

Т.Б. НИКИТИНА, д-р. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;
М.О. ТАТАРЧЕНКО, асп. НТУ «ХПИ»;
В.В. ХОМЕНКО, асп. НТУ «ХПИ»

СИНТЕЗ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВУХМАССОВОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Разработана математическая модель двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления и обоснован вектор цели робастного управления. Выполнено исследование динамических характеристик робастного управления двухмассовой электромеханической системой. Показано, что синтезированная система робастного управления имеет низкую чувствительность к изменению параметров модели объекта управления.

Ключевые слова: двухмассовая электромеханическая система, робастное управление, математическая модель, неопределенности параметров.

Введение. Для эффективного повышения точности регулирования скорости вращения электромеханических систем с упругими элементами в трансмиссии между приводным двигателем и рабочим органом широко используется управление по вектору состояния. Методы синтеза систем управления, основанные на минимизации квадратичного критерия, называются задачами H^2 -оптимизации. Однако, квадратичный критерий чувствителен к наличию неучтенных помех и возмущений как со стороны внешних сигналов, так и параметрических возмущений самих объектов. Поэтому в последнее десятилетие получили развитие методы минимизации H^∞ -нормы, которая служит эффективным показателем реакции системы на различного типа воздействия при наличии неопределенностей в описании объекта управления.

Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами. Рассмотрим построение робастной системы управления для работы во всем диапазоне изменения параметров объекта управления. При таком подходе в вектор цели робастного управления необходимо включить переменные состояния системы, характеризующие чувствительность системы к изменению параметров объекта управления, а в вектор внешних воздействий включить сами изменения параметров объекта управления. Для синтеза робастного управления необходима математическая модель объекта управления в виде уравнения состояния, в которой в вектор внешних воздействий включены неопределенности параметров модели исходного объекта управления, а в вектор цели робастного управления включены переменные состояния объекта управления, характеризующие реакцию объекта управления на вариацию параметров модели исходного объекта управления.

© Т.Б. Никитина, М.О. Татарченко, В.В. Хоменко, 2014

Анализ последних достижений и публикаций по данной проблеме. К настоящему времени теория робастного управления динамическими системами представляет собой законченную теорию и доведена до программной реализации, в частности, в Robust control toolbox пакета MATLAB [1]. Задача синтеза робастного управления заключается в минимизации чувствительности системы к параметрическим возмущениям [2-6]. В частности для линейной системы управления в замкнутой форме по вектору состояния системы, восстанавливаемому с помощью робастного наблюдателя, находится из условия минимизации нормы вектора цели по управлению и максимизации этой же нормы вектора цели по норме вектора внешних воздействий [7-10]. В работах [11-16] разработаны математические модели многомассовых электромеханических систем. Однако, в этих работах не разработана математическая модель двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления а также отсутствует методика синтеза робастного управления такой системы с учетом неопределенности объекта управления.

Цель статьи. Целью данной статьи повышение точности управления и уменьшение чувствительности к изменению параметров объекта управления двухмассовой электромеханической системой на основе робастных методов. Задачей статьи является разработка математической модели, синтез и исследование динамических характеристик робастного управления двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления.

Изложение материала исследования, полученных научных результатов. Наиболее простой моделью электромеханических систем с упругими элементами является модель в виде двух массовой электромеханической системы. В этом случае вся трансмиссия передачи момента от приводного двигателя к рабочему механизму представляется в виде двух сосредоточенных масс с моментами инерции двигателя J_δ и рабочего механизма J_m , связанных упругим валом с жесткостью C . Приводной двигатель с моментом инерции J_δ развивает момент двигателя M_δ , а на рабочий механизм с моментом инерции J_m действует момент сопротивления M_c . Такой модели двухмассовой электромеханической системы соответствует система следующих уравнений:

$$\begin{aligned}
 J_m \frac{d\omega_m}{dt} &= M_y + \beta(\omega_\delta - \omega_m) - M_c, \\
 \frac{dM_y}{dt} &= C(\omega_\delta - \omega_m), \\
 J_\delta \frac{d\omega_\delta}{dt} &= M_\delta - M_y - \beta(\omega_\delta - \omega_m).
 \end{aligned}$$

В этих уравнениях: ω_m, ω_o – скорость вращения рабочего механизма и двигателя; J_m, J_o – моменты инерции рабочего механизма и двигателя; M_y – момент упругости; C, β – жесткость и коэффициент внутреннего вязкого трения упругого вала на скручивание.

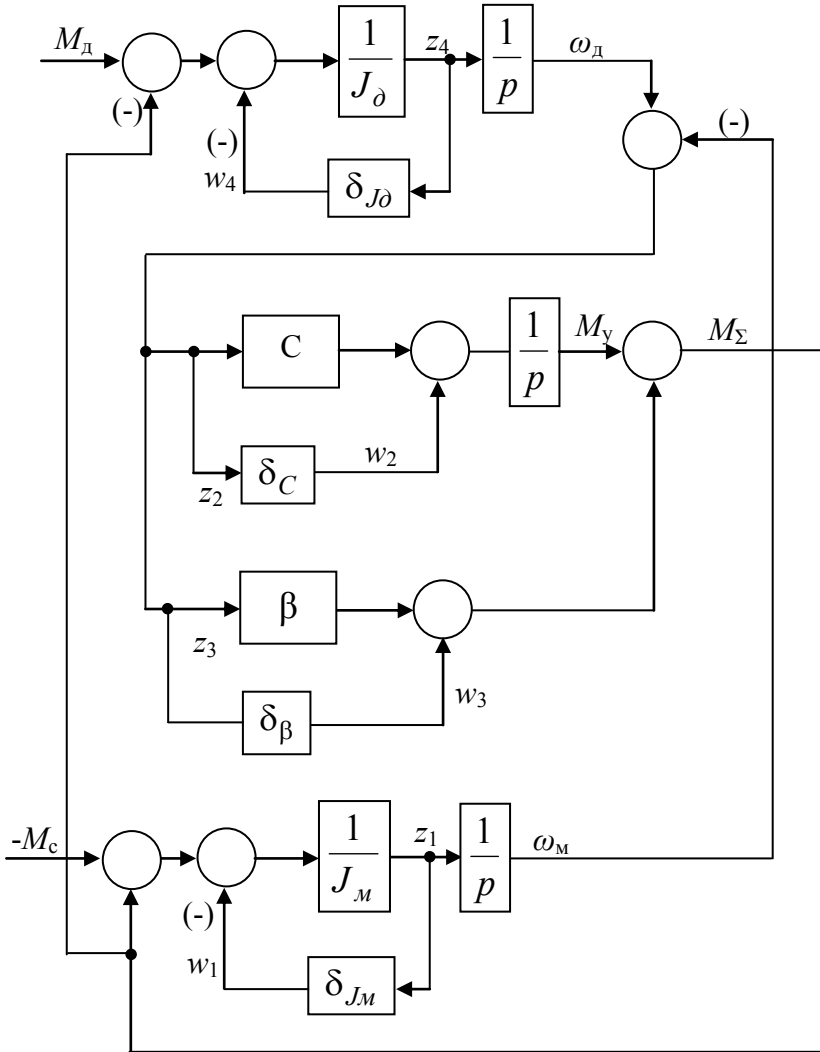


Рис. 1 – Схема двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенностей объекта управления

Введем вектор состояния этой системы, компонентами которого являются скорость вращения механизма ω_m , момент упругости M_y и скорость вращения двигателя ω_o в следующем виде:

$$\vec{x} = [\omega_m, M_y, \omega_o]^T.$$

Введем вектор управления $\vec{u}(t)$, компонентами которого являются момент двигателя M_o и момент сопротивления M_c в следующем виде:

$$\vec{u}(t) = [M_o, M_c]^T.$$

Тогда в уравнении состояния

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t),$$

матрицы состояния и управления согласно [2] равны

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -\frac{\beta}{J_m} & \frac{1}{J_m} & \frac{\beta}{J_m} \\ \hline -C & & C \\ \hline \frac{\beta}{J_o} & -\frac{1}{J_o} & -\frac{\beta}{J_o} \\ \hline \end{array}, \quad B = \begin{array}{|c|c|} \hline & -\frac{1}{J_m} \\ \hline & \\ \hline \frac{1}{J_o} & \\ \hline \end{array}$$

Рассмотрим теперь математическую модель двухмассовой электромеханической системы с учетом неопределенностей задания ее параметров. В процессе работы системы момент инерции рабочего механизма J_m , как правило, изменяется в определенных, часто в достаточно широких, пределах. В ряде механизмов достаточно сильно изменяется и жесткость упругого вала C , связывающего валы рабочего механизма и приводного двигателя [17-20]. В частности, это имеет место при использовании люфтовывбирающих пружин.

Момент инерции приводного двигателя в процессе эксплуатации обычно либо не изменяется вообще, либо изменяется в незначительных пределах. Однако в случае, когда в двухмассовой системе соединение с рабочим механизмом осуществляется с помощью рычагов, приведенный момент инерции двигателя, включающего рычаги также изменяется в широких пределах [21-26]. Поэтому будем рассматривать также и изменяющийся приведенный момент инерции двигателя.

Представим фактические значения моментов инерции приводного двигателя \bar{J}_o , рабочего механизма \bar{J}_m и жесткости упругой передачи от вала двигателя к валу рабочего органа \bar{C} в виде суммы номинальных значений параметров J_o , J_m , C и изменения этих значений параметров δ_{J_o} , δ_{J_m} , δ_C в следующем виде:

$$\begin{aligned}\bar{J}_o &= J_o + \delta_{J_o}, \\ \bar{J}_M &= J_M + \delta_{J_M}, \\ \bar{C} &= C + \delta_C.\end{aligned}$$

Запишем уравнение состояния, вектор цели $\bar{z}(t)$ и вектор измеряемого выхода $\bar{y}(t)$ в стандартной форме, принятой в H^∞ теории робастного управления

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{x}}{dt} &= A\bar{x}(t) + B_1\bar{w}(t) + B_2\bar{u}(t), \\ \bar{z}(t) &= C_1\bar{x}(t) + D_{11}\bar{w}(t) + D_{12}\bar{u}(t), \\ \bar{y}(t) &= C_2\bar{x}(t) + D_{21}\bar{w}(t) + D_{22}\bar{u}(t).\end{aligned}$$

где $\bar{w}(t)$ – вектор внешних возмущений. Введем, согласно рис. 1, векторы возмущений $\bar{w}(t)$ и цели $\bar{z}(t)$ в следующем виде

$$\begin{aligned}\bar{w} &= [w_1, w_2, w_3, w_4]^T, \\ \bar{z} &= [z_1, z_2, z_3, z_4]^T.\end{aligned}$$

Тогда, согласно рис. 1, $\bar{w} = \Delta\bar{z}$, где матрица параметрических возмущений Δ имеет диагональный вид

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{J_M} & & & \\ & \delta_c & & \\ & & \delta_\beta & \\ & & & \delta_{J_o} \end{bmatrix}.$$

Задача синтеза робастного управления заключается в минимизации чувствительности системы к параметрическим возмущениям[26-29]. При синтезе робастного управления будем считать вектор $\bar{w}(t)$ – вектор внешних возмущений независимым, а задачей синтеза робастного управления является минимизация нормы вектора цели $\bar{z}(t)$. При таком подходе с помощью робастного управления фактически минимизируется чувствительность системы к параметрическим возмущениям.

Тогда соответствующие матрицы в стандартном описании системы примут следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} \\ -C & & C \\ \frac{\beta}{J_o} & -\frac{1}{J_o} & -\frac{\beta}{J_o} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & \\ & 1 & & \\ & & -\frac{1}{J_o} & -\frac{1}{J_o} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} & -\frac{1}{J_M} \\ & \\ \frac{1}{J_o} & \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
D_{11} = & \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & \\ & & & \\ & & & \\ & & -\frac{1}{J_o} & -\frac{1}{J_o} \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} & -\frac{1}{J_M} & & \\ & & & \\ & & & \\ \frac{1}{J_o} & & & \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} \\ -1 & & 1 \\ -1 & & 1 \\ \frac{\beta}{J_o} & -\frac{1}{J_o} & -\frac{\beta}{J_o} \end{bmatrix}, \\
C_2 = & \begin{bmatrix} & & & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Представим контур прямого управления моментом двигателя M_o в виде апериодического звена первого порядка в виде следующего уравнения состояния

$$\frac{dM_o}{dt} = -\frac{1}{T_o} M_o + \frac{K_o}{T_o} M_{\text{зв}}.$$

Для реализации астатизма по управлению, включим в модель объекта управления интегратор с переменной состояния I , на вход которого подадим ошибку системы между заданным значением скорости вращения и скорости вращения рабочего органа.

$$\frac{dI}{dt} = \omega_3 - \omega_o.$$

Минимизация нормы вектора цели $\vec{z}(t)$ в таком виде приводит к бесконечным управлениям, так как вектор цели не содержат управления и переменных состояния, которые необходимо ограничивать. Потому введем в вектор контролируемых переменных Z управление – задание по моменту двигателя M_z , ошибку регулирования $\varepsilon = \omega_3 - \omega_o$, а также выходную переменную интегратора I , так, что вектор Z примет следующий вид

$$Z = [Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, \varepsilon, I, M_z]^T.$$

В вектор внешних воздействий $\vec{w}(t)$ введем также заданное значение скорости ω_3 , момент сопротивления M_c , а также помеху измерения скорости f_ω и фиктивную помеху измерения выхода интегратора f_z , так что вектор внешних воздействий w примет следующий вид

$$w = [w_1, w_2, w_3, w_4, \omega_3, M_c, f_\omega, f_z]^T.$$

Тогда соответствующие матрицы в стандартном описании системы примут следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} & & \\ -C & & C & & \\ \frac{\beta}{J_\partial} & -\frac{1}{J_\partial} & -\frac{\beta}{J_\partial} & \frac{1}{J_\partial} & \\ & & & -\frac{1}{T_\partial} & \\ & & & & -1 & \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & & & -\frac{1}{J_M} & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & & -\frac{1}{J_\partial} & & & & \\ & & & & & & & 1 & \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \frac{K_d}{T_d} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{J_M} & \frac{1}{J_M} & \frac{\beta}{J_M} & & \\ -1 & & 1 & & \\ -1 & & 1 & & \\ \frac{\beta}{J_\partial} & -\frac{1}{J_\partial} & -\frac{\beta}{J_\partial} & & \\ -1 & & & & \\ & & & & 1 & \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} & & 1 & & \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_M} & & \frac{1}{J_M} & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & -\frac{1}{J_\partial} & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} & & & & & 1 & & \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Заметим, что для получения приемлемых показателей качества в вектор цели необходимо также вводить моменты упругости и скорости вращения двигателя и рабочего механизма.

Результаты моделирования на ЭВМ. В качестве примера приведем переходные процессы робастной системы управления двухмассовой электромеханической системой. В рассматриваемой системе наиболее сильно изменяется момент инерции рабочего механизма и при этом система должна обеспечивать заданные показатели. При моделировании учтено наличие нелинейностей в объекте управления.

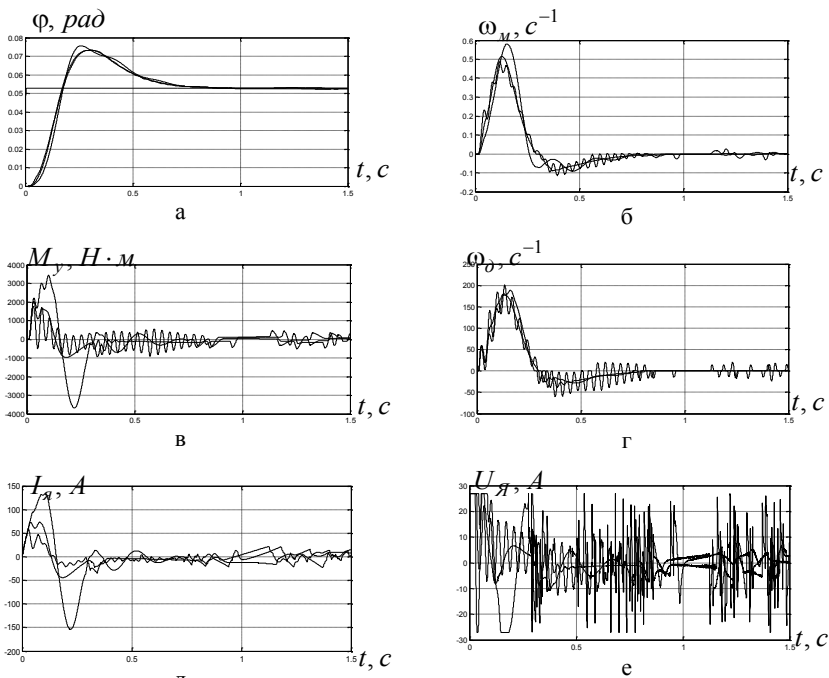


Рис. 2.– Переходные процессы при отработке малых углов

На рис. 2 показаны переходные процессы: а– угла поворота рабочего механизма $\varphi(t)$; б– скорости вращения поворота рабочего механизма $\omega_M(t)$; в –момента упругости $M_y(t)$; г –скорости двигателя $\omega_0(t)$; д –тока двигателя $I_y(t)$; е– напряжения на якорной цепи двигателя $U_y(t)$ при отработке малых углов. Как видно из рисунка, синтезированная система робастного управления достаточно хорошо парирует изменение величины момента инерции рабочего механизма в широких пределах, и следовательно, имеет низкую чувствительность к изменению параметров модели объекта управления.

Выводы из проведенного исследования, перспективы этого направления. В статье разработана математическая модель двухмассовой электро-механической системы с учетом неопределенности объекта управления. Для синтеза робастного управления двухмассовой электромеханической системы обоснован выбор вектора цели робастного управления, включающий вектор неопределенностей параметров объекта управления, ошибку регулирования, переменные состояния объекта управления и само управление. Выполнено исследование динамических характеристик робастного управления двухмас-

совой электромеханической системы с учетом неопределенности объекта управления. В результате проведенных исследований динамических характеристик синтезированных систем робастного управления показано, что эти системы имеет существенно меньшую чувствительность к изменению параметров моделей объектов управления и внешних воздействий по сравнению с аналогичными системами оптимального управления. В частности, применение оптимальных систем управления, синтезированных для одного – центрального объекта управления, привело к потере устойчивости системы при изменении момента инерции рабочего механизма в заданных пределах. Применение робастных регуляторов позволило сохранить устойчивость системы с одним робастным центральным регулятором во всем диапазоне изменения момента инерции рабочего механизма при выполнении требований, предъявляемых к системе.

Список литературы: 1. *Gu D.-W.* Robust Control Design with MATLAB / *D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, M.M. Konstantinov.* – Springer, 2005. – 389 p. 2. *Hoyle D.* An H_∞ approach to two-degree-of-freedom design / *D. Hoyle, R. Hyde, D.J.N. Limebeer* // In Proceedings of the 30 th IEEE Conference on Decision and Control. – 1991. – Pp. 1581-1585. 3. *Limebeer D.J.N.* On the design of robust two degree of freedom controllers / *D.J.N. Limebeer, E.M. Kasenally, J.D. Perkins* // Automatica – 1993. – №29. – Pp. 157 – 163. 4. *Diamond P.* Anisotropy – based performance analysis of linear discrete time invariant control systems / *P. Diamond, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Int. J. Control. – 2001. – V. 74. – Pp. 28 – 42. 5. *Vladimirov I.G.* State-space solution to anisotropy-based stochastic H_∞ – optimization problem / *I.G. Vladimirov, A.R. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Proc. 13th IFAC World Congress. – San-Francisco (USA). – 1996. – Pp. 427 – 432. 6. *Semyonov A.V.* Stochastic approach to H_∞ –optimization / *A.V. Semyonov, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov* // Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. – Florida (USA). – 1994. – Pp. 2249 – 2250. 7. *Geromel C.* Convex approach to the mixed H_2 / H_∞ control problem for discrete time uncertain systems / *C. Geromel, P.L.D. Peres, S.R. Souza* // SIAM J. Control and Optimiation. – 1995. – V. 33. – Pp. 1816 – 1833. 8. *Green M.* Linear robust control / *M. Green, D.J.N. Limebeer.* – Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall, 1995. – 538 p. 9. *Gu D.-W.* State-space formulae for discrete – time H_∞ – optimization / *D.-W. Gu, M.C. Tsai, S.D. O'Young* // Int. J. Control. – 1989. – V. 49. – Pp. 1683 – 1723. 10. *Iglesias P.A.* State-space approach to discrete – time H_∞ – control / *P.A. Iglesias, K. Glover* // Int. J. Control. – 1991. – V. 54. – Pp. 1031 – 1073. 11. *Qu Z.* Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems without Generalized Matching Conditions / *Z. Qu* // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 1453-1460. 12. *Safonov M.G.* H_∞ Control Synthesis for a Large Space Structure / *M.G. Safonov, R.Y. Chiang, H. Flashner* // AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics. – 1991. - №3. – Pp. 513 – 520. 13. *Maolin Jin.* Robust Compliant Motion Control of Robot With Nonlinear Friction Using Time – delay Estimation / *Jin Maolin, Sang Hoon Kang, Pyung Hun Chang* // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55. – № 1. – P. 258-269. 14. *Pedersen M.* Control of Nonlinear Plants /Moller-Pedersen, Martin Pagh Petersen / *M. Pedersen* – Technical University of Denmark, 1995. – 1192 p. 15. *Khargonekar P.* H_∞ optimal control with state feedback / *P. Khargonekar, I. Petersen, M. Rotea* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1988. – Pp. 783 – 786. 16. *Lennartson A.K.* Christiansson. H_∞ Control for Periodic Mixed Continuous – Time and Discrete – Time Systems. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, Italy, july, 1998, II poligrafo. – P. 285 – 288. 17. *Lyubchyk L.M.* Robust disturbance decoupling in multivariable systems via the unknown-input observers / *L.M. Lyubchyk, P.C. Mueller* // Proceedings of 16 – th IFAC World Congress, Prague. – 2005. – 6 p. 18. *Coollins E.G.* A Delta Opera-

tor Approach to Discrete-Time H_∞ Control / *E.G. Coollins, J. Song* // International Journal of Control. – 1999. – Vol. 72. – №4. – Pp. 315-320. **19. Iglesias P.A.** State-space solution of the discrete – time minimum entropy control problem via separation / *P.A. Iglesias, D. Mustafa* // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1993. – V. 38. – P. 1525 – 1530. **20. Kwakernaak H.** Linear optimal control systems / *H. Kwakernaak, R. Sivan*. – New York: Wiley, 1972. – 608 p. **21. Luenberger D.G.** Optimization by Vector Space Methods / *D.G. Luenberger*. – New York: Wiley, 1969. – 344 p. **22. Whittle P.** Risk Sensitive Optimal Control / *P. Whittle*. – New York: Wiley, 1990. – 256 p. **23. Xie L.** Robust H_∞ control for linear time-invariant systems with norm bounded uncertainty in the input matrix / *L. Xie, C.E. Souza* // Systems & Control Letters. – 1990. – V. 14. – Pp. 389 – 396. **23. Xie L.** Robust Hinf control for class of uncertain linear time invariant systems / *L. Xie, C.E. Souza* // IEEE Proc. Ser. D. – 1991. – V. 138. – №5. – Pp. 479 – 483. **24. Amato F., Mattei M., Pironti A.** Robust Stability of Linear, Discrete – Time Systems Subject to Time – Varying, Bounded Rate Parameters. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, – Italy: II poligrafo. – Pp. 29 – 32. **25. Beeler S.C.** Feedback Control Methodologies for Non-linear Systems / *S.C. Beeler, H.T. Tran, H.T. Banks* // IEEE Trans. Aut. Cont – 1984 – Vol. 29. – №4. – P. 317 – 331. **26. Petersen Ian R.** Robust Control Design Using H_∞ Methods / *Ian R. Petersen, Valery A. Ugrinovskii and Andrey V. Savkin*. – Springer-Verlag. London. – Berlin. – Heidelberg, 2000. – 451 p. **27. Zhou Kemin.** Robust and optimal control / *Kemin Zhou, John C. Doyle, Keith Glover*. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 2007 – 632 p. **28. Slotine J.-J.** Applied Nonlinear Control / *J.-J. Slotine, W. Li*. – Prentice Hall, 1991. – 461 p. **29. Van der Schaft A.J.** Nonlinear State Space H_∞ - control Theory, in Essay an control: Perspectives in the Theory and Applications / *A.J. Van der Schaft*. – Birkhauser, 1993.

Bibliography (transliterated): **1. Gu D.-W.** Robust Control Design with MATLAB / *D.-W. Gu, P.Hr. Petkov, M.M. Konstantinov*. – Springer, 2005. – 389 p. **2. Hoyle D.** An H_∞ approach to two-degree-of-freedom design / *D. Hoyle, R. Hyde, D.J.N. Limebeer* // In Proceedings of the 30 th IEEE Conference on Decision and Control. – 1991. – Pp. 1581-1585. **3. Limebeer D.J.N.** On the design of robust two degree of freedom controllers / *D.J.N. Limebeer, E.M. Kasenally, J.D. Perkins* // Automatica – 1993. – №29. – Pp. 157 – 163. **4. Diamond P.** Anisotropy – based performance analysis of linear discrete time invariant control systems / *P. Diamond, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Int. J. Control. – 2001. – V. 74. – Pp. 28 – 42. **5. Vladimirov I.G.** State-space solution to anisotropy-based stochastic H_∞ – optimization problem / *I.G. Vladimirov, A.R. Kurdjukov, A.V. Semyonov* // Proc. 13th IFAC World Congress. – San-Francisco (USA). – 1996. – Pp. 427 – 432. **6. Semyonov A.V.** Stochastic approach to H_∞ -optimization / *A.V. Semyonov, I.G. Vladimirov, A.P. Kurdjukov* // Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. – Florida (USA). – 1994. – Pp. 2249 – 2250. **7. Geromel C.** Convex approach to the mixed H_2 / H_∞ control problem for discrete time uncertain systems / *C. Geromel, P.L.D. Peres, S.R. Souza* // SIAM J. Control and Optimiation. – 1995. – V. 33. – Pp. 1816 – 1833. **8. Green M.** Linear robust control / *M. Green, D.J.N. Limebeer*. – Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice Hall, 1995. – 538 p. **9. Gu D.-W.** State-space formulae for discrete – time H_∞ – optimization / *D.-W. Gu, M.C. Tsai, S.D. O'Young* // Int. J. Control. – 1989. – V. 49. – Pp. 1683 – 1723. **10. Iglesias P.A.** State-space approach to discrete – time H_∞ – control / *P.A. Iglesias, K. Glover* // Int. J. Control. – 1991. – V. 54. – Pp. 1031 – 1073. **11. Qu Z.** Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems without Generalized Matching Conditions / *Z. Qu* // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 1453-1460. **12. Safonov M.G.** H_∞ Control Synthesis for a Large Space Structure / *M.G. Safonov, R.Y. Chiang, H. Flashner* // AIAAJ. Guidance, Control and Dynamics. – 1991. – №3. – Pp. 513 – 520. **13. Maolin Jin.** Robust Compliant Motion Control of Robot With Nonlinear Friction Using Time – delay Estimation / *Jin Maolin, Sang Hoon Kang, Pyung Hun Chang* // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Vol. 55. – № 1. – P. 258-269. **14. Pedersen M.** Control of Nonlinear Plants / *Moller-Pedersen, Martin Pagh Petersen / M. Pedersen* – Technical University of Denmark, 1995. – 1192 p. **15. Khargonekar P.** H_∞ optimal control with state feedback / *P. Khargonekar, I. Petersen, M. Rotea* // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1988. – Pp. 783 – 786. **16. Lennartson A.K.** Christiansson. H_∞ Control

for Periodic Mixed Continuous – Time and Discrete – Time Systems. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, Italy, July, 1998, II poligrafo. – P. 285 – 288. **17.** *Lyubchuk L.M.* Robust disturbance decoupling in multivariable systems via the unknown-input observers / *L.M. Lyubchuk, P.C. Mueller* // Proceedings of 16 – th IFAC World Congress, Prague. – 2005. – 6 p. **18.** *Coollins E.G.* A Delta Operator Approach to Discrete-Time H_∞ Control / *E.G. Coollins, J. Song* // International Journal of Control. – 1999. – Vol. 72. – №4. – Pp. 315-320. **19.** *Iglesias P.A.* State-space solution of the discrete – time minimum entropy control problem via separation / *P.A. Iglesias, D. Mustafa* // IEEE Trans. on Automat. Control. – 1993. – V. 38. – P. 1525 – 1530. **20.** *Kwakernaak H.* Linear optimal control systems / *H. Kwakernaak, R. Sivan*. – New York: Wiley, 1972. – 608 p. **21.** *Luenberger D.G.* Optimization by Vector Space Methods / *D.G. Luenberger*. – New York: Wiley, 1969. – 344 p. **22.** *Whittle P.* Risk Sensitive Optimal Control / *P. Whittle*. – New York: Wiley, 1990. – 256 p. **23.** *Xie L.* Robust H_∞ control for linear time-invariant systems with norm bounded uncertainty in the input matrix / *L. Xie, C.E. Souza* // Systems & Control Letters. – 1990. – V. 14. – Pp. 389 – 396. **23.** *Xie L.* Robust Hinf control for class of uncertain linear time invariant systems / *L. Xie, C.E. Souza* // IEEE Proc. Ser. D. – 1991. – V. 138. – №5. – Pp. 479 – 483. **24.** *Amato F., Mattei M., Pironti A.* Robust Stability of Linear, Discrete – Time Systems Subject to Time – Varying, Bounded Rate Parameters. Mathematical Theory of Networks and System. A. Beghi, L. Finesso, G. Picci editors. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, – Italy: II poligrafo. – Pp. 29 – 32. **25.** *Beeler S.C.* Feedback Control Methodologies for Non-linear Systems / *S.C. Beeler, H.T. Tran, H.T. Banks* // IEEE Trans. Aut. Cont – 1984 – Vol. 29. – №4. – P. 317 – 331. **26.** *Petersen Ian R.* Robust Control Design Using H_∞ Methods / *Ian R. Petersen, Valery A. Ugrinovskii and Andrey V. Savkin*. – Springer-Verlag. London. – Berlin. – Heidelberg, 2000. – 451 p. **27.** *Zhou Kemin.* Robust and optimal control / *Kemin Zhou, John C. Doyle, Keith Glover*. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 2007 – 632 p. **28.** *Slotine J.-J.* Applied Nonlinear Control / *J.-J. Slotine, W. Li*. – Prentice Hall, 1991. – 461 p. **29.** *Van der Schaft A.J.* Nonlinear State Space H_∞ - control Theory, in Essay an control: Perspectives in the Theory and Applications / *A.J. Van der Schaft*. – Birhauser, 1993.

Почмуна (received) 25.02.14.

М.М. РЕЗИНКИНА, д.т.н., в.н.с. ДУ «ІТІМ НАН України», г. Харьков

О.Л. РЕЗИНКИН, д.т.н., зав. каф. НТУ «ХПИ»

Е.Е. СВЕТЛИЧНАЯ, аспирант НТУ «ХПИ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОРИЕНТИРОВКЕ МОЛНИИ НА НАЗЕМНЫЕ ОБЪЕКТЫ

Описана модель электрофизических процессов при движении лидерного канала молнии на последнем этапе его продвижения к земле с учетом возможности возникновения встречной искры от наземных объектов.

Ключевые слова: молния, лидерный канал, пробой, математическое моделирование.

Введение. Экспериментальные исследования процессов, связанных с продвижением лидерного канала молнии к земле и “выбором” места удара, представляют существенные трудности. Известны эксперименты по искусственному инициированию молний путем запуска в грозовое облако ракеты с заземленным токопроводящим тросом [1]. Однако параметры инициируемых в ходе данных экспериментов молний отличаются от естественных нисходящих молний [2, с. 150]. Подобные эксперименты не могут быть использованы для определения вероятного места удара, поскольку путь разряда молнии определяется локализацией троса, подсоединенного к ракете.

В настоящее время широкое распространение получило физическое и математическое моделирование процесса образования и развития канала молнии. Физическое моделирование, связанное с исследованием развития пробоя в длинных воздушных промежутках, наталкивается на ряд трудностей технического характера и не позволяет в полной мере отразить все процессы при продвижении молнии к наземным объектам. Поскольку электрофизические процессы при различной длине высоковольтной искры существенно отличаются, применение принципа масштабирования в данном случае не вполне корректно. Такая ситуация привела к появлению большого числа математических моделей, описывающих процессы удара молнии в наземные объекты [3,4]. Упрощенные модели - так называемый электрогеометрический метод и родственный ему Rolling Sphere Model - положены в основу нормирования зон защиты молниеотводов, например в США [5].

В то же время исследований, связанных с физическим и математическим моделированием восходящих разрядов от объектов на земле, по-прежнему недостаточно. Как показано в ряде публикаций [2,6,7], каналы разрядов, развивающихся от заземленных объектов в условиях грозовой обстановки, играют существенную роль при ориентировке лидерного канала молнии на наземные объекты. Так, во Франции действует нормативный документ [8],