

**Н.А. БАЛОНИН**, д-р техн. наук, доц., Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург;  
**В.С. СУЗДАЛЬ**, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков;  
**Ю.С. КОЗЬМИН**, канд. техн. наук, Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков

## **СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ПРОСТОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ**

Для систем управления процессами кристаллизации решается задача достижения желаемых показателей качества методами модального управления. Синтез проводится на основе анализа мер модального доминирования собственных значений матрицы состояний объекта управления.

**Ключевые слова:** монокристалл, метод Чохральского, система, управление, качество, доминирование.

**Введение.** Несмотря на интенсивное развитие различных направлений теории оптимального автоматического управления ( $H_2$ ,  $H_1$ ,  $H_\infty$  оптимизация), в промышленности наиболее популярными, по-прежнему, остаются простые регуляторы (регуляторы низкого порядка с фиксированной структурой), которые проще для понимания разработчиками и заказчиками, менее требовательны к вычислительным ресурсам. Самой распространенной структурой в промышленных системах управления, в том числе и при выращивании монокристаллов, является ПИД-регулятор. К настоящему времени ставится вопрос о развитии методов создания оптимальных регуляторов простой структуры, которые дают возможность повысить качество решения задач управления для систем выращивания монокристаллов.

**Анализ основных достижений и публикаций.** В работе [1] представлен обзор целого ряда подходов к синтезу регуляторов заданной структуры и пониженного порядка для линейных стационарных систем. Рассматриваются методы прямого (на основе редукции модели) и косвенного (на основе линейных матричных неравенств) построения регуляторов пониженного и заданного порядка в задачах ковариационного управления, синтез регуляторов на основе методов  $H_\infty$  оптимизации.

**Формирование целей и задач.** На наш взгляд, к построению простых регуляторов приводит и метод модального управления, которое обычно решается на основе выбора спектра динамической системы, т.е. размещения ее собственных значений, с целью достижения целей управления.

По сравнению с ПИД-регулятором, естественные преимущества которого, это "некоторая коррекция" динамики, которую можно даже не знать, модальное управление учитывает моды, т.е., опирается на знание реального объекта. Поэтому, естественно появился такой регулятор в сочетании с идентификатором. Идентификация уточняет динамику, а модальный регулятор разворачивается вслед этим уточнениям [2].

Целью настоящей работы является синтез модального управления для процессов выращивания монокристаллов. Для достижения поставленной цели необходимо для многосвязной системы осуществить выбор спектра замкнутой системы на основе анализа мер модального доминирования собственных значений матрицы состояний объекта управления.

**Материалы исследований: уравнения модального синтеза.** Рассмотрим систему в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(t_0) = x_0, \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x \in R^n$  – вектор состояния,  $y \in R^l$  – выходной вектор,  $u \in R^m$  – вектор управления,  $x_0$  – начальные условия, т.е. состояние системы в начальный момент времени  $t_0$ .  $A, B, C$  – постоянные матрицы соответствующих размеров.

Модальный синтез связан с непосредственным управлением модами (тонами собственных колебаний). Для многосвязных систем выбор спектра обычно выливается в малоприятную проблему манипулирования большим количеством собственных значений, что существенно осложняет процесс исследования их влияния на поведение динамической системы.

В [2] предложено выбор собственных значений замкнутой системы проводить на основе анализа мер модального доминирования  $\mu$  собственных значений матрицы  $A$ . Введение меры модального доминирования дает формальную оценку подвижности "позиций" собственных значений.

$$\mu = v^T B B^T v, \quad (2)$$

где  $v$  – левый собственный вектор матрицы  $A$ .

Спектр, т.е. матрица  $Q = A - BK$  замкнутой динамической системы, зависит от назначаемой матрицы  $K$  обратных связей модального регулятора  $u = -Kx$  (или наблюдающего устройства, т. к. эти задачи двойственны).

Пусть  $Q = XDX^{-1}$  – спектральное разложение матрицы  $Q$ , где  $D$  – диагональная матрица ее собственных значений,  $X$  – столбцовая матрица собственных векторов. Система с матрицей  $Q = A - bK$  при скалярном входе  $b = Bm$ , где  $m$  – весовые множители, эквивалентна системе с расширенной матрицей входа  $\underline{B} = [b \quad b \quad \dots \quad b]$ , при условии, что количество входов си-

стемы равно размерности вектора состояния, но все вектор-столбцы одинаковы, причем  $A - Q = \underline{B} \underline{K}$ , где  $\underline{K}$  – матрица расширенного регулятора.

Пусть  $AX - XD = [b \ b \ \dots \ b]$ , т.е.  $\underline{K}X$  – единичная матрица  $\underline{K} = X^{-1}$ . В силу линейности система с одним входом зависит от обратной связи  $u = -Kx$ , где

$$K = [1 \ 1 \ \dots \ 1]X^{-1}, \quad (3)$$

т.е.  $K$ , равен сумме левых собственных векторов матрицы  $Q$ . Если регулятор не меняет спектр и собственные векторы матрицы  $A$ , матричное уравнение представляет собой спектральное разложение матрицы  $A$ :  $AX - XD = 0$ ,  $A = XDX^{-1}$ .

Собственный вектор матрицы  $Q$  задается неоднородным уравнением

$$(A - \lambda I)x = b, \quad (4)$$

которое при  $b=0$  описывает собственные векторы матрицы  $A$ ,  $\lambda$  – собственные значения. Годограф собственных векторов матрицы  $Q$ , ее резольвента, содержит сингулярности (разрывы) в точках спектра матрицы  $A$ . Если меняется только часть спектра матрицы  $A$ , то нулевые столбцы  $B = [b \ b \ \dots \ b, \ 0, \ 0, \ \dots, \ 0]$  отвечают неизменяемым собственным векторам.

Значение резольвенты подчеркивается тем, что вектор-строка коэффициентов обратных связей  $K$  модального регулятора  $u = -Kx$  равна сумме левых собственных векторов  $Q$ , отвечающих ее отличным от спектра матрицы  $A$  собственным значениям. При изменении только одного собственного значения, матрица  $K$  равна соответствующему левому собственному вектору  $Q$ . Вектор столбец эквивалентного входа  $b = Bm$  может быть единым для всех изменяемых собственных значений, но у многосвязных систем на решение можно повлиять, назначая его индивидуально.

Одна из осмысленных и вполне достижимых целей при выборе эквивалентного входа, состоит в сближении собственных векторов матриц  $A$  и  $Q$ . Существует и такой вариант постановки задачи, как управление собственными векторами  $Q$  при неизменном ее спектре, совпадающем с  $A$ .

**Объект управления.** Крупногабаритные скинтилляционные монокристаллы (СМК) весом до 500 кг выращивают в промышленности методом Чохральского на установках типа «РОСТ» [3]. На этих установках практически реализованы процессы управляемой кристаллизации из расплава на затравку, с использованием для управления информации о положении уровня расплава. В основе выращивания монокристаллов из расплава методом Чохральского заложены принципы направленной кристаллизации, которая всегда осуществляется при наличии и взаимодействии двух направленных потоков – переноса энергии в форме тепла и межфазного массопереноса (рис 1). Поскольку растущий кристалл не имеет контакта со стенками тигля, а форма и

размер образца определяются капиллярными силами и условиями тепломассообмена в системе кристалл-расплав, то к основным параметрам технологического процесса относят характерный размер (диаметр  $D_s$ ) цилиндрического образца, положение фронта кристаллизации относительно свободной поверхности расплава  $h$  и уровень расплава в тигле  $H$ .

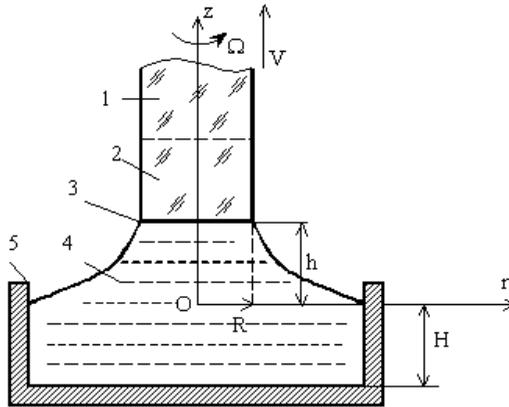


Рис. 1 – Схема выращивания методом Чохральского:

1 – затравка, 2 – кристалл, 3 – фронт кристаллизации, 4 – расплав, 5 – тигель,  $R$  – радиус кристалла,  $h$  – высота фронта кристаллизации,  $H$  – уровень расплава в тигле,  $V$  – скорость вытягивания кристалла,  $\Omega$  – угловая скорость вращения кристалла,  $zOr$  – система координат.

Процесс выращивания включает в себя несколько основных этапов: инициирования роста монокристалла с помощью затравочного кристалла (затравливание) и вытягивания образца сначала с переменным сечением (разращивание кристалла по диаметру), а затем с постоянным сечением (рост по высоте). Диаметр растущего кристалла управляют, изменяя тепловые условия выращивания. Система управления должна обеспечивать приемлемое качество переходных процессов, необходимую точность и устойчивость управления.

Затравливание и разращивание кристалла ведется в ручном режиме без включения обратной связи в системе управления. Система управления диаметром монокристалла и температурой подпиточного расплава включается с началом роста кристалла по высоте. Этот момент определяет начальные условия управления.

Процесс выращивания крупногабаритных СМК сопровождается заменой расплава кристаллизующей средой и перераспределением масс расплава и кристалла в рабочем пространстве ростовой установки. На разных стадиях выращивания изменяются все характеристики теплового поля – значения

температур расплава и кристалла, параметры теплопереноса, положение фронта кристаллизации и величина градиента температуры в области фронта кристаллизации, т.е. процесс кристаллизации, является нестационарным.

Исследования процесса кристаллизации крупногабаритных СМК показывают, что процесс роста монокристалла по высоте можно условно разбить на несколько дополнительных интервалов, в пределах которых тепловые условия кристаллизации, являются стационарными. Это позволяет использовать на этих интервалах выращивания модальные регуляторы.

**Результаты исследований: синтез управления.** Пусть в пространстве состояний объект управления (ОУ) описывается системой (1). Моделирование процесса выращивания, как ОУ, проводилось на примере получения крупногабаритных активированных монокристаллов. Процесс выращивания рассматривался как многосвязный ЛТИ-объект управления с двумя входными величинами – температура основного  $Td$  и температура дополнительного нагревателя  $Tb$  и двумя выходами – диаметр кристалла  $Ds$  и температура подпиточного расплава  $Tr$  [3].

На одном из интервалов роста монокристалла по высоте модель ОУ в отклонениях от установившегося режима в пространстве состояний имеет следующие матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ x1 & 0 & -1,4969 & 0 & 0 \\ x2 & 1 & -5,6514 & 0 & 0 \\ x3 & 0 & 0 & 0 & -0,4322 \\ x4 & 0 & 0 & 0,5 & -3,1241 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} u1 & u2 \\ x1 & -0,5126 & 2,1445 \\ x2 & 0,2695 & 5,8534 \\ x3 & 0,1458 & -0,1969 \\ x4 & 0,8494 & -0,4142 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ y1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ y2 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Объект управления полностью управляем и наблюдаем.

Известно, что в благополучно устроенной процедуре, анализ свойств ОУ всегда предшествует синтезу управления и дает для него важнейшие ориентиры [2].

Анализ. Столбцовая матрица собственных векторов матрицы  $A$

$$U_A = \begin{bmatrix} 0,9831 & 0,2684 & 0 & 0 \\ 0,1830 & 0,9633 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9869 & 0,1401 \\ 0 & 0 & 0,1616 & 0,9901 \end{bmatrix}.$$

В табл. 1 для ОУ приведен спектр (собственные значения  $\lambda_i$ ) и меры модального доминирования  $\mu_i$  собственных значений по управлению, вычисленные по выражению (2).

Таблица 1– Собственные значения и меры модального доминирования ОУ

Собственные числа	-5,37	-0,28	-3,05	-0,07
Меры доминирования	35,82	0,70	0,88	0,02

Из таблицы следует, что первая мода диспропорционально доминирует, менять ее особенно легко. Судя по мерам доминирования, наиболее тяжело, должно быть, менять моды -0,28 и -0.07.

Синтез. Зададим разовое смещение собственных чисел  $\lambda_1$  на -0,123 и  $\lambda_3$  на -0,02. По выражению (4) найдем собственные вектора  $X_i$  замкнутой системы

$$X_1 = (A - \lambda_1 I) \setminus B_1,$$

$$X_2 = (A - \lambda_3 I) \setminus B_2,$$

где  $B_1$  и  $B_2$  столбцы матрицы  $B$ .

Матрица регулятора  $K = [X_1 \ X_2]^{-1}$ :

$$K = \begin{bmatrix} -0,1589 & -0,0315 & 0,0010 & -0,0080 \\ -0,0006 & -0,0003 & -0,0137 & -0,0022 \end{bmatrix}.$$

Для замкнутой динамической системы матрица  $Q = A - BK$  и матрица собственных векторов, соответственно, будут:

$$Q = \begin{bmatrix} -0,0802 & -1,5123 & 0,0300 & 0,0007 \\ 1,0462 & -5,6411 & 0,0801 & 0,0152 \\ 0,0231 & 0,0045 & -0,0029 & -0,4315 \\ 0,1348 & 0,0266 & 0,4934 & -3,1183 \end{bmatrix},$$

$$U_Q = \begin{bmatrix} -0,2993 & 0,0253 & -0,9794 & -0,0461 \\ -0,9470 & 0,1238 & -0,1974 & -0,0240 \\ 0,0178 & 0,1413 & 0,0043 & -0,9859 \\ 0,1156 & 0,9819 & -0,0424 & -0,1593 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, матрица  $U_Q$  существенно отличается от матрицы  $U_A$  только первым и вторым столбцами. Фробениусова норма матрицы  $K$ : 0.3028. Затраты модального регулятора, оцениваемые, в нашем случае, нормой матрицы обратных связей, в общем, складываются из затрат на изменение темпов (модули собственных значений) и формы траекторий (собственные векторы). Поэтому, как уже отмечалось, при синтезе модального управления многосвязной системой одна из осмысленных и вполне достижимых целей состоит в сближении собственных векторов матриц  $A$  и  $Q$ , что отвечает естественной цели получить реализуемый на практике регулятор.

В табл. 2 приведен спектр и меры модального доминирования для замкнутой системы.

Таблица 2 – Собственные значения и меры модального доминирования замкнутой системы

Собственные числа	-5,25	-0,37	-3,07	-0,07
Меры доминирования	37,01	0,52	0,95	0,02

Сравнение спектра и мер модального доминирования для ОУ и замкнутой системы показывает, что синтез изменил собственные значения  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и их меры доминирования. Увеличились и преобладают меры доминирования собственных значений  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$ .

На рис. 2 приведены переходные характеристики ОУ и замкнутой системы (ЗС) по каналу: температура донного нагревателя  $Td$  – диаметр кристалла  $Ds$ .

Длительность переходного режима для объекта управления составляет 15 с, для замкнутой системы – 10 с. Это стандартное отображение качества управления для инерционных ОУ, каким является процесс выращивания крупногабаритных монокристаллов.

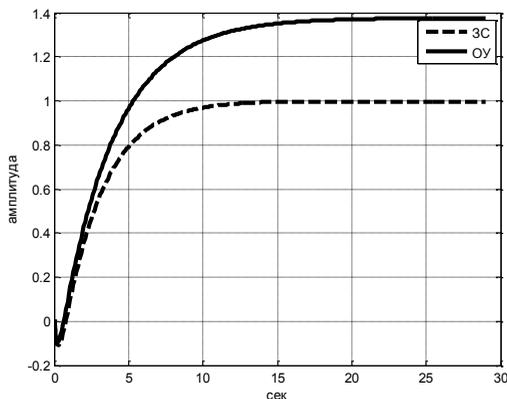


Рис. 2 – Переходные характеристики ОУ и замкнутой системы

Можно сделать вывод, что синтезированный регулятор вполне приемлем для управления выращиванием СМК. Однако, в производственных условиях процесс выращивания часто подвержен действию кратковременных возмущений тепловых условий, что может привести к неравномерному распределению (захвату) активатора по высоте кристалла. Этот процесс резко ухудшает качество конечной продукции. Замкнутая система с синтезированным регулятором имеет в канале управления диаметром монокристалла быстрое доминирующее собственное значение  $\lambda_1 = -5,25$  с,  $\mu_1 = 37,01$  (см. табл. 2), которое позволит отреагировать на такое возмущение и уменьшить его влияние на качество монокристалла. Таким образом, данные табл.2 в большой степени характеризуют качество управления процессом кристаллизации, синтезированным регулятором, так как  $\lambda_i$  и  $\mu_i$  отражают доминирование и темпы реакций в замкнутой системе (у многосвязных систем они заменяют понятие моментов передаточной функции).

**Выводы.** Для многосвязного процесса выращивания крупногабаритных СМК проведен синтез в пространстве состояний модального регулятора, опираясь на метод модального доминирования при одиночном смещении части собственного спектра объекта управления. Модальный синтез не фробениусов, проводился в собственном базисе.

Проведенный синтез подтвердил обоснованность основной идеи, относительно адаптации собственного пространства в многосвязных динамических системах, у которых количество входов, как правило, уступает размерности вектора состояния: ни спектр, ни собственные векторы в процессе модального управления не стоит менять без особой необходимости, а только с привлечением анализа на первой стадии процедуры синтеза.

Аналитическое решение задачи возможно не только при разовой, но и при итерационной подвижке собственных значений, одно за другим, когда можно оценить меру модального доминирования каждого собственного значения и норму матрицы обратных связей модального регулятора при одиночном изменении спектра.

Результаты синтеза, а, именно, длительность переходного процесса в замкнутой системе, отсутствие перерегулирования и табличные данные показывают, что синтезированная система удовлетворяет требованиям к качеству управления при выращивании крупногабаритных СМК.

**Список литературы:** 1. *Бойченко В. А.* Некоторые методы синтеза регуляторов пониженного порядка и заданной структуры / *В. А. Бойченко, А. П. Курдюков, В. Н. Тимин, М. М. Чайковский, И. Б. Ядыкин* // Управление большими системами. Вып. 19. М.: ИПУ РАН. – 2007. – С. 23–126. 2. *Балонин Н. А.* Новый курс теории управления движением / *Н. А. Балонин.* – СПб.: Изд-во С.-Петербург. Ун-та, 2000. – 160 с. 3. Рост кристаллов / [Горилецкий В. И., Гринев В. В., Заславский Б. Г. и др.]. – Харьков: АКТА, 2002. – 535 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Bojchenko V. A.* Nekotorye metody sinteza reguljatorov ponizhenogo porjadka i zadannoj struktury / *V. A. Bojchenko, A. P. Kurdjukov, V. N. Timin, M. M. Chajkovskij, I. B. Jadykin* // Upravlenie bol'shimi sistemami. Vyp. 19. M.: IPU RAN. – 2007. – S. 23–126. 2. *Balonin N. A.* Novyj kurs teorii upravlenija dvizheniem / *N. A. Balonin.* – SPb.: Izd-vo S.-Peterb. Un-ta, 2000. – 160 s. 3. Rost kristallov / [Gorileckij V. I., Grinev B. V., Zaslavskij B. G. i dr.]. – Kharkov: AKTA, 2002. – 535 s.

*Поступила (received) 04.02.2014*

**А.Н. БОРИСЕНКО**, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»  
**Б.И. КУБРИК**, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»  
**А.Б. БОГАЕВСКИЙ**, д-р техн. наук, проф. ХНАДУ;  
**О.В. ЛАВРИНЕНКО**, преп.-стаж., НТУ «ХПИ».

## **ПОСТРОЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ СТРУКТУРЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ**

Статья посвящена созданию обобщенной структуры и построению математических моделей преобразователей параметров движения топливodoзирующего органа и скорости вращения турбокомпрессора дизель – генераторной установки с наддувом в массу дополнительного воздуха, подаваемого в дизель при набросе нагрузки.

**Ключевые слова:** математическая модель, дизель, клапан, двигатель.

**Постановка проблемы.** Дизель-электрические агрегаты получили широкое распространение в качестве источников электрической энергии во многих отраслях народного хозяйства. Для повышения энергетических показателей эти установки снабжаются автономным турбокомпрессором, подающим воздух в дизель и улучшающим, тем самым, процесс сгорания и превращения энергии топлива механическую работу. Однако в переходных режимах работы, вызванных набросами нагрузки, турбокомпрессор вследствие своей инерциальности не успевает в полной мере наращивать подачу наддувочного воздуха и рабочий процесс дизеля протекает неудовлетворительно [1]. Для улучшения последнего обеспечиваются специальные мероприятия по дополнительному воздухоснабжению дизеля [2].

Анализ литературы показывает, что в настоящее время уже имеются некоторые технические решения, обеспечивающие дополнительное воздухоснабжение дизель – генераторов с газотурбинным наддувом в переходных режимах работы [3 - 6], с учетом ряда управляющих и возмущающих воздействий. При этом, однако, отсутствует обобщенная структура преобразователя соответствующих параметров в массу дополнительного воздуха и математические модели происходящих при этом процессов.

**Цель статьи.** Построение математической модели и синтез обобщенной структуры преобразователя параметров управления и режима работы дизель – генератора при массе дополнительно подаваемого воздуха.

Составим математическую модель процессов, описанных в [7 - 9].

На работающем двигателе измеряются скорость движения топливodoзирующего органа  $V_{НР}$  и угловая скорость турбокомпрессора  $\omega_k$  с помощью датчиков, выходные сигналы которых можно записать как