УДК 621.3.078.3

В.С. СУЗДАЛЬ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков;
Ю.С. КОЗЬМИН, канд. техн. наук, Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков;
В.Н. ТОНКОШКУР, инженер, Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков

ОПТИМИЗАЦИЯ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМ ПРОЦЕССОМ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Рассматривается задача оптимизации модального управления для технологического процесса выращивания крупногабаритных сцинтилляционных монокристаллов. Синтез управления проведен на основе мер модального доминирования. Применена итерационная процедура смещения собственного спектра объекта управления. Это позволило обеспечить оптимальное размещение полюсов замкнутой системы. Параметры переходного процесса в замкнутой системе управления показывают, что синтезированная система удовлетворяет требованиям к качеству управления

Ключевые слова: оптимизация, модальное управление, модальное доминирование, управление выращиванием монокристаллов.

Введение. В технологическом процессе выращивания крупногабаритных щелочногалоидных монокристаллов предъявляются жесткие требования к устойчивости и качеству процесса управления. Для линейного стационарного объекта управления эта задача может быть решена системой оптимального квадратического управления. С другой стороны, известно, что синтез обратной связи с помощью модальных методов осуществить гораздо проще, чем определение оптимального квадратического управления решением уравнения Лурье-Риккати. Рассчитанное управление, как правило, не будет оптимальным.

Данная статья посвящена решению задачи синтеза закона стабилизации для многомерного процесса выращивания монокристаллов в области его стационарности, обеспечивающий оптимальное в смысле минимума линейно-квадратичного функционала размещение полюсов замкнутой системы.

В основе оптимального размещения полюсов замкнутой системы лежит предложенный в [2] метод декомпозиции модели исходной системы и установленная взаимосвязь модального и оптимального подходов к синтезу обратной связи в целях обеспечения заданных требований качества в виде функционала Летова-Калмана и устойчивости переходных процессов управления. Модальное управление строилось на основе мер модального доминирования собственных значений объекта управления [3].

Синтез. В задачах синтеза структура и порядок математической модели предполагается заданной.

Модель объекта управления (ОУ) в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0, \\ y = Cx + Du, \end{cases} \tag{1}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния, $y \in R^l$ – выходной вектор, $u \in R^m$ – вектор управления, подаваемого на вход ОУ, x_0 – начальные условия, т.е. состояние ОУ в начальный момент времени t_0. *A,B,C* – постоянные матрицы соответствующих размеров.

В монографии [3] предложен метод модального синтеза на основе меры модального доминирования, сводящий выбор многих собственных значений к выбору одного или нескольких показателей, описывающих сжатие спектра.

В модальном синтезе при помощи линейных обратных связей по состоянию $u = -Kx$ требуется синтезировать матрицу замкнутой системы $Q = A - BK$ с желаемым спектром. В предлагаемом подходе анализ спектра ОУ предваряет синтез. Собственные значения объекта управления λ_i определяют начальные позиции, которые изменяются в синтезе под воздействием интегрального воздействия по мере доминирования μ.

Доминирование в собственном пространстве по мерам управляемости μ_u определяется следующим выражением:

$$\mu_u = v^T B B^T v, \tag{2}$$

где v – левый собственный вектор матрицы *A*.

Используется алгоритм итерационного смещения собственных значений. Итерационный алгоритм оптимизации спектра основан на принципе равных пропорций – при последовательной коррекции спектра величины изменений собственных значений следует выбирать прямо пропорциональными мерам их модального доминирования; чем выше мера, тем более глубокая вариация возможна для точки спектра.

Матрица обратных связей $u = -Kx$ для одиночного перемещения каждого собственного значения ν_i имеет вид:

$$K_i = B^T v_i v_{iQ}^T \quad \text{или} \quad K_i = B^T v_i v_i^T \Delta / \mu_u, \tag{3}$$

где Δ – величина изменения собственного значения, v_{iQ} – левый собственный вектор матрицы *Q*, коллинеарный левому собственному вектору v_i матрицы *A*.

Пусть элементарным изменением спектра будет сдвиг только одного собственного значения с сохранением прочих собственных значений и векторов матрицы *A*. В [3] доказывается теорема, что в режимах малых перемещений собственных значений матрицу регулятора можно аппроксимировать суммой матриц регуляторов, реализующих элементарное изменение спектра, т.е.:

$$K \cong K_1 + \ldots + K_i + \ldots + K_n, \qquad (4)$$

Необходимо переносить все собственные значения, на малое расстояние пропорционально их мерам модального доминирования. Перенос мод будет успешен, очевидно, если амплитуды сигналов обратных связей лежат в зоне приемлемых исполняемых регулятором величин.

Для коллективной подвижки λ_i введен коэффициент сжатия спектра s. Причем $\Delta = s\mu$, т.е. чем меньше коэффициент сжатия спектра s, тем точнее будет выполнен совместный перенос. Этот коэффициент можно варьировать в процессе итераций, добиваясь необходимого технологией вида переходного процесса и учитывая ограничения но норме матрицы коэффициентов обратных связей, что дает косвенную гарантию хорошего синтеза.

В [2] решена задача синтеза законов стабилизации, обеспечивающих оптимальное в смысле минимума линейно-квадратического функционала размещение полюсов. Модальная задача решалась на основе специфической декомпозиции исходной системы.

Известно, что для замкнутой непрерывной многомерной системы матрица регулятора K^* является оптимальной в смысле минимума квадратичного функционала качества Летова-Калмана

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x^T Qx + u^T Ru)dt, \qquad (5)$$

где $Q^T = Q \geq 0$, $R^T = R > 0$, т.е. удовлетворяет алгебраическому уравнению Риккати: $A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$, и P – (строго) положительно – определенная симметрическая матрица, если и только: $eig(A - BK^*) < 0$, т.е. замкнутая многомерная система является асимптотически устойчивой; $K^*B > 0$, т.е. матрица K^*B является (строго) положительно – определенной симметрической матрицей.

В [2] показано, что оптимальный регулятор в смысле минимума функционала (5) имеет вид:

$$K_{opt} = (K_1\overline{B}^L + B^+)A - F_{opt}(K_1\overline{B}^L + B^+),\ F_{opt} = (K_1\overline{B}^L + B^+)AB - \alpha I_m,$$

где K_1 – регулятор первого уровня декомпозиции, B^+ – псевдообратная матрица Мура-Пенроуза, $\overline{B}^L$ – левый делитель нуля такой, что $\overline{B}^L \cdot B = 0_{(n-m)\times m}$. Матрица F_{opt} удовлетворяет линейному матричному уравнению $F_{opt} - (K_1\overline{B}^L + B^+)AB < 0$ и условию $eig(F_{opt}) \subset C^{stab}$, C^{stab} – левая полуплоскость комплексной плоскости,

$\alpha > \mathrm{Re}(\lambda_{\max}(K_1\overline{B}^L + B^+)AB)$. Здесь $\mathrm{Re}(\lambda_{\max}(K_1\overline{B}^L + B^+)AB)$ действительная часть максимально удаленного от мнимой оси вправо собственного значения матрицы $(K_1\overline{B}^L + B^+)AB \in R^{m\times m}$.

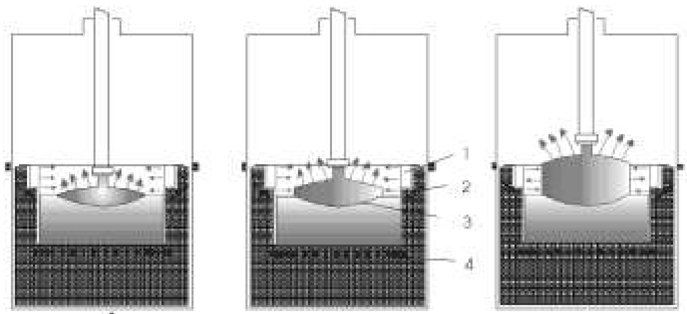
Предлагается модальную задачу решить методом доминирования. Пусть $K_\circ$ регулятор синтезированный методом модального доминирования. Тогда оптимальный регулятор в смысле минимума квадратичного функционала качества может быть получен по выражению

$$K_{opt} = K_\circ - F_{opt}K_\circ / A, \quad (6)$$

$$F_{opt} = K_\circ B - \alpha I_m, \quad (7)$$

где $\alpha > \mathrm{Re}(\lambda_{\max}(K_\circ B))$.

Объект управления. В качестве ОУ выбран процесс выращивания монокристаллов методом Чохральского на установках типа «РОСТ». Известно, что качество кристаллов во многом определяется стабильностью скорости кристаллизации, о которой судят по стабильности диаметра выращиваемого монокристалла [1].



а б в

Рис. 1 – Схема изменения тепловых условий в установках "РОСТ" на различных стадиях роста крупногабаритного кристалла: а – разращивание; б – начало роста в длину; в – рост в длину; 1 – дополнительная вертикальная стенка тигля; 2 – боковой нагреватель; 3 – кристалл; 4 – донный нагреватель.

Диаметром растущего кристалла управляют, изменяя тепловые условия выращивания. Современные требования к стабильности диаметра монокристалла очень высоки. Например, точность стабилизации диаметра щелочногалоидного монокристалла диаметром 500 мм должна быть 1-2%.

На рис. 1 приведена схема изменения тепловых условий в установках "РОСТ" на различных стадиях роста крупногабаритного кристалла.

На стадии разращивания (рис.1а) кристалл в основном взаимодействует с расплавом и стенками тигля и незначительно – с газовой средой ростовой печи. При переходе к выращиванию в длину (рис.1б) верхняя часть кристалла активнее участвует в теплообмене с газовой средой ростовой печи, в результате чего менее интенсивным становится теплообмен расплава с тиглем. На этой стадии процесс выращивания может терять устойчивость. После того как цилиндрическая часть кристалла начнет выступать над верхней кромкой тигля и далее (рис.1в), передача тепла газовой среде становится интенсивнее других составляющих теплообмена. Эти процессы приводят к постоянному изменению во времени тепловых условий роста крупногабаритных ЩГК из расплава. Выращивание крупных кристаллов в изменяющихся тепловых условиях приводит к нестационарности процесса.

Известно[1], что процесс роста монокристалла по высоте можно условно разбить на несколько интервалов, в пределах которых процесс кристаллизации является квазистационарным. Параметризация процесса выращивания как ОУ проводилось на примере получения монокристаллов NaI(Tl). Процесс рассматривался как двумерный LTI-объект управления с двумя входными величинами – температура основного Td и температура дополнительного нагревателя Tb и двумя выходами – диаметр кристалла Ds и температура подпиточного расплава Tp. На одном из интервалов роста модель ОУ в отклонениях от установившегося режима в пространстве состояний имеет следующие матрицы:

$$A = \begin{array}{c} \\ x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0,0254 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,8360 & -0,4701 & -0,3178 & -0,6689 \\ 0 & -0,9127 & -1,3060 & 1,5510 & -0,2660 \\ 0 & -0,3304 & 1,2490 & -1,9750 & 0,0504 \\ 0 & -0,6749 & -0,2810 & 0,0017 & -2,0030 \end{bmatrix} \end{array};$$

$$B = \begin{array}{c} \\ x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} u1 & u2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -0,7006 & 1,2960 \\ -0,0724 & -3,3790 \\ -1,2810 & -0,4741 \\ 1,3620 & -0,2201 \\ -0,0501 & -0,3009 \end{bmatrix} \end{array};$$

$$C = \begin{array}{c} \\ y1 \\ y2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0,5316 & -3,3310 & -0,6153 & 0,0470 & -0,3050 \\ 0 & 0,5722 & -1,2190 & 1,3790 & -0,0073 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Объект управления полностью управляем и наблюдаем.

Синтез модального регулятора. В таблице 1 для ОУ приведен спектр (собственные значения λ_i) и меры модального доминирования собственных значений по управляемости. Собственные числа в таблице размещены в порядке убывания мер их модальной управляемости. Из таблицы следует, что ОУ неустойчив.

Таблица 1- Собственные значения и меры модального доминирования ОУ

собственные значения λ_i	-4,23	-3,05	0,03	-1,77	-0,07
мера управляемости μ_u	11,67	3,87	2,17	0,60	0,10

Синтез проводился итерационным методом с использованием сетевого Visual MatLab (http://mathscinet). Выбрали коэффициент сжатия спектра S = 0,001. При синтезе необходимо на каждом шаге итерации повторять расчет, организуя перебор точек спектра. Для нахождения матрицы обратных связей K использовались выражения (2), (3) и (4).

$$K_{\circ} = \begin{bmatrix} -0{,}0395 & 0{,}0302 & -0{,}1244 & 0{,}1816 & -0{,}0076 \\ -0{,}0730 & -0{,}3278 & 0{,}0190 & -0{,}0630 & -0{,}0255 \end{bmatrix}.$$

Фробениусова норма матрицы $K_{\circ}$ – 0.36. Затраты модального регулятора, оцениваемые, в нашем случае, нормой матрицы обратных связей, в общем, складываются из затрат на изменение темпов (модули собственных значений) и формы траекторий (собственные векторы). Поэтому при синтезе модального управления многосвязной системой одна из осмысленных и вполне достижимых целей состоит в сближении собственных векторов матриц A и Q, что отвечает естественной цели получить реализуемый на практике регулятор (малая фробениусова норма матрицы обратных связей).

В таблице 2 приведен спектр и меры модального доминирования для замкнутой системы с регулятором $K_{\circ}$.

Таблица 2 - Собственные значения и меры модального доминирования замкнутой системы с регулятором $K_{\circ}$

Собственные значения λ_i	-5,28	-3,51	-0,10	-1,81	-0,05
Мера управляемости μ_u	12,47	3,78	0,72	0,32	0,41

Сравнение спектра и мер модального доминирования для ОУ и замкнутой системы показывает, что синтез изменил все собственные значения объекта управления и их меры доминирования. Превалируют мера доминирования собственного значения λ_1 .

Оптимизация модального управления. Оптимизация модального управления по выражениям (6) и (7) дает следующие результаты. Матрица обратных связей K_{opt}:

$$K_{opt} = \begin{bmatrix} -0{,}9015 & 0{,}0322 & -0{,}0896 & 0{,}1388 & -0{,}0001 \\ -0{,}0728 & -0{,}3274 & 0{,}0248 & -0{,}0703 & -0{,}0268 \end{bmatrix}.$$

Фробениусова норма матрицы K_{opt} – 0.92. В таблице 3 приведен спектр и меры модального доминирования для замкнутой системы с регулятором K_{opt}.

Таблица 3 - Собственные значения и меры модального доминирования оптимизированной замкнутой системы

Собственные значения λ_i	-5,24	-3,51	-0,44	-1,79	-0,08
Мера управляемости μ_u	11,45	5,23	1,65	0,24	0,03

Оптимизация модального управления получена в основном за счет изменения собственного значения λ_3.

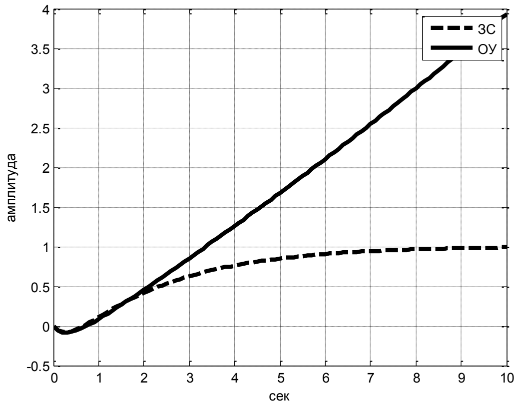


Рис. 2 – Переходные характеристики ОУ и оптимизированной замкнутой системы управления

На рисунке 2 приведены переходные характеристики ОУ и оптимизированной замкнутой системы (ЗС) по сепаратному каналу: температура донного нагревателя Td – диаметр кристалла Ds. Это стандартное отображение качества управления позволяет сделать вывод, что синтезированный регулятор может быть использован для управления выращиванием этих монокристаллов.

Выводы. Для многосвязного процесса выращивания крупногабаритных монокристаллов проведен синтез оптимальной в среднеквадратичном системы управления. На первом этапе, опираясь на метод модального доминирования при итерационном смещении собственного спектра объекта управления, синтезировался модальный регулятор. На втором этапе синтеза проводилась оптимизация регулятора.

Замкнутая система управления устойчива. Параметры переходного процесса: длительность переходного процесса в замкнутой системе в 9 сек, и таблица 3 показывают, что синтезированная система удовлетворяет требованиям к качеству управления при выращивании кристаллов. В производственных условиях процесс выращивания часто подвержен действию кратковременных возмущений тепловых условий, что может привести к неравномерному распределению (захвату) активатора по длине кристалла. Этот процесс резко ухудшает качество конечной продукции. Замкнутая система с синтезированным регулятором имеет в канале управления диаметром монокристалла быстрое доминирующее собственное значение λ_1 = -5,24 с μ_u = 11,45 (таблица 3), что позволяет замкнутой системе отреагировать на такое возмущение и уменьшить его влияние на качество монокристалла. Таким образом, качество управления процессом кристаллизации синтезированным регулятором в большой степени характеризует таблица 3, так как величины λ_i и μ_u отражают доминирование и темпы реакций в замкнутой системе.

Список литературы: **1**. Рост кристаллов / [*Горилецкий В. И., Гринев Б. В., Заславский Б. Г. и др.*]. – Харьков: АКТА, 2002. – 535с. **2**. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Негодяев С.С., Рябченко В.Н., Лапин А.В.* Оптимизация законов управления орбитальной стабилизации космического аппарата// Труды МФТИ. – 2012. –Том 4, №2. – с.164-176. **3**. *Балонин Н. А.* Новый курс теории управления движением / *Н. А. Балонин*. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. Ун-та, 2000. – 160 с.

Bibliography: **1**. Rost kristallov / [*Goriletskij V. I., Grinev B. V., Zaslavskij B. G. i dr.*]. – Kharkov: AKTA, 2002. – 535p. **2**. *Zubov N.E., Mikrin E.A., Negodjaev C.C., Rjabchenko V.N., Lapin A.V.* Optimizatsija zakonov upravlenija orbitalnoi stabilizatsii kosmicheskogo apparata// Trudi MFTI. – 2012. –Vol 4, NO2. – 164-176. **3**. *Balonin N. A.* Novij kurs teorii upravlenija dvigeniem / *N. A. Balonin*.– SPb.: Izd-vo S.-Peterb. Un-ta, 2000. – 160 p.

Поступила (received) 27.11.2014