомпажной защиты.

**Результаты работы.** Для исследования процессов, происходящих при байпасировании и сбросе воздуха посредством АПК в электромеханической системе ЦК-ПД, воспользуемся уточненной моделью Мура-Грейтцера [5, 6], которая учитывает квадратичную зависимость расхода от степени сжатия и инерционность потока газа

$$p\Phi = -\frac{\Phi}{T_n} + \frac{K_n}{T_n} \sqrt{\frac{1}{l_c} \cdot (\Psi_c(\Phi, \omega) - \Psi)}, \quad p\Psi = \frac{1}{4B^2 l_c} (\Phi - \Phi_c), \quad (1)$$

где  $p$  - оператор Лапласа,  $\Phi$  – расход воздуха через компрессор в относительных единицах,  $K_n$  – коэффициент зависящий от свойств газа,  $T_n$  – время, за которое газ проходит через компрессор,  $\Psi_c(\Phi, \omega)$  – газодинамическая характеристика (ГДХ) компрессора в относительных единицах (2),  $\Psi$  – степень сжатия воздушного потока компрессором,  $l_c$  - длина компрессора,  $B$  – параметр Грейтцера,  $\Phi_c$  – расход сети в относительных единицах

$$\Psi_c(\Phi, \omega) = \psi_{c0}(\omega) + H(\omega) \left( 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{\Phi}{W(\omega)} - 1 \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\Phi}{W(\omega)} - 1 \right)^3 \right), \quad (2)$$

$\psi_{c0}(\omega)$  – сжатие при отсутствии расхода,  $H(\omega), W(\omega)$  – параметры определяемые по ГДХ,  $W$  – полуширина газодинамической характеристики  $W = k_w \omega$ ,  $H$  – полувысота газодинамической характеристики  $H = k_H \omega^2$ ,  $k_H, k_w$  - конструктивные коэффициенты компрессора,  $\omega$  – скорость вращения компрессора в относительных единицах.

Рассмотрим динамику системы ЦК-ПД с использованием антипомпажного клапана. Дополним выражение (1) расходом через антипомпажный клапан  $\Phi_{АПК}$ .

$$p\Phi = -\frac{\Phi}{T_n} + \frac{K_n}{T_n} \sqrt{\frac{1}{l_c} \cdot (\Psi_c(\Phi) - \Psi)}, \quad (3)$$

$$p\Psi = \frac{1}{4B^2 l_c} (\Phi - \Phi_c - \Phi_{АПК}).$$

В уравнениях (3) расход через  $\Phi_{АПК}$  связан с углом поворота клапана зависимостью

$$\Phi_{АПК} = f(\varphi_{АПК}) \quad (4)$$

где  $f(\varphi_{АПК})$  – характеристика открытия антипомпажного клапана.

Угол открытия  $\varphi_{АПК}$  определяется управляющим воздействием, которое подается на электропривод клапана, и определяется следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} p\varphi_{АПК} &= \omega_1; \quad p\omega_1 = \frac{R_{Я}}{CT_M} i_1; \\ pi_1 &= -\frac{C}{R_{Я}T_{Я}} \omega_1 - \frac{1}{T_{Я}} i_1 + \frac{1}{R_{Я}T_{Я}} E_1; \\ pE_1 &= -\frac{1}{T_{П}} E_1 + \frac{K_{П}}{T_{П}} u_{y1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\omega_1$  - скорость электропривода антипомпажного клапана (АПК),  $R_{Я}$  - активное сопротивление электропривода АПК,  $C$  - конструктивный коэффициент электропривода АПК,  $T_M$  - электромеханический коэффициент электропривода АПК,  $i_1$  - ток электропривода АПК,  $T_{Я}$  - электромеханическая постоянная времени электропривода АПК,  $E_1$  - противо-ЭДС электропривода АПК,  $K_{П}$  - коэффициент усиления тиристорного преобразователя,  $T_{П}$  - постоянная времени тиристорного преобразователя,  $u_{y1}$  - сигнал управления.

Оптимальное управление электроприводом АПК минимизирует интегральный функционал качества [6,7]

$$I = \int_0^{\infty} \left( V_{14}\eta_1 + V_{24} \frac{d}{dt} \eta_1 + V_{34} \frac{d^2}{dt^2} \eta_1 + V_{44} \frac{d^3}{dt^3} \eta_1 \right) dt, \quad (6)$$

и имеет следующий вид:

$$U = -sign \left[ \left( V_{14}\eta_1 + V_{24} \frac{d}{dt} \eta_1 + V_{34} \frac{d^2}{dt^2} \eta_1 + V_{44} \frac{d^3}{dt^3} \eta_1 \right) \eta_1 \right] \quad (7)$$

где  $V_{i4}$  – коэффициент функции Ляпунова  $V = \sum_{j,i}^4 V_{ij} \eta_j \eta_i$ ,  $\eta_j, \eta_i$  – координаты возмущенного движения электропривода,

$\eta_i = y_i - y_i^*$ ,  $y_i$  – координаты электропривода в относительных единицах,  $y_i^*$  – желаемое значение координат ЭП [8, 9].

Преобразовав систему (5) с учетом (6) и (7) получим систему дифференциальных уравнений возмущенного движения

$$\begin{aligned}
 p\eta_1 &= b_{12}\eta_2; \quad p\eta_2 = b_{23}\eta_3; \\
 p\eta_3 &= b_{32}\eta_3 + b_{33}\eta_3 + b_{34}\eta_4; \\
 p\eta_4 &= b_{44}\eta_4 + m_4U,
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\text{где} \quad b_{12} = k_u, b_{23} = \frac{1}{T_M}, b_{32} = b_{33} = -\frac{1}{T_{Я}}, b_{34} = \frac{1}{T_{Я}}, b_{44} = -\frac{1}{T_{П}}, m_4 = \frac{1}{T_{П}}.$$

Что дает возможность создания систем управления.

При нормальной работе системы  $\Phi > \Phi^*$  регулятор расхода через АПК находится в насыщении. Когда рабочая точка смещается по ГДХ компрессора к границе помпажа и при достижении нею предельного значения  $\Phi^*$  – гранично-допустимого расхода при данной скорости вращения, регулятор расхода выходит из насыщения и дает задание на открытие АПК.

Для рассмотрения системы ЦК-ПД с АПК добавим в уравнение (3) уравнение описывающие управление антипомпажным клапаном (5), а в качестве приводного двигателя для центробежного компрессора можно выбрать двигатель постоянного тока. Так как сейчас любой двигатель можно представить как двухканальную систему, состоящую из электрической и механической части. Следовательно, система ЦК-ПД с АПК будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 p\omega_2 &= \frac{R_{Я2}}{C_2 T_{M2}} i_2; \\
 pi_2 &= -\frac{C_2}{R_{Я2} T_{Я2}} \omega_2 - \frac{1}{T_{Я2}} i_2 + \frac{1}{R_{Я2} T_{Я2}} E_2; \\
 pE_2 &= -\frac{1}{T_{П2}} E_2 + \frac{K_{П2}}{T_{П2}} u_{y2}, \\
 p\Phi &= -\frac{\Phi}{T_n} + \frac{K_n}{T_n} \sqrt{\frac{1}{l_c}} \cdot (\Psi_c(\Phi) - \Psi); \\
 p\Psi &= \frac{1}{4B^2 l_c} (\Phi - \Phi_c - f(\varphi_{АПК})); \\
 p\varphi_{АПК} &= \omega_1; \\
 p\omega_1 &= \frac{R_{Я}}{C T_M} i_1; \\
 pi_1 &= -\frac{C}{R_{Я} T_{Я}} \omega_1 - \frac{1}{T_{Я}} i_1 + \frac{1}{R_{Я} T_{Я}} E_1; \\
 pE_1 &= -\frac{1}{T_{П}} E_1 + \frac{K_{П}}{T_{П}} u_{y1}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

где  $\omega_2$  - скорость электропривода компрессора,  $R_2$  - активное сопротивление электропривода компрессора,  $C_2$  - конструктивный коэффициент электропривода компрессора,  $T_{M2}$  - электромеханический коэффициент электропривода компрессора,  $i_2$  - ток электропривода компрессора,  $T_{Я2}$  - электромеханическая постоянная времени электропривода компрессора,  $E_2$  - противо-ЭДС электропривода компрессор,  $K_{II}$  - коэффициент усиления тиристорного преобразователя питающего электропривод компрессора,  $T_{II}$  - постоянная времени тиристорного преобразователя питающего электропривод компрессора.

Перейдем к рассмотрению системы ЦК-ПД с возвратом части сжатого воздуха с выхода компрессора на его вход. Введем новую переменную  $\Phi'$  - расход компрессора на выходе из диффузора, тогда

$$\Phi_n + \Phi' = \Phi, \quad (10)$$

где  $\Phi_n$  - расход газа через перепуск.

С учетом, что при перепуске с выхода на вход газ должен охлаждаться [10], а этот процесс длительный, то в первом приближении его можно описать аperiodическим звеном 1-го порядка. Тогда в выражении  $\Phi_n$  для описания расхода перепуска будет иметь вид

$$\Phi_n = \Phi' \left( \frac{K_b}{T_b p + 1} \right) \quad (11)$$

где  $K_b, T_b$  - параметры трубы и холодильника.

Дополним систему (3) уравнениями (10) и (11). В результате получим систему описывающие динамику системы "центробежный компрессор - перепуск":

$$\begin{aligned} p\Psi &= \frac{1}{4B^2 l_c} \left( \Phi - \Phi_c - \Phi' \left( \frac{K_b}{T_b p + 1} \right) \right), \\ \frac{p\Phi'(T_b p + 1) + K_b}{T_b p + 1} &= - \frac{\Phi'(T_b p + 1 + K_b)}{T_n (T_b p + 1)} + \\ &+ \frac{K}{T_n} \sqrt{\frac{1}{l_c} \cdot ((\psi_{C0}(\omega) + H(\omega)) \cdot (S)) - \Psi}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$S = 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{p\Phi'(T_b p + 1) + K_b}{(T_b p + 1)W(\omega)} - 1 \right) - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{p\Phi'(T_b p + 1) + K_b}{(T_b p + 1)W(\omega)} - 1 \right)^3,$$

где  $S$  -газодинамическая характеристика с учетом влияния перепуска.

Для открытия клапана электромеханического позиционера необходимо задаться расходом  $\Phi_n$  – который будет зависеть от угла открытия клапана на перепускном кране.

Проведем сравнение работы системы при использовании АПК и перепуска. Будем считать, что расход воздуха через АПК и байпасный клапан имеют одинаковое значение. Тогда, из полученных переходных процессов (рис. 3) видно, что обе системы обрабатывают задание на открытие клапана. Кривая 1 иллюстрирует работу система с АПК, кривая 3 – перепуск. Как видно из графика рабочая точка переходит на ГДХ, которое соответствует ГДХ с меньшей скоростью вращения. Кривая 2 отображает результаты совместной работы система управления с АПК и перепуском. В данной системе  $\Phi' > \Phi_{АПК}$ , таким образом, получаем, что если снижение параметров сети продолжается и достигает значения  $\Phi^*$ , то происходит открытие АПК. Очевидно, что линии 1 и 2 не пересекают границу помпажа и циклические колебания не возникают. Еще одна особенность при работе с АПК в том, что ГДХ немного изменяют угол наклона.

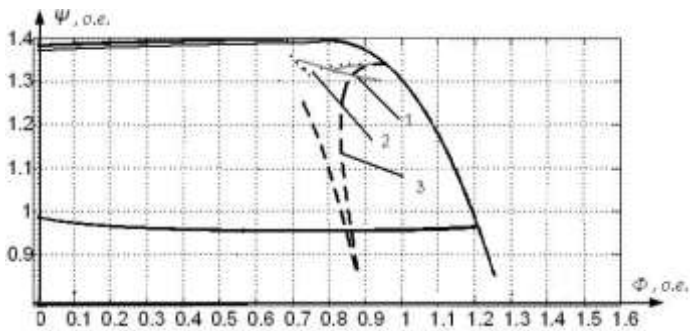


Рис. 1.– Газодинамические характеристики при работе с АПК, перепуском и со смешанным вариантом

**Выводы.** Как показывают исследования рис. 1 при использовании АПК, рабочая точка системы меняет траекторию движения и наклон ГДХ, тем самым позволяя "лишнему воздуху" выйти через АПК и предотвратить помпаж. При рассмотрении перепуска мы видим, что независимо от изменения параметром потребления рабочая точка остается в пределах заданных значений. Использование смешанной системы защиты позволяет стабилизировать систему, а при дальнейшем уменьшении потребления срабатывает АПК и стравливает "лишний воздух", при этом газодинамическая характеристика системы в целом остается неизменной.

**Список литературы:** 1. *Aben E.H. Bifurcation analysis of surge and rotating stall in axial flow compressors / E.H. Aben, P.K. Houpt, W.M. Hosny // Journal of Turbomachinery. – 1993. – № 115. – P.*

724-817. **2.** *Gravdahl J.T.* Modeling and Control of surge and rotating stall in compressor / *J.T. Gravdahl* // Journal of Turbomachinery. – 1998. – № 152. – P. 544-615. **3.** *Venturini M.* Development and experimental validation of a compressor dynamic model / *M. Venturini* // Journal of Turbomachinery. – 2005. – № 127. – P. 599-608. **4.** *Arnulfi G.L.* Extensive study on the control of centrifugal compressor surge / *G.L. Arnulfi, F. Blanchini, P. Giannattasio, D. Micheli, P. Pinamonti* // Journal of Power and Energy. – 2006. – № 220. – P. 289-304. **5.** *Dremin I.M.* (2002). Precursors of stall and surge processes in gas turbines revealed by wavelet analysis / *I.M. Dremin, V.I. Furletov, O.V. Ivanov, V.A. Nechitailoa, V.G. Terziev* // Control Engineering Practice. – 2002. – № 10. – P. 599-604. **6.** *Цабенко М.В.* Прогноз возникновения помпажа в центробежном компрессоре / *М.В. Цабенко, Р.С. Волянский, А.В. Садовой, Н.Т. Тищенко* // Тематический выпуск «Проблемы автоматизованного электропривода. Теория и практика» научно-технического журнала «Электроинформ». – 2009. – С. 404-405. **7.** *Цабенко М.В.* Математические модели устранения помпажа в центробежном компрессоре / *М.В. Цабенко, А.В. Садовой, Р.С. Волянский* // Вестник Кременчугского государственного университета имени М.Остроградского. – 2010. – Вып. 4 (63). – С. 167-169. **8.** Математическая теория оптимальных процессов / *Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко*. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с. **9.** *Летов А.М.* Математическая теория процессов управления / *А.М. Летов*. – М.: Наука, 1981. – 256 с. **10.** *Портнов В.В.* Воздухоснабжение промышленного предприятия: учеб. пособие / *В.В. Портнов*. – Воронеж: ГОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет". – 2007. – 228 с. **11.** *Садовой А.В.* Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / *А.В. Садовой, Б.В. Сухинин, Ю.В. Сохина*. – К.:ИСИМО, 1996. – 298 с. **12.** Релейные системы оптимального управления электроприводами / *А.В. Садовой, Б.В. Сухинин, Ю.В. Сохина, А.Л. Дерез*. – Днепропетровск: ДГТУ, 2011. – 337 с.

**Bibliography (transliterated):** **1.** Aben E.H. Bifurcation analysis of surge and rotating stall in axial flow compressors / E.H. Aben, P.K. Houpt, W.M. Hosny // Journal of Turbomachinery. – 1993. – № 115. – P. 724-817. **2.** Gravdahl J.T. Modeling and Control of surge and rotating stall in compressor / J.T. Gravdahl // Journal of Turbomachinery. – 1998. – № 152. – P. 544-615. **3.** Venturini M. Development and experimental validation of a compressor dynamic model / M. Venturini // Journal of Turbomachinery. – 2005. – № 127. – P. 599-608. **4.** Arnulfi G.L. Extensive study on the control of centrifugal compressor surge / G.L. Arnulfi, F. Blanchini, P. Giannattasio, D. Micheli, P. Pinamonti // Journal of Power and Energy. – 2006. – № 220. – P. 289-304. **5.** Dremin I.M. (2002). Precursors of stall and surge processes in gas turbines revealed by wavelet analysis / I.M. Dremin, V.I. Furletov, O.V. Ivanov, V.A. Nechitailoa, V.G. Terziev // Control Engineering Practice. – 2002. – № 10. – P. 599-604. **6.** Cabenko M.V. Prognoz vzniknovenija pompazha v centrobeznom kompressore / M.V. Cabenko, R.S. Voljanskij, A.V. Sadovoj, N.T. Tishhenko // Tematicheskij vypusk «Problemi avtomatizovanogo jelektroprivoda. Teorija i praktika» nauchno-tehnicheskogo zhurnala «Jelektroinform». – 2009. – S. 404-405. **7.** Cabenko M.V. Matematicheskie modeli ustranjenija pompazha v centrobeznom kompressore / M.V. Cabenko, A.V. Sadovoj, R.S. Voljanskij // Vestnik Kremenchugskogo gosudarstvennogo universiteta imeni M.Ostrogradskogo. – 2010. – Vyp. 4 (63). – S. 167-169. **8.** Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov / L.S. Pontrjagin, V.G. Boltjanskij, R.V. Gamkrelidze, E.F. Mishhenko. – M.: Fizmatgiz, 1961. – 392 s. **9.** Letov A.M. Matematicheskaja teorija processov upravlenija / A.M. Letov. – M.: Nauka, 1981. – 256 s. **10.** Portnov V.V. Воздухоснабжение промышленного предприятия: учеб. пособие / V.V. Portnov. – Voronezh: GOU VPO "Voronezhskij gosudarstvennyj tehničeskij universitet". – 2007. – 228 s. **11.** Sadovoj A.V. Sistemy optimal'nogo upravlenija precizionnymi jelektroprivodami / A.V. Sadovoj, B.V. Suhinin, Ju.V. Sohina. – K.:ISIMO, 1996. – 298 s. **12.** Relejnye sistemy optimal'nogo upravlenija jelektroprivodami / A.V. Sadovoj, B.V. Suhinin, Ju.V. Sohina, A.L. Derec. – Dneprodzerzhinsk: DGTU, 2011. – 337 s.

*Поступила (received) 08.02.2014*

**П.Ф. ЩАПОВ**, докт. техн. наук, НТУ «ХПИ»

**Р.П. МИГУЩЕНКО**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»

**М.И. ШПАРЁВА**, Харьков

## **СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЕЗДЕМОНТАЖНОГО КОНТРОЛЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПЕРВИЧНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ**

Рассмотрена статистическая модель бездемонтажного контроля погрешностей резервированных первичных измерительных преобразователей, позволяющая контролировать постоянство их систематических и случайных составляющих, без отключения преобразователей на поверку. Представлены результаты статистического моделирования, подтверждающих эффективность использования разностной остаточной дисперсии, как статистики контроля погрешностей измерительного преобразования

**Ключевые слова:** преобразование, контроль, дисперсия, статистическое моделирование.

**1. Постановка проблемы.** Бездемонтажный контроль точности измерительных преобразователей (без отключения последних на поверку) возможен при использовании специально организованных тестовых воздействий или структурно-алгоритмических методов обнаружения и коррекции погрешностей. При этом входные измеряемые величины должны быть статичны, а в состав средств контроля должны входить образцы или физически реализуемые модели контролируемых параметров или величин. Структурная избыточность тогда дополняется избыточностью информационной, что удорожает контроль, и делает его избирательным по отношению к той или иной части диапазона измеряемых величин. Однако, такие условия контроля точности первичных преобразователей, будут проблематичными, если техническое состояние объекта характеризуется нестационарностью, а измеряемые величины представляют собой случайные переходные процессы.

**2. Анализ литературы.** В настоящее время для бездемонтажного контроля применяются алгоритмические и структурные модели коррекции погрешностей первичных преобразователей, которые эксплуатируются в ИИС управления [1], в автоматизированных системах контроля [2, 3]. Методы и модели автоматического обнаружения и коррекции погрешностей особенно полно используются и для преобразователей температуры [4, 5]. Следует добавить, что во всех случаях подобного контроля необходимо наличие физически реализуемых образцов или моделей физических величин, обладающих заранее заданными свойствами.

© П.Ф. Щапов, Р.П. Мигущенко, М.И. Шпарёва 2014