

М.М. РЕЗИНКИНА, д.т.н., в.н.с. «ИТПМ НАН Украины», Харьков
О.Л. РЕЗИНКИН, д.т.н., зав. каф. НТУ «ХПИ»;
Е.Е. СВЕТЛИЧНАЯ, аспирант НТУ «ХПИ»;
Е.В. СОСИНА, аспирант НТУ «ХПИ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СИСТЕМАХ С ТОНКИМИ ПРОВОДЯЩИМИ СТЕРЖНЯМИ ПРИ НАЛИЧИИ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА

Выполнены расчеты распределений электрического поля (ЭП) в системе, имитирующей приближающийся к земле лидерный канал молнии и молниеотвод. При этом учтено наличие объемного заряда в стримерной зоне лидера и короны вокруг вершины молниеотвода. Обоснована возможность усечения расчетной области так, что она включает в себя молниеотвод и участок земли, на котором он расположен, а также нижнюю часть лидерного канала молнии.

Ключевые слова: электрическое поле, лидерный канал молнии, молниеотвод, объемный заряд.

Введение. Выбор средств молниезащиты должен осуществляться в соответствии с требованиями нормативных документов. В разных странах эти нормы различны. Так, в странах бывшего СССР, а в настоящее время в Украине, используется РД 34.21.122-87 [1] или его осовремененные аналоги, в США действует стандарт NFPA [2], в Европе – стандарты серии IEC [3]. Отсутствие единых требований к средствам молниезащиты свидетельствует о том, что модели, описывающие процессы «выбора» молнией места удара, требуют совершенствования. Особенно это касается средств молниезащиты важных объектов: атомных электростанций, нефте и газохранилищ, космодромов, стартовых комплексов. Причем, такие модели должны учитывать возможность развития от молниеотвода или защищаемых объектов встречного лидера.

Согласно имеющимся данным, для появления восходящего лидера необходимо выполнение ряда условий [4]. Для того чтобы оценить возможности возникновения и продвижения восходящих лидеров от наземных объектов, необходима информация о распределении электрического поля (ЭП) в окрестности вершин лидерного канала молнии и молниеотвода. При этом нужно учитывать наличие объемного заряда, который появляется из-за развития неполных каналов пробоя – стримеров в окрестности головки лидера молнии и короны вокруг вершины молниеотвода. Использование в данном случае аналитических методов невозможно. Расчет ЭП данных объектов с помощью численных методов также представляет определенные трудности. Это связано с существенным различием размеров входящих в рассматриваемые системы объектов. Так, R -

радиус проводящих разрядных каналов, а также молниеприемников ($R \sim 0.001 - 0.01$ м) на несколько порядков превышает их длину L ($L \sim 10 - 10^3$ м). В данном случае может быть использован численный метод конечных объемов [5], модифицированный применительно к расчету ЭП при наличии тонких и длинных объектов типа стержней с $L/R \sim 10^3 - 10^6$ путем учета логарифмической зависимости спада потенциалов в радиальном направлении вблизи оси стержня [6]. При этом шаг сетки, накладываемой на расчетную область, может быть сравнительно большим – пропорциональным длине стержня. Непосредственное применение такого подхода к расчету ЭП в системах, которые включают сосредоточенный в области со сравнительно небольшими поперечными размерами R_{ch} ($R_{ch} \sim 0.1 - 10$ м) объемный заряд и стержни с $L/R \sim 10^3 - 10^6$, вызывает определенные трудности. Это связано с тем, что для корректного учета наличия зоны с объемным зарядом, на исследуемую область необходимо нанести сравнительно мелкую расчетную сетку с шагом, в 5 - 10 раз меньшим R_{ch} . Учитывая, что длина лидерного канала молнии может достигать расстояния между землей и грозовыми облаками (3 - 5 км [4]), порядок решаемой при расчете ЭП системы уравнений может составлять $10^6 - 10^8$, что усложняет практическую реализацию задачи на современных вычислительных средствах. Решению данной проблемы и посвящена данная статья.

Постановка задачи расчета ЭП в системах, включающих лидерный канал молнии, молниеотвод и объемные заряды. Рассмотрим систему, включающую лидерный канал молнии и молниеотвод, которые будем полагать цилиндрами, а также объемные заряды, сосредоточенные в окрестности их вершин. Известно, что лидерный канал молнии окружен стримерной зоной, заполненной объемным зарядом [7]. По-видимому напряженность ЭП в этой зоне близка к постоянной, равной минимальной напряженности, при которой происходит развитие стримерных каналов (E_{cr}). Это предположение подтверждается практически неизменной скоростью стримеров. С учетом этого плотность заряда стримерной зоны при ее представлении в виде неоднородно заряженной сферы может быть записана в виде [7, с. 76]:

$$\rho(r) = 2\varepsilon_0 \varepsilon E_{cr} / r, \quad (1)$$

где r – расстояние до вершины лидерного канала; $\varepsilon_0 = 0.885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м; ε – относительная диэлектрическая проницаемость.

Согласно имеющимся данным, лидеры отрицательной полярности распространяются при минимальной напряженности ЭП $E_{cr-} = 10^6$ В/м, а положительной полярности - $E_{cr+} = 5 \cdot 10^5$ В/м [7]. С использованием сферической системы координат радиус стримерной зоны R_{str} может быть определен из условия [7, с. 76]:

$$U_L = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_0^{R_{str}} \frac{4\pi r^2 \rho(r)}{r} dr = 2E_{cr-} \cdot R_{str},$$

где U_L – потенциал вершины лидерного канала; $\rho(r)$ – см. (1).

Тогда радиус стримерной зоны для отрицательно заряженного лидерного канала:

$$R_{sr} = 0.5 \cdot U_L / E_{cr-}. \quad (2)$$

Известно, что при грозовой обстановке напряженность ЭП вблизи земли составляет порядка: $E_0 = (1-2) \cdot 10^4$ В/м [4, 7]. Будем рассматривать молнии отрицательной полярности - наиболее характерные для всех широт, кроме экваториальных. Условием, при котором возможно продвижение восходящего лидера положительной полярности от молниеприемников, является достижение в зоне продвижения лидерного канала молнии критической напряженности E_{cr+} .

На вершинах молниеприемников с $L/R \geq 300 - 500$ напряженность ЭП в условиях грозовой обстановки (E) существенно (на несколько порядков) превышает E_0 , поэтому для них, как правило, выполняется условие, необходимое для начала разряда: $E \geq E_{br} = 3 \cdot 10^6$ В/м. В результате вокруг вершин стержневых молниеотводов может возникнуть корона [7]. Для того чтобы учесть ее наличие при расчете ЭП в системах «лидер молнии – молниеотвод», используем описанный выше подход к оценке параметров стримерной зоны. Будем полагать, что область короны представляет собой расположенную вблизи вершины молниеотвода неоднородно заряженную сферу, заряд которой определяется выражением вида (1) при E_{cr} , равном пробивной напряженности E_{br} , а радиус:

$$R_c = 0.5 \cdot U_c / E_{br}, \quad (3)$$

где $U_c = H_R \cdot E_0$ - потенциал зоны короны, находящейся в ЭП напряженностью E_0 на высоте молниеотвода H_R ; $\rho(r)$ – см. (1) при $E_c = E_{br}$.

Таким образом, при достижении E_{br} на вершине молниеотвода развитие от него восходящего лидера возможно, если между его вершиной и головкой нисходящего лидерного канала имеется непрерывная зона, в которой уровни напряженности ЭП превышают E_{cr+} :

$$E_z / E_{cr+} \geq 1, \quad (4)$$

где E_z - модули напряженности ЭП в зоне, соединяющей вершины молниеотвода и лидерного канала молнии.

Для расчета распределения ЭП в рассматриваемой системе будем использовать метод конечных объемов [5]. При этом на расчетную область наносится пространственная сетка, в узлах которой определяются параметры ЭП. Поскольку в условиях предгрозовой обстановки лидерный канал распространяется к земле сравнительно медленно (за время порядка 0.01 с [7]), расчет ЭП в данном случае может быть выполнен в квазистационарном приближении.

Решаемое уравнение получим из уравнения Максвелла:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho,$$

где \vec{D} – электрическая индукция.

Выразим \vec{D} через напряженность ЭП \vec{E} и электрический потенциал φ :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = -\varepsilon_0 \varepsilon \text{grad} \varphi$$

и применим операцию интегрирования по V -объемам элементарных ячеек, на которые разбита расчетная область. Тогда в результате использования теоремы Остроградского - Гаусса запишем решаемое уравнение в виде:

$$\int_S -\varepsilon \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds = \frac{q_s}{\varepsilon_0}, \quad (5)$$

где S – поверхность, охватывающая объем V ; n – нормаль к поверхности S ; q_s – элементарный заряд, заключенный внутри поверхности S .

Система уравнений, полученная в результате перехода к разностной форме представления производных в уравнениях вида (5), записанных для всех узлов расчетной сетки, решалась итерационным методом переменных направлений с помощью прогонки (подробнее см. [6]). Рассмотрим случай, когда лидерный канал молнии расположен над молниеотводом, и можно полагать, что их оси совпадают. Такая система обладает осевой симметрией, поэтому для расчета ЭП может быть использована цилиндрическая система координат (подробнее см. [8]). На рис. 1 представлена расчетная система и показаны граничные условия.

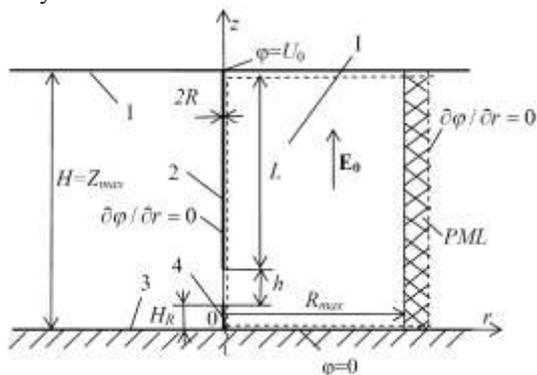


Рис. 1 - Расчетная система. 1 – верхняя граница рассматриваемой области, 2 – лидерный канал молнии, 3 – земля, 4 – молниеотвод. I – расчетная область (отмечена пунктирными линиями).

Для уменьшения габаритов расчетной области на ее правой границе введены так называемые идеально поглощающие слои (PML), обеспечивающие быстрое и безотражательное затухание искажения приложенного ЭП, вызванного наличием проводящих каналов и заряженных областей. Величина относительной диэлектрической проницаемости металлического молниеприемника полагалась существенно большей единицы (ε окружающего пространства): $\varepsilon_M = 10^{10}$. Согласно литературным данным (см. например [7]), падение напряженности ЭП в канале лидера молнии E_L составляет порядка $E_L = 10^4$ В/м. Результаты численных

экспериментов показали, что для учета такого снижения напряжения в канале лидера величина его диэлектрической проницаемости при расчетах должна выбираться равной: $\epsilon_L=0.35 \cdot 10^5$ при радиусе лидерного канала $R=0.01$ м.

С помощью описанного выше подхода был проведен расчет распределения ЭП в имитирующей приближающийся к земле лидерный канал молнии системе, имеющей следующие параметры: $H=4000$ м, расстояние от вершины лидерного канала до вершины молниеотвода $h=40$ м, высота молниеотвода $H_R=30$ м (см. рис. 1), радиус заряженной стримерной зоны $R_{st}=20$ м. При этом полагалось, что напряженность ЭП в расчетной области: $E_0=2 \cdot 10^4$ В/м, потенциал лидерного канала на верхней границе расчетной области (см. 1 рис. 1) $U_0=E_0 \cdot H=80$ МВ, потенциал головки лидерного канала с учетом снижения напряжения в нем из-за градиента напряженности ЭП E_L в канале: $U_L=U_0 - E_L \cdot H=40$ МВ. Для упрощения расчетов полагалось, что лидерный канал прямой. Граничные условия, использованные при расчете, показаны на рис. 1, габариты расчетной области: $R_{max}=0.5 \cdot H$, $Z_{max}=H$, шаг расчетной сетки $\Delta_{GL}=10$ м. Результаты расчета линий равной напряженности ЭП в окрестности лидерного канала и молниеотвода показаны на рис. 2. Расчет проводился с учетом логарифмической зависимости спада потенциалов в радиальном направлении вблизи оси стержня (подробнее см. [6]).

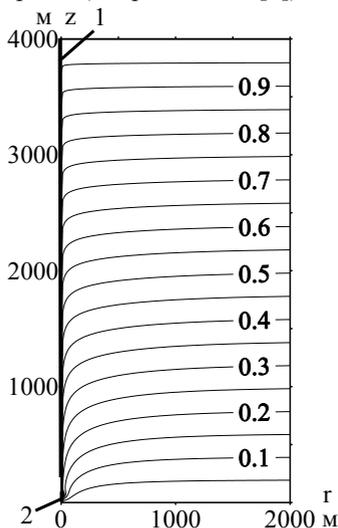


Рис. 2 – Рассчитанное распределение линий равного потенциала в системе «лидерный канал молнии (1) – молниеотвод (2) – объемные заряды».

Верхняя часть молниеприемника должна изготавливаться из прокатной стали, иметь поперечное сечение не менее 100 мм^2 и длину порядка 2 – 2.5 м [9, с. 39]. Для упрощения расчетов полагалось, что радиусы лидерного канала и молниеотвода одинаковы: $R=0.01$ м.

Расчет ЭП в расчетной области, включающей весь лидерный канал молнии с длиной порядка нескольких километров с достаточно мелким шагом по пространству, пропорциональным поперечным размерам заряженной области, представляет определенные трудности, связанные как с большим порядком полученной системы уравнений, так и с плохой сходимостью итераций, необходимых для ее решения. Для того чтобы избежать данной проблемы предложено ограничить расчетную область габаритами $10 \cdot (H_R + h)$ (в нашем случае: $500 \text{ м} \times 500 \text{ м}$) в радиальном и азимутальном направлениях и использовать на верхней границе такой усеченной области однородное условие Неймана: $\partial\varphi/\partial z = 0$. При этом шаг расчетной сетки выбирался равным: $\Delta_L = 1.25 \text{ м}$. Результаты такого расчета показаны на рис. 3 пунктирными линиями. На этом же рисунке сплошными линиями показано распределение линий равного потенциала, рассчитанное для системы, которая включает весь лидерный канал молнии (результаты расчета во всей области показаны на рис. 2). Как видно из рис. 3, данные распределения имеют один и тот же характер, причем в интересующей нас зоне $2 \cdot (H_R + h)$ ($100 \text{ м} \times 100 \text{ м}$) наблюдается практически полное совпадение сплошных и пунктирных кривых.

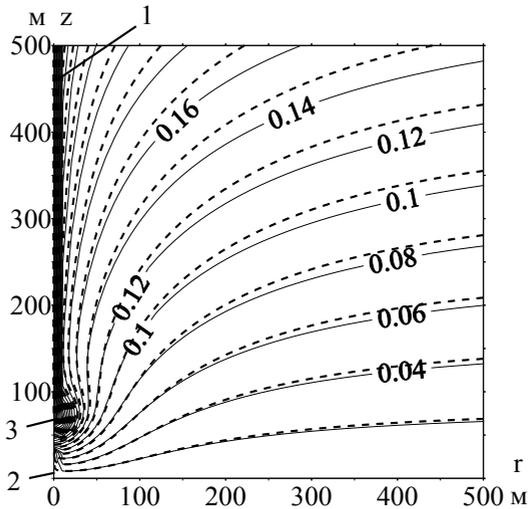


Рис. 3 – Рассчитанное распределение линий равного потенциала в части в системе «лидерный канал молнии 1 – молниеотвод 2 – объемные заряды стримерной зоны 3». Пунктирные линии – решение для усеченной области; сплошные линии – решение для всей области (см. рис. 2).

Расчеты, проведенные при описанных выше параметрах системы, показали, что условие продвижения восходящего лидера от

молниеприемника к лидерному каналу молнии (см. (4)) выполняется, когда расстояние между вершиной лидерного канала молнии и вершиной молниеотвода достигает: $h \leq U_L/E_{cr}$.

Используем описанный выше подход, заключающийся в усечении расчетной области, для исследования распределения напряженности ЭП при наличии короны вокруг вершины молниеприемника. Как и в [4], будем полагать, что наличие короны вокруг вершины стержня может быть учтено путем увеличения его радиуса до R_c . Это возможно, поскольку радиус по всей высоте молниеприемников обычно существенно превышает радиус его верхней части [9]. При этом оценим возможное влияние величины R_c на выполнение условия (4). В табл. 1 показаны значения h – максимального расстояния между вершинами лидерного канала молнии и молниеприемником, на котором выполняется условие (4). Данные величины получены из рассчитанных распределений ЭП в усеченных областях рассматриваемой системы (см. рис. 1) с указанными выше параметрами и граничными условиями при варьировании значений напряженности приложенного ЭП E_0 , высоты молниеприемника H_R , а также потенциала вершины лидерного канала $U_L = E_0 \cdot H - E_L \cdot H$. При этом радиусы стримерной зоны R_{str} и короны R_c определялись с помощью (2) и (3). Расчеты, выполненные при $R_c=0.01$ м, соответствуют случаю отсутствия короны.

Таблица 1. Максимальное расстояние (h , м) между вершинами лидерного канала молнии и молниеприемника, на котором выполняется условие (4)

H_R	30 м		50 м		70 м	
	R_c		R_c		R_c	
E_0	0.01 м	0.1 м	0.01 м	0.17 м	0.01 м	0.35 м
$2 \cdot 10^4$ В/м	20	22	20	23	20	-
$3 \cdot 10^4$ В/м	30	-	30	-	30	35

Как следует из табл. 1, вследствие наличия короны максимальные расстояния между вершинами молниеприемника и лидерного канала молнии, при которых напряженность ЭП достаточна для продвижения восходящего лидера, увеличиваются не более чем на 10 - 20 % по сравнению со случаем отсутствия короны.

На рис. 4 показано одно из рассчитанных распределений линий равной напряженности ЭП, данные которого использованы в таблице 1, полученное при следующих параметрах: $E_0=3 \cdot 10^4$ В/м, $E_L=10^4$ В/м, $H=4000$ м, $U_0 = 100$ МВ, $U_L = U_0 - E_L \cdot H = 60$ МВ, $h=35$ м, $H_R=70$ м, $R_{str}=30$ м, $R_c=0.35$ м. На рис. 4 жирной пунктирной линией показан уровень $|\mathbf{E}|/E_{cr+}=1$. Как видно из данного рисунка, уровни $|\mathbf{E}|$ на всем промежутке между вершинами молниеотвода и лидерного канала молнии больше или равны E_{cr+} .

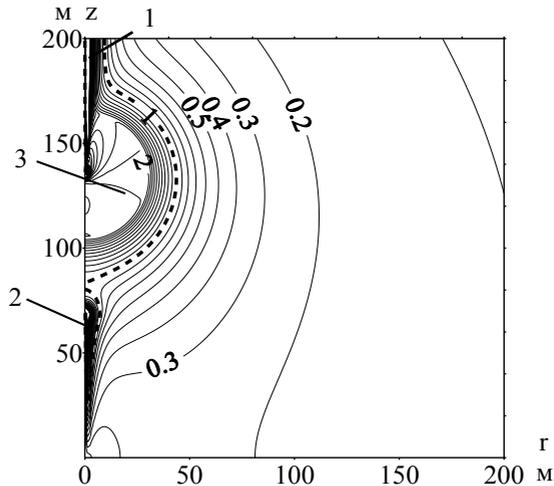


Рис. 4 – Рассчитанное распределение линий равных уровней модулей напряженности ЭП в части системы «лидерный канал молнии 1 – молниеотвод 2 – объемный заряд стримерной зоны 3».

Заключение. 1. Предложен подход к расчету ЭП в системе, включающей весьма длинный и тонкий лидерный канал молнии и молниеотводы, а также расположенные вблизи их вершин зоны с объемным зарядом, заключающийся в усечении расчетной области зоной до зоны, отстоящей от основания молниепремника на расстояния $10 \cdot (H_R + h)$ в радиальном и азимутальном направлениях. При этом полагалось, что на верхней границе такой усеченной расчетной области выполняются однородные условия Неймана. Совпадение результатов расчета потенциалов в зоне с габаритами $2 \cdot (H_R + h)$ при расчете ЭП с помощью усеченной и полной расчетных систем подтвердило правомерность такого подхода.

2. С помощью расчетов показано, что для обеспечения наблюдаемого в экспериментах падения напряженности ЭП в канале лидера, равного 10^4 В/м, величина его относительной диэлектрической проницаемости должна полагаться равной $0.35 \cdot 10^5$ при его радиусе $R=0.01$ м.

3. Проведенные численные эксперименты показали, что наличие зоны короны вокруг вершины молниеприемника не оказывает существенного влияния на условия продвижения от него восходящего лидера. Так, для молниеприемников высотой 30 - 70 м максимальное расстояние до головки лидерного канала молнии, при котором напряженность ЭП достаточна для развития восходящего лидера, может увеличиться не более чем на 10 - 20 %.

Список литературы: 1. РД 34.21.122-87. Инструкция по устройству молниезащиты зданий и сооружений. М.: Энергоатомиздат, 1989. 24 с. 2. NFPA 780 Standard for the Installation of Lightning Protection Systems, 2004. 108 P. 3. IEC 62305-2. International standard "Protection against

lightning – Part 2: Risk management”. Geneva: IEC, 2010. 84 p. 4. *Cooray V.* Lightning Protection. London: The Institution of Engineering and Technology, 2010. 1036 p. 5. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с. 6. *Резинкина М.М.* Влияние проводимости ветвей дендритов в полиэтиленовой изоляции на их рост при приложении высокого напряжения // ЖТФ. – 2005. - Т. 75, № 6. - С. 85-92. 7. *Базелян Э.М., Райзер Ю.П.* Физика молнии и молниезащиты. - М.: Физматлит, 2001. - 319 с. 8. *Резинкина М.М., Недзельский О.С., Хребтов С.М., Резинкин О.Л.* Разработка системы противокоронных экранов инжектора и ускорителя пучка ионов диагностического комплекса для физических исследований плазмы // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 1. С. 106-109. 9. *Юриков П.А.* Защита электростанций и подстанций 3-500 кВ от прямых ударов молнии. М.: Энергоиздат, 1982. 88 с.

Bibliography (transliterated): 1. Instrukcija po ustrojstvu molnierzashhity zdanij i sooruzhenij. Moscow: Jenergoatomizdat, 1989. 24 p. 2. NFPA 780 Standard for the Installation of Lightning Protection Systems, 2004. 108 p. 3. IEC 62305-2. International standard “Protection against lightning – Part 2: Risk management”. Geneva: IEC, 2010. 84 p. 4. *Cooray V.* Lightning Protection. London: The Institution of Engineering and Technology, 2010. 1036 p. 5. *Patankar S.* Chislennye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiky jydcosti. Moscow: Energoatomizdat, 1984. 150 p. 6. *Rezinkina M.* Growth of dendrite branches in polyethylene insulation under a high voltage versus the branch conductivity // Technical Physics. – 2005. - Vol. 50, NO. 6. - P. 758-765. 7. *Bazeljan Je.M., Rajzer Ju.P.* Fizika molnii i molnierzashhity. Moscow: Fizmatlit, 2001. 319 p. 8. *M.M. Rezinkina, O.S. Nedzel'ski, S.M. Khrebtov, O.L. Rezinkin* Development of a system of anticoronal shields for the ion beam injector and accelerator of a diagnostic complex for plasma physics research // Technical Physics. 1998. Vol. 43, NO 11. P. 1369-1372. 9. *Yurikov P.A.* Zashchita electrostanciy i podstanciy 3-500 kV ot pryamyh udarov molnii. Moscow: Energoatomizdat, 1982. 88 p.

Поступила (received) 16.10.2014