

**П. А. КАЧАНОВ**, д-р. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»;  
**О. Н. ЕВСЕЕНКО**, аспирант каф. АиУТС, НТУ «ХПИ»;

## **ПОДДЕРЖАНИЕ ЗАДАННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ИНЕРЦИОННОГО ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ШИМ- РЕГУЛИРОВАНИЯ С ПРЕДСКАЗАНИЕМ**

Использован метод управления инерционными тепловыми объектами с предсказанием, разработан аппаратно-программный комплекс для исследования тепловых законов управления, получены разгонные характеристики теплового объекта, рассчитан максимально допустимый период дискретизации переходного процесса по теореме Котельникова (теорема Найквиста-Шеннона), выбрана частота дискретизации, проведён натурный эксперимент по управлению инерционным тепловым объектом.

**Ключевые слова:** инерционный объект, тепловой объект с сосредоточенными параметрами, объект с распределёнными параметрами, частота дискретизации, теорема Котельникова (теорема Найквиста-Шеннона), широтно-импульсная модуляция, предсказывающий фильтр.

**Введение.** Повышение цен на основные виды тепло- и энергоносителей заставляет отказаться от традиционных способов управления теплоснабжением промышленных, офисных зданий и помещений и перейти к так называемым «интеллектуальным» системам управления на основе современной микропроцессорной техники.

Как известно, поиск управляющего воздействия на тепловой объект требует решения обратной задачи теплопроводности – то есть, для заданного распределения температур в настоящее время ищется управляющее воздействие, которое уже в прошлом.

Для тепловых объектов наиболее распространённым видом управляющего воздействия в автоматических системах управления является ступенчатая функция [1], недостатками которой в тепловых системах, особенно с электронагревателями, являются сложность управления нагревателями большой мощности и постоянная работа источника питания. Предлагается перейти к ШИМ-регулированию с предсказанием, при котором регулирующий элемент работает в ключевом режиме и имеет только два состояния, что существенно упрощает техническую реализацию регулирующего элемента, позволяет вырабатывать требуемое количество тепла, снизив энергопотребление и уменьшив общее время работы нагревателя.

**Цель исследований** заключается в предварительном расчёте тепловых коэффициентов, предсказании изменения температуры объекта и практическом подтверждении метода управления тепловыми объектами с распределёнными параметрами [2] с помощью ШИМ-регулирования с применением предсказывающего фильтра [3].

© О. Н. Евсеенко, П. А. Качанов, 2014

Для реализации предложенного способа на стадии подготовки необходимо снять переходные характеристики объекта регулирования и по полученным кривым определить длительность переходного процесса в объекте —  $t_{пн}$  [4].

В качестве объекта исследований была выбрана стальная труба размерами: длина 355 мм., диаметр 32 мм., с намотанным на одном конце нагревателем длиной 82 мм. от начала трубы. Данные с датчиков снимались с периодом, равным 5 секундам.

Для объекта с одним нагревателем и пятью датчиками, равноудалёнными друг от друга на 50 мм., получены переходные характеристики, представленные на рис. 1.

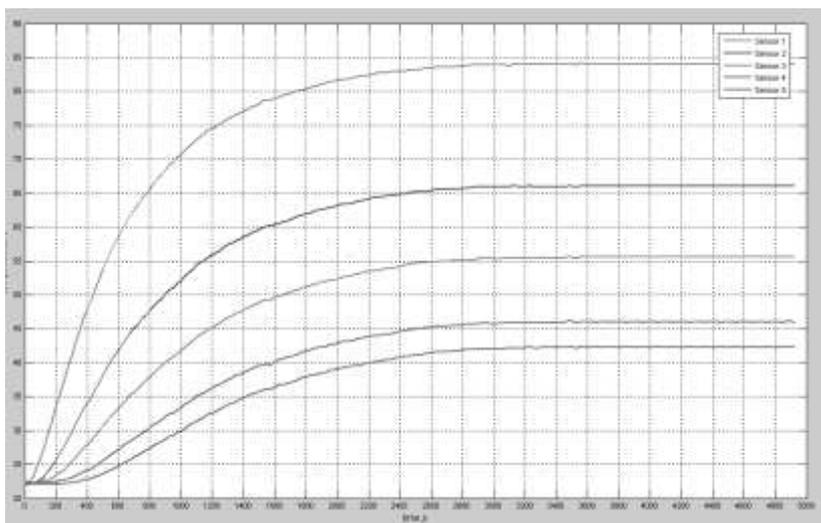


Рис. 1 — Переходные характеристики теплового объекта для пяти датчиков

Для исследования предлагаемого метода управления был выбран первый датчик, расположенный на расстоянии 50 мм. от конца нагревателя, его переходная характеристика представлена на рис. 2.

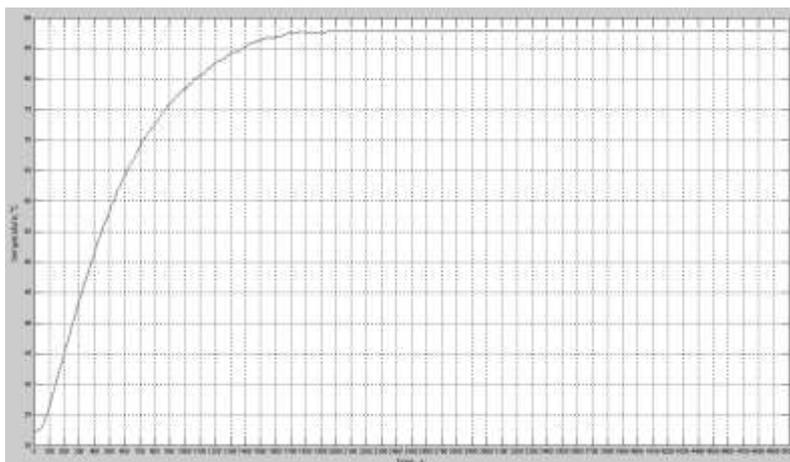


Рис. 2 — Переходная характеристика объекта для первого датчика

На объект наложены ограничения – в диапазоне рабочих температур объект принят линейным, стационарным, с самовывравниванием. Управляющее воздействие формируется в виде импульсов, которые начинаются в моменты времени, кратные выбранному периоду дискретизации, а длительность импульсов определяют по приведенному ниже алгоритму. Температура окружающей среды в ходе снятия соответствующих характеристик постоянна.

Получение разгонных кривых является решением прямой задачи теплопроводности. Её решение заключается в отыскании температуры тела, удовлетворяющей дифференциальному уравнению теплопроводности (1) и условиям однозначности [5].

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \alpha \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $U(x,y,z,t)$  — функция трёх пространственных переменных  $(x,y,z)$ ,

$t$  — время,  $\alpha$  — положительная константа.

Отыскание граничных условий, в том числе и плотности теплового потока, по имеющейся информации о температуре объекта является предметом решения обратной задачи теплопроводности [6].

Для решения обратной задачи теплопроводности необходимо определить частоту дискретизации, с которой будет восстановлен результат. Для этого изначально необходимо получить график спектров функций переходного процесса.

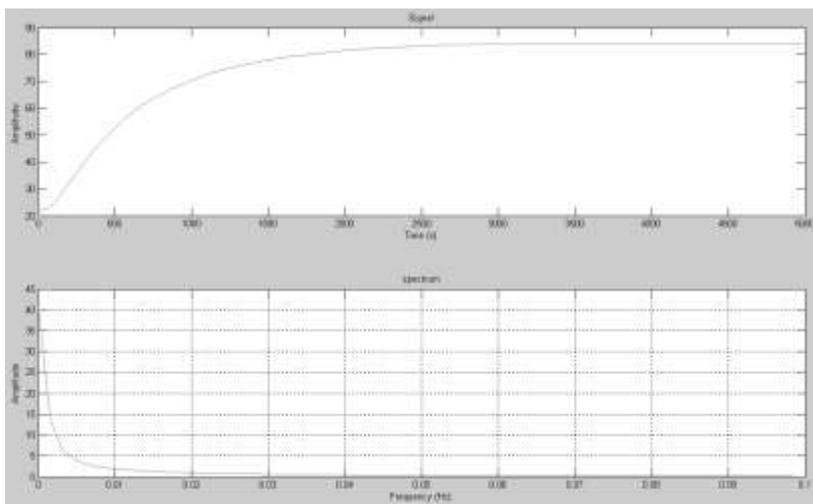


Рис. 3 — Спектр функции переходного процесса

Используя алгоритмы быстрого преобразования Фурье в пакете программ MatLab, был получен спектр переходной характеристики первого датчика (рис. 3).

Для дискретизации аналогового сигнала без потери информации частота отсчётов должна быть как минимум в два раза выше верхней граничной частоты спектра сигнала. Определим граничную частоту по уровню 0.707 от максимального значения АЧХ (рис.3):

$$f_c = 0.0073 \text{ Гц}$$

По теореме Котельникова-Найквиста (2) найдем минимальную частоту и период дискретизации:

$$f_{\min} > 2f_c; \quad (2)$$

$$T < \frac{1}{2f_c}, \quad (3)$$

где  $f_{\min}$  — частота дискретизации;

$f_c$  — верхняя граничная частота спектра;

$T$  — период дискретизации.

Тогда для каждой функции переходного процесса из соотношений (2) и (3) вычислим частоту и период дискретизации:

$$f_{\min} = 0.0073 \cdot 2 = 0.0146 \text{ Гц};$$

$$T = \frac{1}{0.0146} = 68.49 \text{ с};$$

Время транспортного запаздывания объекта составляет 38 с.

Однако необходимо отметить, что теорема даёт лишь максимальный период, или минимальную частоту дискретизации, что не обеспечивает минимальную методическую ошибку управления. Также необходимо учесть, что чем меньше период дискретизации, тем большее количество коэффициентов необходимо для расчетов предсказания. Исходя из этих условий, период дискретизации был выбран равным  $T = 50$  с.

Далее время переходного процесса  $t_{\text{пн}}$  необходимо разделить на  $N$  равных интервалов длительностью  $t_d = T$ , в соответствии с выбранным периодом дискретизации, и на интервалах  $j \cdot t_d$ , где  $1 \leq j \leq N$ , необходимо снять переходные характеристики объекта под влиянием импульсных сигналов длительностью  $j \cdot t_d$ .

В точках  $j \cdot t_d$ , где  $j \cdot t_d = 1 \cdot t_d, 2 \cdot t_d, \dots, N \cdot t_d$  — измеряется значение выходного сигнала (температуры)  $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_N$ . (рис. 4).

Для линейных объектов справедливо утверждение, что характер переходной функции не зависит от величины (амплитуды) управляющего воздействия, т.е. отношение выходного параметра объекта  $Y(t)$  к управляющему воздействию  $X$  есть величина постоянная для одного и того же момента времени, для всех  $X$ :

$$K = \frac{Y(t)}{X} \Big|_{t=\text{const}} = \text{const}, (0 < X < X_{\text{max}}), \quad (4)$$

где  $X_{\text{max}}$  — максимальное значение управляющего воздействия, при котором сохраняются линейные свойства объекта управления [7].

По формуле:

$$\eta_{i,j} = \frac{\Delta\theta_j}{Q \cdot t_{uj}} \Big|_{t_{uj} = t_d \cdot j} \quad (5)$$

рассчитываются соответствующие коэффициенты передачи теплового воздействия  $\eta_{i,j}$  для управления тепловым полем в момент времени  $j$ ,

где  $\Delta\theta_j$  — приращение температуры на  $j$ -том интервале  $1 \leq j \leq N$ ;

$Q$  — мощность теплового потока;

$t_{uj}$  — длительность импульса;

Любое управляющее воздействие можно представить в виде суммы единичных функций. Для тепловых полей справедлив принцип суперпозиции, который заключается в том, что изменение температуры объекта равно сумме изменений температур, обусловленных каждым тепловым потоком (если их несколько) отдельно. Поэтому при воздействии на объект тепловым потоком, который имеет вид ШИМ-функции, при условии, что изменение ШИМ-функции происходит в моменты, кратные  $t_d$ ,

и при помощи массива коэффициентов  $\eta_{i,j}$  можно рассчитать температуру объекта в любой момент времени кратный  $t_d$ .

После запуска системы программного регулирования начинается вычисление прогнозируемого изменения температуры объекта относительно начальной температуры  $\Theta_0$ .

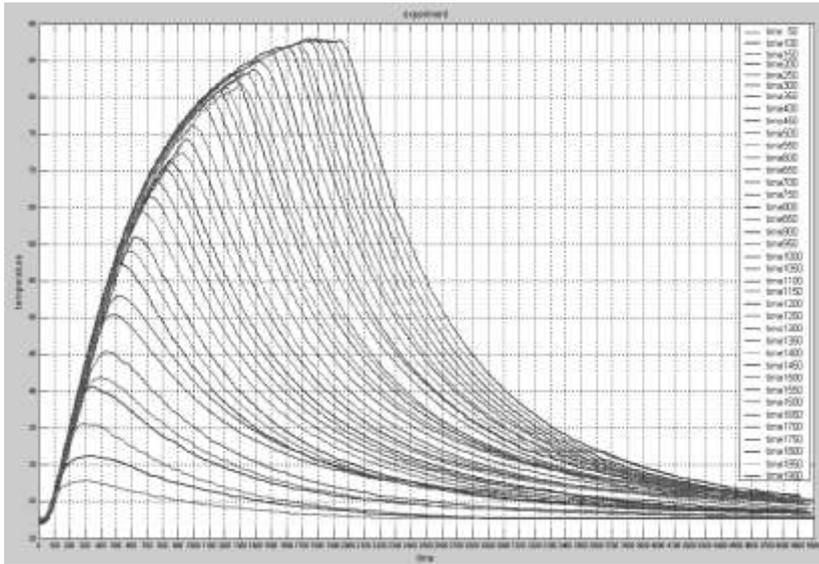


Рис. 4 — Полученные переходные характеристики длительностью  $t_{uj} = t_d \cdot j$

Для вычисления величины управляющего воздействия, а именно длительности управляющего сигнала, при неизменной амплитуде теплового потока, который за промежуток времени  $t_{uj} = t_d \cdot j$  выведет температуру объекта в точку, заданную программой, необходимо вычислить, в какую точку выйдет объект под действием управляющего воздействия, которое имело место до начала текущего интервала времени  $t_{uj}$ .

Поэтому прогнозируемое изменение температуры объекта в момент времени  $t_{uj} = t_d \cdot j$  вычисляется без учета теплового потока, который подаётся в момент, когда время превысит  $t_{uj} = t_d \cdot j$  по формуле:

$$\Theta_j = \sum_{i=1}^n \Theta_{i,j-i+1} = Q \cdot \sum_{i=1}^n t_{uj} \cdot \eta_{i,j-i+1}, \quad (6)$$

где  $\Theta_j^P$  — расчётная прогнозируемая изменение температуры объекта в  $i$ -той точке в конце  $j$ -того интервала под воздействием теплового потока от нагревателя, подведённого в момент времени  $t_{uj} = t_d \cdot j$ .

Далее расчётная температура сравнивается с температурой, заданной программно. Разница с соответствующим знаком рассчитывается как:

$$\Delta_1 = \Delta\Theta_j^3 - \Delta\Theta_j^P, \quad (7)$$

где  $\Delta\Theta_j^3$  — приращение температуры, заданное программой

Во время выполнения программы регулирования температура окружающей среды может изменяться. Для ряда объектов, у которых скорость изменения температуры окружающей среды намного меньше скорости изменения температуры объекта, переходными процессами, обусловленными колебаниями окружающей температуры, можно пренебречь. Однако эти колебания могут вызвать ошибку рассогласования, которую необходимо учитывать. С этой целью на элемент подаётся код приращения температуры задатчика на конец  $j$ -го интервала  $t_u$  и код приращения температуры датчика на этот же момент времени.

Разностный код равняется:

$$\Delta_2 = \Delta\Theta_{j-1}^3 - \Delta\Theta_{j-1}^D, \quad (8)$$

где  $\Theta_{j-1}^D$  — вектор приращений измеренной температуры в точках.

Поскольку изменение окружающей температуры предсказать сложно и поскольку это изменение за время  $t_u$  чрезвычайно мало, принимается:

$$\Delta_2(j) = \Delta_2(j-1); \quad (9)$$

Исходя из этого, рассчитывается полное отклонение прогнозируемой температуры объекта от температуры, заданной программно. Суммарный вектор прогнозируемых ошибок рассогласования вычисляется по формуле:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta\Theta_j^3 - \Delta\Theta_j^P + \Delta\Theta_{j-1}^3 - \Delta\Theta_{j-1}^D; \quad (10)$$

Для того чтобы от начала  $j$ -го интервала времени и до его конца температура в точке стала равной заданной программно, необходимо подвести дополнительный тепловой поток, который вызовет равное по величине, но противоположное по знаку изменение температуры в данной точке. Для одного нагревателя, в данной точке пространства, это изменение должно удовлетворять уравнению:

$$Q \cdot \Delta t_{u,1} \cdot \eta_{j,1} + Q \cdot \Delta t_{u,2} \cdot \eta_{j,2} + \dots + Q \cdot \Delta t_{u,n} \cdot \eta_{j,n} = -\Delta_j, \quad (11)$$

или в матричной форме:

$$Q \cdot \{\Delta t_u\} \cdot [\eta] = -\Delta \quad (12)$$

где  $\Delta$  — приращение температуры в конце интервала времени  $t_e$ ;  $\{\Delta t_u\}$  — матрица строка приращений теплового потока;

Для  $n$  точек пространства необходимо составить  $n$  уравнений (12).

Далее по формуле (13) вычисляются значения длительностей импульсов:

$$\{\Delta t_u\} = \frac{-\Delta}{Q \cdot [\eta]}, \quad (13)$$

После вычисления значения длительности импульса  $\Delta t_u$  это значение подставляется в систему уравнений (11), решение которой даёт значение приращения полного теплового потока нагревателя.

Под влиянием подведенного к объекту тепла объект начинает изменять свою температуру на  $\Delta\Theta_i^3$ . После записи кода изменения температуры система начинает вычислять значение управляющего воздействия для интервала времени от  $t_{uj} = j \cdot t_u$  до  $t_{uj} = (j+1) \cdot t_u$ . Процесс расчета возобновляется, как только закончится  $j$ -ый интервал времени.

Для реализации предложенного метода в качестве закона управления выбрана кривая, схожая по форме с кривой закалки инструментов (рис. 5). Заданная кривая имеет также сходство с графиком оптимальной среднесуточной температуры в помещении административного здания.

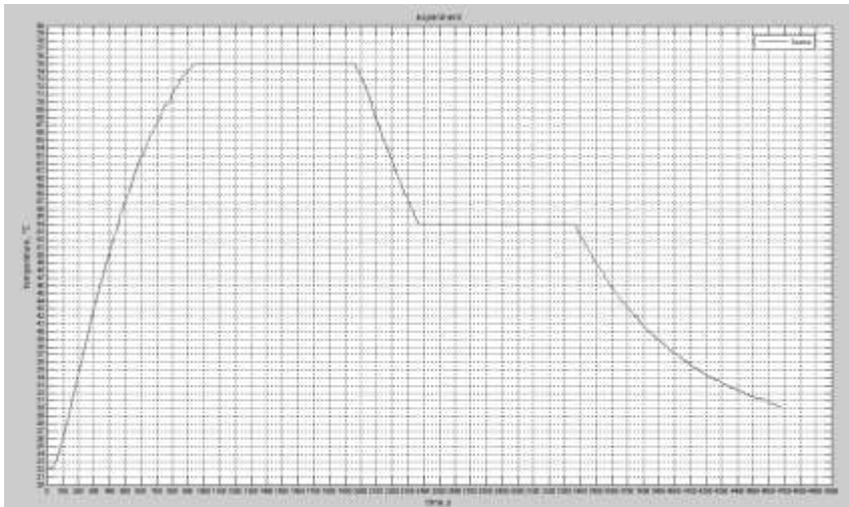


Рис. 5 — Заданная температурная кривая

По найденным ранее коэффициентам (5) в процессе работы программы происходит расчёт прогнозируемых значений температуры объекта (рис. 6) и по формуле (10) происходит принятие решения о включении нагревателя (рис. 8). Полученная температурная кривая представлена на рис.7.

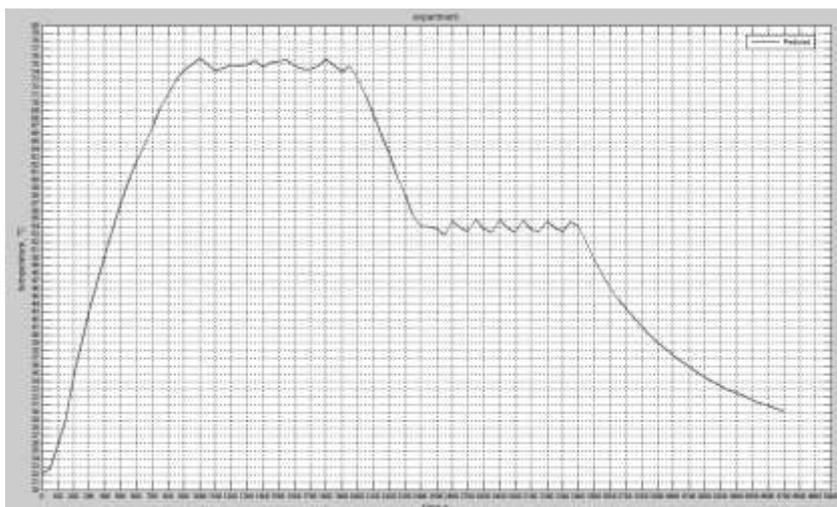


Рис. 6 — Кривая предсказания для заданного температурного режима объекта

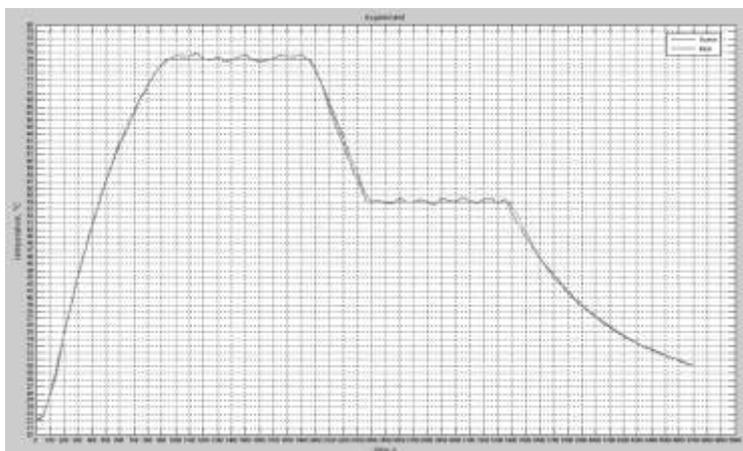


Рис. 7 — Реальный эксперимент для заданного температурного режима объекта

Далее находится погрешность результата.

Абсолютная и относительная приведенная к значениям заданной кривой погрешность определяется по формулам (14) и (15):

$$\Delta\theta = |\theta_{\text{ит}} - \theta_0|; \quad (14)$$

$$\delta_{\text{іоі}} = \frac{\Delta\theta}{\theta_{\text{ііе}}} \cdot 100\%, \quad (15)$$

где  $\theta_{\text{ііе}}$  — полученное значение температуры;

$\theta_0$  — заданное значение температуры;

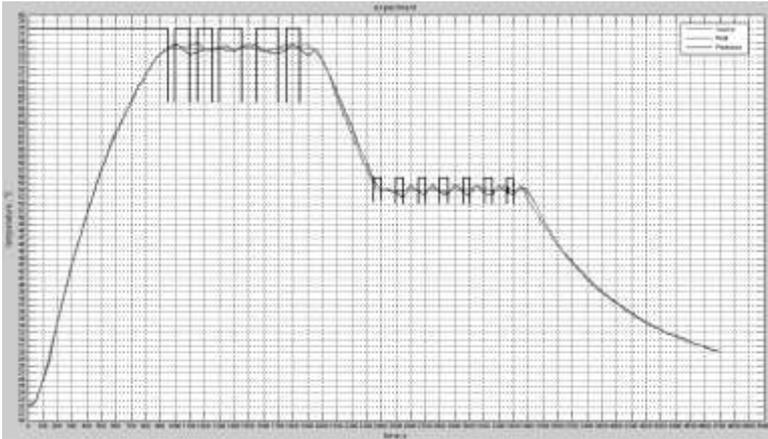


Рис. 8 — Импульсы управления температурного режима объекта

Для участка, где заданная температура = 75 °С, абсолютная и относительная погрешности равняются:

$$\Delta\theta = |75.7 - 75| = 0.7 \text{ °С};$$

$$\delta_{\text{іоі}} = \frac{0.7}{75} \cdot 100\% = 0.933\% ;$$

Для участка, где заданная температура = 54 °С, абсолютная и относительная погрешности равняются:

$$\Delta\theta = |53.5 - 54| = 0.5 \text{ °С};$$

$$\delta_{\text{іоі}} = \frac{0.5}{54} \cdot 100\% = 0.926 \% ;$$

**Вывод:** Разработан аппаратно-программный комплекс для исследования законов управления тепловыми объектами, включающий в себя объект управления, нагреватель, датчики температуры, контроллер и программу управления.

Предложенный способ относится к системам управления температурой объекта по заданной программе и может быть реализован на различных объектах в энергетике, химической, металлургической, пищевой, жилищно-бытовой и в других областях промышленности.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что данный метод дал приемлемый результат даже для температурно-нестабилизованных условий. Натурный эксперимент показал, что уменьшением периода дискретизации и увеличением интервала предсказаний можно добиться снижения погрешности.

**Список литературы:** 1. Солодовников В. В. Теория автоматического управления техническими системами : [учеб. пособие] / В. В. Солодовников, В. Н. Плотников, А. В. Яковлев. – М. : Изд-во МГТУ, 1993. – 492 с. : ил. 2. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – М. : Наука. Глав. ред. физ-мат. лит., 1975. – 568 с. 3. Спосіб програмного управління тепловим об'єктом з застосуванням широтно-імпульсної модуляції : патент на корисну модель № 81276 Україна : МПК G05D 23/19 (2006.01) / Савицький С. М., Гапон А. І., Качанов П. О., Євсєнко О. М., Вискребєнцев В. О. ; заявник Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – № u201300059 ; заявл. 02.01.2013 ; опубл. 25.06.2013 , Бюл. № 12. – 4 с. 4. Теория автоматического управления. В 2 ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / [Н. А. Бабаков и др.] ; под ред. А. А. Воронова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1986. – 367 с. : ил. 5. Коротких А. Г. Теплопроводность материалов : учеб. пособие / А. Г. Коротких ; Томский политехн. ун-т. – Томск : Изд-во Томского политехн. ун-та, 2011. – 97 с. 6. Теория и техника теплофизического эксперимента : [учеб. пособие] / Ф. Гортышов [и др.] ; под ред. В. К. Шукина. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 360 с. 7. Математическая модель предсказывающего фильтра для системы управления тепловыми объектами / Гапон А. И., Рудакова Н. А., Савицкий С. М., Коркин А. М. // Вісник НТУ «ХП» : зб. наук. пр. – Х., 2010. – № 20. – С. 27-33.

**Bibliography (transliterated):** 1. Solodovnikov V. V. Teorija avtomaticheskogo upravlenija tehničeskimi sistemami : [učeb. posobie] / V. V. Solodovnikov, V. N. Plotnikov, A. V. Jakovlev. – Moscow. : Izd-vo MG TU, 1993. – 492 p. 2. Butkovskij A. G. Metody upravlenija sistemami s raspredeleennymi parametrami / A. G. Butkovskij. – Moscow. : Nauka. Glav. red. fiz-mat. lit., 1975. – 568 p. 3. Sposib programnogo upravlinnja teplovim ob'ektom z zastosuvannjam širotno-impul'snoï moduljacii : patent na korisnu model' NO 81276 Ukraïna : MPK G05D 23/19 (2006.01) / Savic'kij S. M., Gapon A. I., Kachanov P. O., Evseenko O. M., Viskrebencev V. O. ; zjavnik Nac. tehn. un-t «Khark. politehn. in-t». – NO u201300059 ; zjavl. 02.01.2013 ; opubl. 25.06.2013 , Bjul. NO 12. – 4 p. 4. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. V 2 ch. Ch. 1. Teorija linejnyh sistem avtomaticheskogo upravlenija / [N. A. Babakov i dr.] ; pod red. A. A. Voronova. – 2-e izd., pererab. i dop. – Moscow. : Vyssh. shk., 1986. – 367 p. 5. Korotkih A. G. Teploprovodnost' materialov : učeb. posobie / A. G. Korotkih ; Tomskij politehn. un-t. – Tomsk : Izd-vo Tomskogo politehn. un-ta, 2011. – 97 p. 6. Teorija i tehnika teplofizicheskogo jeksperimenta : [učeb. posobie] / F. Gortyšov [i dr.] ; pod red. V. K. Shhukina. – Moscow: Jenergoatomizdat, 1985. – 360 p. 7. Matematicheskaja model' predskazyvajushhego fil'tra dlja sistemy upravlenija teplovymi ob'ektami / Gapon A. I., Rudakova N. A., Savickij S. M., Korkin A. M. // Visnik NTU «KhPI» : zb. nauk. pr. – Kharkiv., 2010. – NO20. – P. 27-33.

*Поступила (received) 25.11.2014*