

УДК 629.4-592

А. І. БОНДАРЕНКО, канд. техн. наук, докторант НТУ «ХПІ»**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГАЛЬМІВНОЇ СИСТЕМИ КОЛІСНОГО
ТРАКТОРА FENDT 936 VARIO**

В роботі наведена математична модель гальмівної системи, яка складається з опису робочих процесів антиблокувальної системи, математичної моделі гальмівного механізму, а також математичної моделі пневматичного гальмівного приводу. Для управління гальмуванням за допомогою антиблокувальної системи застосовано широтно-імпульсну модуляцію тиску. Для опису перехідних процесів в пневматичному гальмівному приводі як при службовому гальмуванні, так і роботі приводу в циклічному режимі використовується метод Герц О.В.

Ключові слова: колісний трактор, гальмівна система, пневматичний гальмівний привод, антиблокувальна система.

Вступ. Гальмівна система є однією з найбільш відповідальних систем тракторів, тим паче, що деякі сучасні колісні трактори мають максимальну швидкість руху 85 км/год, що пояснюється все більшим виконанням в сільській місцевості тракторами функцій транспортних засобів. За кордоном застосування тракторних транспортних засобів досягло високого рівня. У Германії та Франції на частку тракторних перевезень припадає 70 – 80%. Об'єм перевезень тракторним транспортом в деяких країнах Західної Європи, таких, як Польща, Болгарія, Угорщина, складає 50 – 60%. Роста використання тракторів при перевезенні сільськогосподарських вантажів і в США, воно досягає 35%.

В останній час, в зв'язку зі збільшенням максимальної швидкості руху колісних тракторів, намітилися тенденції оснащення їх сучасними засобами автоматизації процесу гальмування – антиблокувальними системами (АБС).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженню динаміки гальмування колісних тракторів присвячені праці Богдана М.В., Гуськова В.В., Грібка Г.П., Жесткова В.А., Жуковського Ю.М., Кутькова О.Ю., Подригала М.А., Рашидова М.Р., Саркісяна Е.В., Скрябіна В.В., Скуртула О.І., Ступи Н.Д., Парфенова О.П., Ясеневи́ча В.Я., Hung T., Kwan K., Nielsen S.L., Rozycki F.J., Saber Ahmed Ibrahim M., Think H., Truong Q. та ін. [1 – 4].

Із літератури відомо ряд публікацій [1 – 5], в яких наводяться математичні моделі процесу гальмування колісних тракторів, проте жодного згадування в них немає не те що про математичну модель пневматичного гальмівного приводу, а навіть не описано принцип роботи гальмівних приводів. Математичний опис роботи пневматичного гальмівного приводу колісних тракторів в циклічному режимі роботи (з АБС) взагалі ніде не наводиться.

Мета дослідження, постановка задачі. Метою даної роботи є складання математичної моделі гальмівної системи колісного трактора Fendt 936 Vario. Для досягнення поставленої мети необхідно описати робочі процеси АБС, скласти математичну модель гальмівного механізму, а також математичну модель пневматичного гальмівного приводу.

Математична модель гальмівної системи колісного трактора Fendt 936 Vario. Трактори Fendt 900 серії мають високоефективну гальмівну систему, основу якої складають дискові гальмівні механізми з пневматичним приводом та АБС.

© А. І. Бондаренко, 2015

Математичний опис робочих процесів антиблокувальної системи. У вільному доступі, на жаль, відсутня інформація стосовно способу модуляції тиску в АБС, не відома конструкція модюляторів тиску. Акцентовано лише увагу на те, що особливістю АБС тракторів Fendt 900 серії, розробленою компанією «Knorr-Bremse», є те, що у зв'язку з високою інерцією коліс трактора, блок керування АБС, при виникненні передумов до блокування якого-небудь з коліс, подає сигнал на розгальмування не тільки відповідному модюлятору тиску, а також зв'язується з системою керування трактора, яка може управляти колесом, впливаючи на нього через передачу Vario, якщо модюлятор не в змозі виконати свої функції самостійно. Обидва передні колеса керуються разом, навіть якщо є різні поверхні під кожним колесом, задні колеса керуються кожен індивідуально.

З літератури [6] відомо, що оптимальною з точки зору якості регулювання та адаптивних властивостей є широтно-імпульсна модуляція, яка відноситься до способів з керованою пульсацією тиску (рис. 1). Саме її і буде взято за основу при описі робочих процесів АБС.

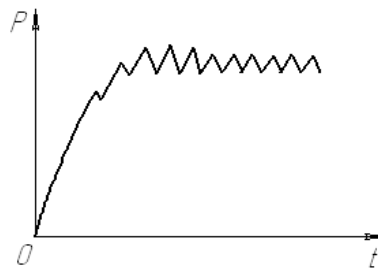


Рисунок 1 – Характер зміни приводного тиску при керованій пульсації:
 P – тиск в гальмівній камері; t – час гальмування.

Широтно-імпульсна модуляція при управлінні гальмуванням полягає в циклічному загальмовуванні та розгальмуванні колеса при постійній тривалості циклу та безперервного коректування співвідношення тривалості фаз загальмовування і розгальмування. Така модуляція реалізується подачею на двохфазовий модюлятор тиску в гальмівному приводі імпульсного сигналу постійної частоти і змінної шпаруватості.

У літературі [6] під шпаруватістю пульсацій розуміють параметр, що представляє собою відношення тривалості фази спорожнення до періоду сигналу:

$$\dot{N} = \frac{t_p}{T}, \quad (1)$$

де t_p – тривалість фази спорожнення;

T – період сигналу (рис. 2).

Теоретично можливість застосування широтно-імпульсної модуляції для пневматичного гальмівного приводу обумовлена специфічним характером зміни тиску в гальмівній камері при їх наповненні та спорожненні, що полягає в зміні приводного тиску по експоненціальних залежностях (рис. 3). З рис. 3 видно, що підтримка в гальмівній камері тиску $P_{cp} = P_{cp1}$ може бути досягнута шляхом чергування фаз наповнення та спорожнення при тривалості наповнення t_{z1} і тривалості спорожнення t_{p1} . Така зміна фаз може бути забезпечена шляхом подачі на двохфазовий модюлятор імпульсного сигналу з періодом T і шпаруватістю C_1 . Для підтримки в камері тиску

$P_{cp} = P_{cp2}$ необхідно також реалізовувати чергування фаз, але вже при тривалості наповнення t_{32} і тривалості спорожнення t_{p2} , тобто шпаруватості сигналу C_2 (рис. 3) [6].

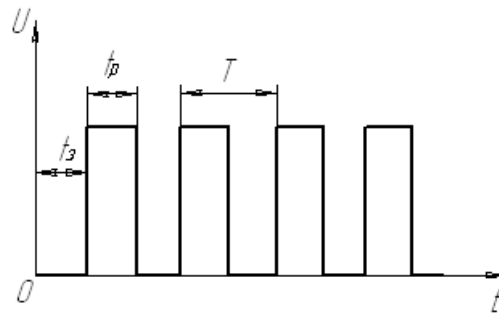


Рисунок 2 – Форма сигналу при широтно-імпульсній модуляції:
 t_3 – тривалість фази наповнення; t_p – тривалість фази спорожнення; T – період сигналу;
 U – керуюча напруга.

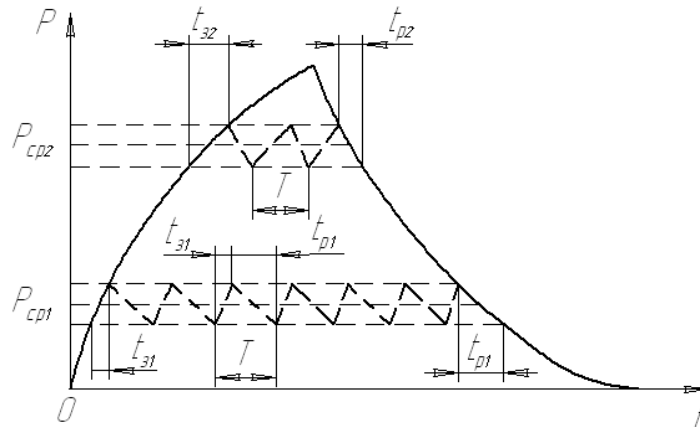


Рисунок 3 – Характер зміни тиску повітря в гальмівній камері при звичайному наповненні та спорожненні (суцільні лінії) та за наявності широтно-імпульсного модулятора (пунктирні лінії) [6]

Застосування широтно-імпульсної модуляції забезпечує більш високі адаптивні властивості АБС за рахунок зміни шпаруватості в процесі гальмування в залежності від умов навантаження та зчеплення і, відповідно, вищу якість регулювання при достатньо простій конструкції модулятора [6, 7].

Умови формування пульсуючого сигналу широтно-імпульсної модуляції прямокутної форми при моделюванні процесу гальмування наведені в роботі [6] та мають наступний вигляд:

$$C_{ij} = C_0 + K_h \cdot \int_0^t (\dot{c}_{ij} \cdot r_{dij}^{k \cdot i}) dt, \quad (2)$$

де C_0 – постійне значення шпаруватості, відповідне максимальному тиску в гальмівному приводі;

K_h – коефіцієнт чутливості;

$\dot{\omega}_y$ – кутове уповільнення колеса ($i=r$ – правий борт, $i=l$ – лівий борт, $j=1$ – передня вісь, $j=2$ – задня вісь);

K_n – коефіцієнт пробних дій, $K_n > (1-S^*)$;

S^* – відносне прослизання, що відповідає максимальному коефіцієнту зчеплення;

j – поздовжнє уповільнення самохідної машини ($j = \ddot{x}$);

r_{dij} – динамічний радіус колеса.

Якщо $\dot{\omega}_y$, тоді:

$$C_{ij} = const. \quad (3)$$

При $\omega_{ij} = 0$, $j \neq 0$ шпаруватість визначається з виразу:

$$C_{ij} = -K_c \cdot t + C'_{0ij}, \quad (4)$$

де K_c – постійний коефіцієнт, що завдає темп зниження тиску у випадку повного блокування коліс;

C'_{0ij} – значення C_{ij} у момент перемикання на умову (4) з (2) або (3).

Недостатня величина K_n може зменшити ефективність пробної дії, що приведе до зниження ефективності гальмування унаслідок повільної настройки на $j = j_{\max}$, а надто велика – приведе до істотного перегальмовування колеса. Величиною K_h визначається чутливість системи до зміни динамічного стану колеса. При малих значеннях величини K_h реакція АБС на зміну динамічного стану буде сповільненою, при надмірно великому значенні цього коефіцієнта можлива знижена стійкість процесу регулювання із-за перерегулювання унаслідок підвищеної реакції системи на зміну динамічного стану [6].

Підвищення гальмівної ефективності, керованості та стійкості самохідної машини з пневматичним гальмівним приводом та АБС з широтно-імпульсною модуляцією можливе за рахунок удосконалення умов формування пульсуючого сигналу: значення коефіцієнтів пробної дії K_n та чутливості K_h повинні бути змінними, залежати від дорожніх умов та навантаження на колеса. Саме рішенню цієї проблеми і присвячені роботи [8, 9], в яких значення коефіцієнта чутливості K_h пропонують визначати з наступного виразу:

$$K_h = \frac{1}{-0,1653 \cdot j^2 - 0,4808 \cdot j + 20,6929}. \quad (5)$$

Значення коефіцієнта пробної дії K_n визначається з виразу:

$$K_{nij} = K_{n0} - a \cdot S_{ij} + b \cdot j, \quad (6)$$

де K_{n0} – початкове значення коефіцієнту пробної дії на момент початку гальмування, рівне 1,435;

a, b – постійні коефіцієнти, які визначаються за методикою з роботи [9].

За результатами моделювання процесу гальмування автомобіля КрАЗ-6510 при роботі в сільській місцевості було встановлено, що коефіцієнт чутливості K_h за будь-яких умов може бути прийнятий постійним, рівним 30, а коригування коефіцієнту пробної дії K_n у запропонований спосіб (6) дозволяє зменшити гальмівний шлях до 19%, курсове відхилення автомобіля до 15%, а бокове відхилення центру мас автомобіля до 10%, тобто підвищити ефективність гальмування та курсову стійкість руху автомобіля при гальмуванні автомобіля у повороті [8].

Саме вирази (2) – (6) и будуть використані для опису робочих процесів АБС трактора «Fendt 936 Vario».

Математична модель гальмівного механізму

Важливою характеристикою гальмівного механізму, що значно впливає на процес гальмування, є залежність створюваного гальмівним механізмом гальмівного моменту M_{g0ij} від тиску в гальмівному приводі P_{ij} . Для більшості гальмівних механізмів, що застосовуються в тракторобудуванні, ця характеристика істотно нелінійна. Нелінійність носить характер запізнювання зміни гальмівного моменту після початку зміни тиску в виконавчому апараті, величина якого залежить від типу гальмівного механізму, його розтискного пристрою, типу гальмівного приводу, технічного стану елементів механізму і т.п. [6].

Для опису залежності $M_{g0ij}(P_{ij})$ буде застосована кусочно-лінійна функція (вирази (7)...(9)) [6].

При підвищенні приводного тиску гальмівний момент визначається з виразу:

$$M_{g0ij}(P_{ij}) = k_1 \cdot P_{ij} - A_1, \text{ якщо } M_{gij} < 0, \text{ тоді } M_{gij} = 0, \quad (7)$$

де k_1, A_1 – коефіцієнти, які визначаються за експериментальними даними.

Після початку зниження тиску в гальмівній камері відбувається затримка зниження гальмівного моменту, при цьому значення гальмівного моменту визначається з виразу:

$$M_{g0ij}(P_{ij}) = A_2 + k_2 \cdot P_{ij}, \quad (8)$$

де k_2, A_2 – коефіцієнти, які визначаються за експериментальними даними.

При зниженні приводного тиску гальмівний момент визначається з виразу:

$$M_{g0ij}(P_{ij}) = k_3 \cdot P_{ij}, \quad (9)$$

де k_3 – коефіцієнт, який визначається за експериментальними даними.

При роботі АБС гальмівний механізм постійно знаходяться в динамічному стані унаслідок зміни тиску у виконавчих апаратах пневматичного гальмівного приводу, що приводить до зниження гістерезисних втрат. Враховуючи вище приведені аргументи, гістерезисними втратами в гальмівних механізмах при роботі АБС нехтуємо, тоді

виразом (7) буде описуватися зміна гальмівного моменту при роботі АБС.

Математична модель пневматичного гальмівного приводу

Об'єктом дослідження виступають перехідні процеси в пневматичному гальмівному приводі. Робоча гальмівна система трактора «Fendt 936 Vario» має наступні типові параметри: довжини сполучних трубопроводів знаходяться в діапазоні від 0,8 до 3,5 м; діаметри трубопроводів прийняті 10 мм.

Особливістю пневматичного гальмівного приводу трактора «Fendt 936 Vario» є те, що він складається з двох незалежних контурів, пов'язаних з гальмівним краном: верхня секція з контуром заднього моста – перший контур, нижня з контуром переднього моста – другий контур.

Принцип роботи приводу полягає в наступному: при дії оператором-водієм на гальмівну педаль зусилля передається через пружний елемент пневматичного гальмівного крана на клапан відкриття верхньої секції і стисле повітря подається до гальмівної камери заднього моста. Далі повітря через отвір, що дроселює, надходячи в силову порожнину, відкриває клапан нижньої секції і здійснюється подача повітря до гальмівної камери переднього моста.

В роботі [6] доведено, що для опису перехідних процесів в пневматичному гальмівному приводі як при службовому гальмуванні, так і роботі привода в циклічному режимі доцільніше використовувати метод Герц О.В. [10 – 13].

У математичних моделях контурів пневматичного гальмівного приводу були прийняті наступні допущення [10 – 13]:

- тиск повітря на вході в двосекційний гальмівний кран при службовому гальмуванні не змінюється за час перехідного процесу і дорівнює P_{\max} (витрати стислого повітря не перевищують допустимої межі);
- відсутні витоки повітря з системи;
- температура повітря в порожнинах апаратів гальмівного приводу не змінюється;
- в процесі наповнення та спорожнення теплообмін з навколишнім середовищем відсутній;
- пневмоопори клапанів і трубопроводів приймаємо зосередженими;
- коефіцієнт витрати через дросель приймаємо постійним для всього перехідного процесу [10 – 13];
- об'єм виконавчих апаратів приймаємо постійним після досягнення тиску $P_z = 0,16...0,18$ МПа. Величина P_z необхідна для вибірки всіх зазорів.

Розрахункова схема першого контуру пневматичного гальмівного приводу з АБС трактора «Fendt 936 Vario» наведена на рис. 4, а другого на рис. 5.

Рівняння стану повітря в місткості [10 – 13] має наступний вигляд:

$$V_E \cdot \frac{dP_E}{dt} + k \cdot P_E \cdot \frac{dV_E}{dt} = k \cdot R \cdot T \cdot G, \quad (10)$$

де V_E – об'єм місткості;

P_E – тиск в місткості;

k – показник адиабати [6];

R – газова постійна для повітря [6];

T – температура повітря перед дроселем;

G – секундна масова витрата повітря, що поступає в об'єм або витікає з нього.

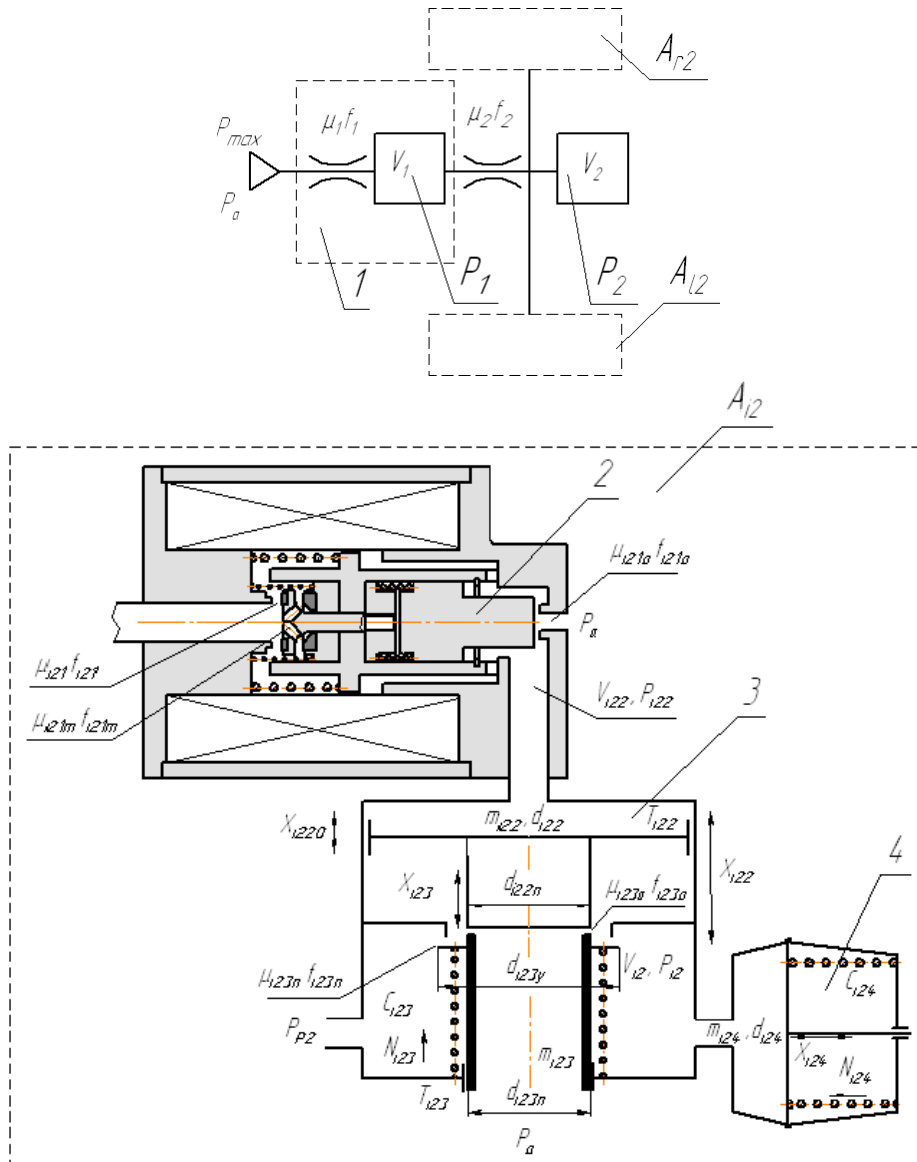


Рисунок 4 – Розрахункова схема досліджуваного першого контуру пневматичного гальмівного приводу: 1 – пневматичний гальмівний кран; 2 – модулятор тиску; 3 – клапан прискореної дії; 4 – гальмівна камера.

Запропонована газодинамічна функція за методом Герц О.В. [10 – 13] записується у вигляді наступного рівняння:

$$G = K \cdot \mu \cdot f \cdot \frac{P_0}{\sqrt{T}} \cdot \varphi(P), \quad (11)$$

де K – постійний коефіцієнт [10 – 13];

μ – коефіцієнт витрати через дросель [10 – 13];

f – площа прохідного перетину дроселя;

P_0 – тиск повітря перед дроселем;

$\varphi(P)$ – функція, що залежить від тиску на вході та виході трубопроводу [10 – 13].

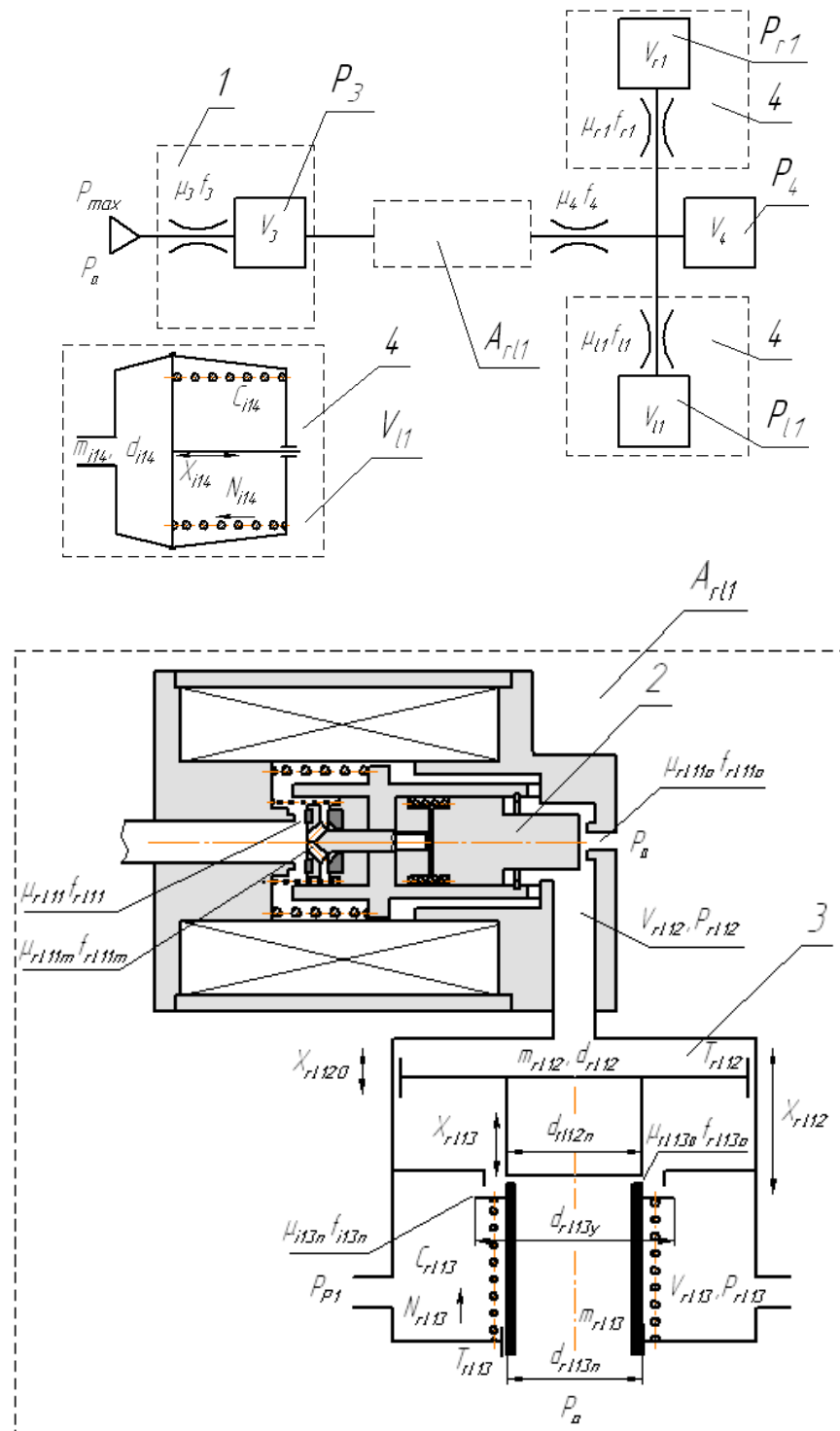


Рисунок 5 – Розрахункова схема досліджуваного другого контуру пневматичного гальмівного приводу: 1 – пневматичний гальмівний кран; 2 – модулятор тиску; 3 – клапан прискореної дії; 4 – гальмівна камера.

Математична модель першого контуру пневматичного гальмівного приводу записується в наступному вигляді:

– наповнення:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} \cdot V_1 &= k \cdot R \cdot T \cdot [G(P_{\max}, P_1) - G(P_1, P_2)]; & \frac{dP_2}{dt} \cdot V_2 &= k \cdot R \cdot T \cdot [G(P_1, P_2) - G(P_2, P_{r22}) - G(P_2, P_{i22})]; \\ \frac{dP_{i22}}{dt} \cdot (V_{i220} + X_{i22} \cdot S_{i22}) + k \cdot P_{i22} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= k \cdot R \cdot T \cdot G(P_2, P_{i22}); \\ \frac{dP_{i2}}{dt} \cdot (V_{i20} + X_{i24} \cdot S_{i24} - X_{i22} \cdot S_{i22}) + k \cdot P_{i2} \cdot S_{i24} \cdot \frac{dX_{i24}}{dt} - k \cdot P_{i2} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= \\ &= k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{p2}, P_{i2}), \quad \text{якщо } P_{i2} \leq P_z; \\ \frac{dP_{i2}}{dt} \cdot (V_{i2} - X_{i22} \cdot S_{i22}) - k \cdot P_{i2} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{p2}, P_{i2}), \quad \text{якщо } P_{i2} > P_z; \end{aligned} \right. \quad (12)$$

– спорожнення:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} \cdot V_1 &= k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_1, P_a) + G(P_2, P_1)]; & \frac{dP_2}{dt} \cdot V_2 &= k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_2, P_1) + G(P_{r22}, P_2) + G(P_{i22}, P_2)]; \\ \frac{dP_{i22}}{dt} \cdot (V_{i220} + X_{i22} \cdot S_{i22}) + k \cdot P_{i22} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i22}, P_2); \\ \frac{dP_{i2}}{dt} \cdot (V_{i20} + X_{i24} \cdot S_{i24} - X_{i22} \cdot S_{i22}) + k \cdot P_{i2} \cdot S_{i24} \cdot \frac{dX_{i24}}{dt} - k \cdot P_{i2} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= \\ &= -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i2}, P_a), \quad \text{якщо } P_{i2} \leq P_z; \\ \frac{dP_{i2}}{dt} \cdot (V_{i2} - X_{i22} \cdot S_{i22}) - k \cdot P_{i2} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i2}, P_a), \quad \text{якщо } P_{i2} > P_z; \end{aligned} \right. \quad (13)$$

– наповнення при роботі АБС – див. систему рівнянь (12), де $\mu_{i21} f_{i21} = \mu_{i21m} f_{i21m}$ в виразі (11);

– спорожнення при роботі АБС:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_{i22}}{dt} \cdot (V_{i220} + X_{i22} \cdot S_{i22}) + k \cdot P_{i22} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i22}, P_a); \\ \frac{dP_{i2}}{dt} \cdot (V_{i2} - X_{i22} \cdot S_{i22}) - k \cdot P_{i2} \cdot S_{i22} \cdot \frac{dX_{i22}}{dt} &= -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i2}, P_a); \end{aligned} \right. \quad (14)$$

– рівняння руху поршнів:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 X_{i22}}{dt^2} &= \frac{P_{i22} \cdot S_{i22} - P_{i2} \cdot S_{i22} - T_{i22} \cdot \text{sign}(\dot{X}_{i22})}{m_{i22}}, \quad \text{якщо } X_{i22} < X_{i220}; \\ \frac{d^2 X_{i22}}{dt^2} &= \frac{1}{m_{i22} + m_{i23}} \cdot (P_{i22} \cdot S_{i22} - P_{i2} \cdot (S_{i22} - S_{i22n}) - P_{P2} \cdot (S_{i23y} - S_{i23n}) - \\ &- \tilde{N}_{i23} \cdot (X_{i22} - X_{i220}) - N_{i23} - T_{i23} \cdot \text{sign}(\dot{X}_{i22})) \cdot \text{sign}(\dot{X}_{i22}), \quad \text{якщо } X_{i22} \geq X_{i220}; \end{aligned} \right. \quad (15)$$

$$\frac{d^2 X_{i24}}{dt^2} = \frac{P_{i2} \cdot S_{i24} - \tilde{N}_{i24} \cdot X_{i24} - N_{i24}}{m_{i24}}, \quad (16)$$

де V_{i220}, V_{i20} – початковий об’єм ємкостей надпоршневого простору прискорювального клапану та гальмівної камери;

X_{i220} – переміщення поршня прискорювального клапану до контакту зі штоком;

$X_{i22}, X_{i23}, X_{i24}$ – переміщення поршня, штока прискорювального клапану та діафрагми гальмівної камери;

$S_{i22}, S_{i22n}, S_{i23n}, S_{i23y}, S_{i24}$ – площі поверхонь прискорювального клапану та гальмівної камери, рівні $S_{i22} = \pi \cdot d_{i22}^2 / 4$, $S_{i22n} = \pi \cdot d_{i22n}^2 / 4$, $S_{i23n} = \pi \cdot d_{i23n}^2 / 4$, $S_{i23y} = \pi \cdot d_{i23y}^2 / 4$, $S_{i24} = \pi \cdot d_{i24}^2 / 4$;

$d_{i22}, d_{i22n}, d_{i23n}, d_{i23y}, d_{i24}$ – діаметри поверхонь прискорювального клапану та гальмівної камери;

$m_{i22}, m_{i23}, m_{i24}$ – маси поршня, штока прискорювального клапану та діафрагми гальмівної камери;

T_{i22}, T_{i23} – сила тертя, що виникає при русі поршня та штока прискорювального клапану;

N_{i23}, N_{i24} – сила попереднього зтиснення пружних елементів;

$\tilde{N}_{i23}, \tilde{N}_{i24}$ – жорсткість пружних елементів.

Математична модель другого контуру пневматичного гальмівного приводу записується в наступному вигляді:

– наповнення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_3}{dt} \cdot V_3 = k \cdot R \cdot T \cdot [G(P_{\max}, P_3) - G(P_3, P_{r12})]; \\ \frac{dP_{r12}}{dt} \cdot (V_{r120} + X_{r12} \cdot S_{r12}) + k \cdot P_{r12} \cdot S_{r12} \cdot \frac{dX_{r12}}{dt} = k \cdot R \cdot T \cdot G(P_3, P_{r12}); \\ \frac{dP_{r13}}{dt} \cdot (V_{r130} - X_{r12} \cdot S_{r12}) - k \cdot P_{r13} \cdot S_{r12} \cdot \frac{dX_{r12}}{dt} = k \cdot R \cdot T \cdot [G(P_{p1}, P_{r13}) - G(P_{r13}, P_4)]; \\ \frac{dP_4}{dt} \cdot V_4 = k \cdot R \cdot T \cdot [G(P_{r13}, P_4) - G(P_4, P_{r1}) - G(P_4, P_{i1})]; \\ \frac{dP_{i1}}{dt} \cdot (V_{i10} + X_{i14} \cdot S_{i14}) + k \cdot P_{i1} \cdot S_{i14} \cdot \frac{dX_{i14}}{dt} = k \cdot R \cdot T \cdot G(P_4, P_{i1}), \quad \forall \dot{X}_{i14} \hat{=} P_{i1} \leq P_z; \\ \frac{dP_{i1}}{dt} \cdot V_{i1} = k \cdot R \cdot T \cdot G(P_4, P_{i1}), \quad \forall \dot{X}_{i14} \hat{=} P_{i1} > P_z; \end{array} \right. \quad (17)$$

– спорожнення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_3}{dt} \cdot V_3 = k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_3, P_a) + G(P_{r12}, P_3)]; \\ \frac{dP_{r12}}{dt} \cdot (V_{r120} + X_{r12} \cdot S_{r12}) + k \cdot P_{r12} \cdot S_{r12} \cdot \frac{dX_{r12}}{dt} = -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{r12}, P_3); \\ \frac{dP_{r13}}{dt} \cdot (V_{r130} - X_{r12} \cdot S_{r12}) - k \cdot P_{r13} \cdot S_{r12} \cdot \frac{dX_{r12}}{dt} = k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_{r13}, P_a) + G(P_4, P_{r13})]; \\ \frac{dP_4}{dt} \cdot V_4 = k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_4, P_{r13}) + G(P_{r1}, P_4) + G(P_{i1}, P_4)]; \\ \frac{dP_{i1}}{dt} \cdot (V_{i10} + X_{i14} \cdot S_{i14}) + k \cdot P_{i1} \cdot S_{i14} \cdot \frac{dX_{i14}}{dt} = -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i1}, P_4), \quad \forall \dot{X}_{i14} \hat{=} P_{i1} \leq P_z; \\ \frac{dP_{i1}}{dt} \cdot V_{i1} = -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i1}, P_4), \quad \forall \dot{X}_{i14} \hat{=} P_{i1} > P_z; \end{array} \right. \quad (18)$$

– наповнення при роботі АБС – див. систему рівнянь (17), де $\mu_{r11}f_{r11} = \mu_{r11m}f_{r11m}$ в виразі (11);

– спорожнення при роботі АБС:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{r12}}{dt} \cdot (V_{r120} + X_{r12} \cdot S_{r12}) + k \cdot P_{r12} \cdot S_{r12} \cdot \frac{dX_{r12}}{dt} = -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{r12}, P_a); \\ \frac{dP_{r13}}{dt} \cdot (V_{r130} - X_{r12} \cdot S_{r12}) - k \cdot P_{r13} \cdot S_{r12} \cdot \frac{dX_{r12}}{dt} = k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_{r13}, P_a) + G(P_4, P_{r13})]; \\ \frac{dP_4}{dt} \cdot V_4 = k \cdot R \cdot T \cdot [-G(P_4, P_{r13}) + G(P_{r1}, P_4) + G(P_{i1}, P_4)]; \\ \frac{dP_{i1}}{dt} \cdot (V_{i10} + X_{i14} \cdot S_{i14}) + k \cdot P_{i1} \cdot S_{i14} \cdot \frac{dX_{i14}}{dt} = -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i1}, P_4), \quad \forall \hat{t} \quad P_{i1} \leq P_z; \\ \frac{dP_{i1}}{dt} \cdot V_{i1} = -k \cdot R \cdot T \cdot G(P_{i1}, P_4), \quad \forall \hat{t} \quad P_{i1} > P_z; \end{array} \right. \quad (19)$$

– рівняння руху поршнів:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 X_{r12}}{dt^2} = \frac{P_{r12} \cdot S_{r12} - P_{r13} \cdot S_{r12} - T_{r12} \cdot \text{sign}(\dot{X}_{r12})}{m_{r12}}, \quad \forall \hat{t} \quad X_{r12} < X_{r120}; \\ \frac{d^2 X_{r12}}{dt^2} = \frac{1}{m_{r12} + m_{r13}} \cdot (P_{r12} \cdot S_{r12} - P_{r13} \cdot (S_{r12} - S_{r12n}) - P_{r1} \cdot (S_{r13y} - S_{r13n}) - \\ - \tilde{N}_{r13} \cdot (X_{r12} - X_{r120}) - N_{r13} - T_{r13} \cdot \text{sign}(\dot{X}_{r12}) - T_{r12} \cdot \text{sign}(\dot{X}_{r12})) \quad \forall \hat{t} \quad X_{r12} \geq X_{r120}; \end{array} \right. \quad (20)$$

$$\frac{d^2 X_{i14}}{dt^2} = \frac{P_{i1} \cdot S_{i14} - \tilde{N}_{i14} \cdot X_{i14} - N_{i14}}{m_{i14}}, \quad (21)$$

де $V_{r120}, V_{r130}, V_{i10}$ – початковий об’єм ємкостей прискорювального клапану та гальмівної камери;

X_{r120} – переміщення поршня прискорювального клапану до контакту зі штоком;

$X_{r12}, X_{r13}, X_{i14}$ – переміщення поршня, штока прискорювального клапану та діафрагми гальмівної камери;

$S_{r12}, S_{r12n}, S_{r13n}, S_{r13y}, S_{i14}$ – площі поверхонь прискорювального клапану та гальмівної камери, рівні $S_{r12} = \pi \cdot d_{r12}^2 / 4$, $S_{r12n} = \pi \cdot d_{r12n}^2 / 4$, $S_{r13n} = \pi \cdot d_{r13n}^2 / 4$, $S_{r13y} = \pi \cdot d_{r13y}^2 / 4$, $S_{i14} = \pi \cdot d_{i14}^2 / 4$;

$d_{r12}, d_{r12n}, d_{r13n}, d_{r13y}, d_{i14}$ – діаметри поверхонь прискорювального клапану та гальмівної камери;

$m_{r12}, m_{r13}, m_{i14}$ – маси поршня, штока прискорювального клапану та діафрагми гальмівної камери;

T_{r12}, T_{r13} – сила тертя, що виникає при русі поршня та штока прискорювального клапану;

N_{r13}, N_{i14} – сила попереднього зтиснення пружних елементів;

$\tilde{N}_{r13}, \tilde{N}_{i14}$ – жорсткість пружних елементів.

Суттєвим чинником, що впливає на динаміку процесу гальмування – є закон натиснення на педаль гальма, від якого залежить значення тиску в пневматичному гальмівному приводі та, відповідно, утворюваний гальмівний момент.

Висновок. Представлена математична модель гальмівної системи колісного трактора Fendt 936 Varіo, яка складається з опису робочих процесів АБС, математичної моделі гальмівного механізму, а також математичної моделі пневматичного гальмівного приводу, у складі багатомасової нелінійної моделі процесу гальмування колісних тракторів з ГОМТ дозволяє виявити та систематизувати вплив способів реалізації службового та екстреного гальмування (в тому числі із увімкненням в роботу АБС), умов експлуатації, законів натиснення на педаль гальма та законів зміни параметрів регулювання гідромашин гідрооб'ємної передачі на кінематичні, силові та енергетичні параметри гідрооб'ємно-механічних трансмісій різних структур, а також керуваність та гальмівну ефективність.

Список літератури: 1. *Подригало М.А.* Торможение трактора с одноосным прицепом без блокирования колес / *М.А. Подригало, М.П. Холодов* // Механіка та машинобудування. – 2012. – № 2. – С. 144 – 152. 2. *Подригало М.А.* Потенциальные сцепные возможности при торможении колесных тракторов с балансирной подвеской переднего моста / *М.А. Подригало, М.П. Холодов* // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. – 2011. – № 3. – С. 75 – 83. 3. *Кутьков А.Ю.* Повышение эффективности использования тракторно-транспортного агрегата в режиме торможения за счет применения упругодемпфирующего привода ведущих колес трактора класса 1,4: автореф. дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.20.01 «Технологии и средства технического обслуживания в сельском хозяйстве» / *А.Ю. Кутьков.* – Воронеж, 2011. – 19 с. 4. *Шепеленко Г.Н.* Основы теории самоходных машин / *Г.Н. Шепеленко.* – Харків: Основа, 1993. – 216 с. 5. *Бондаренко А.І.* Просторова математична модель процесу гальмування колісного трактора FENDT 926 VARIO / *А.І. Бондаренко* // Східно-Європейський журнал передових технологій. Серія: Математика та кібернетика – фундаментальні та прикладні аспекти. – 2011. – № 5/4 (53). – С. 47 – 51. 6. *Бондаренко А.І.* Удосконалення процесів модуляції тиску в пневматичному гальмівному приводі автомобілів: дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.22.02 «Автомобілі та трактори» / *Бондаренко Анатолій Ігорович.* – Харків, 2010. – 203с. 7. Пат. на кор. модель 35140 Україна, МПК В 60 Т 8/00. Модулятор тиску для пневматичного гальмівного приводу / *Є.М. Гецович, А.І. Бондаренко;* заявник та патентообладач *Є.М. Гецович, А.І. Бондаренко* (Україна). – № а 2007 14047; заявл. 14.12.07; опубл. 10.09.08, Бюл. № 17. 8. *Шелудченко В.В.* Адаптація АБС автомобілів, що експлуатуються в аграрному секторі: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.22.02 «Автомобілі та трактори» / *В.В. Шелудченко.* – Суми, 2012. – 28 с. 9. Пат. на винахід 87699 Україна, МПК В 60 Т 8/00. Процес автоматичного керування гальмуванням колісної машини / *Є.М. Гецович, С.Г. Селевич, В.В. Шелудченко;* заявник та патентообладач *Є.М. Гецович, С.Г. Селевич, В.В. Шелудченко* (Україна). – № а 2007 02590; заявл. 12.03.07; опубл. 10.08.09, Бюл. № 15. 10. *Герц Е.В.* Пневматические приводы. Теория и расчет / *Елена Васильевна Герц.* – М.: Машиностроение, 1969.– 359 с. 11. *Герц Е.В.* Пневматика и гидравлика / *Елена Васильевна Герц.* – М.: Машиностроение, 1973.– 320 с. 12. *Герц Е.В.* Расчет пневмоприводов. Справочное пособие / *Е.В. Герц, Г.В. Крейнин* – М.: Машиностроение, 1975. – 272 с. – (Библиотека

конструктора). **13.** *Герц Е.В.* Динамика пневматических систем машин / *Елена Васильевна Герц.* – М.: Машиностроение, 1985. – 256 с.

Bibliography (transliterated): **1.** *Podrigalo M.A.* Tormozhenie traktora s jednoosnym pricerpom bez blokirovanija koles / *M.A. Podrigalo, M.P. Holodov* . *Mehanika ta mashinobuduvannja.* – 2012. – No 2. – P. 144 – 152. **2.** *Podrigalo M.A.* Potencialnye scepnye vozmozhnosti pri tormozhenii kolesnyh traktorov s balansirnoju podveskoju perednego mosta / *M.A. Podrigalo, M.P. Holodov* . *Visnik Doneckoi akademii avtomobilnogo transportu.* – 2011. – No 3. – P. 75 – 83. **3.** *Kutkov A.Ju.* Povyshenie jeffektivnosti ispolzovanija traktorno-transportnogo agregata v rezhime tormozhenija za schet primenenija uprugodempfirujushhego privoda vedushhih koles traktora klassa 1,4: avtoref. dis. na soiskanie uch. stepeni kand. tehn. nauk: spec. 05.20.01 «Tehnologii i sredstva tehničeskogo obsluzhivanja v selskom hozjajstve» / *A.Ju. Kutkov.* – Voronezh, 2011. – 19 p. **4.** *Shepelenko G.N.* Osnovy teorii samohodnyh mashin / *G.N. Shepelenko.* – Kharkov: Osnova, 1993. – 216 p. **5.** *Bondarenko A.I.* Prostorova matematična model procesu galmuvannja kolisnogo traktora FENDT 926 VARIO / *A.I. Bondarenko* . *Shidno-Evropskij zhurnal peredovih tehnologij.* Serija: Matematika ta kibernetika – fundamentalni ta prikladni aspekti. – 2011. – No 5/4 (53). – P. 47 – 51. **6.** *Bondarenko A.I.* Udoskonalennja procesiv moduljacji tisku v pnevmatičnomu galmivnomu privodi avtomobiliv: dis. na zdobuttja nauk. stupenja kand. tehn. nauk: spec. 05.22.02 «Avtomobili ta traktori» / *Bondarenko Anatolij Igorovich.* – Kharkov, 2010. – 203 p. **7.** Pat. na kor. model 35140 Ukraïna, MPK V 60 T 8/00. Moduljator tisku dlja pnevmatičnogo galmivnogo privodu / *E.M. Gecovich, A.I. Bondarenko*; zajavnik ta patentoobladach *E.M. Gecovich, A.I. Bondarenko* (Ukraïa). – No a 2007 14047; zajavl. 14.12.07; opubl. 10.09.08, Bjul. No 17. **8.** *Sheludchenko V.V.* Adaptacija ABS avtomobiliv, shho ekspluatujutsja v agrarnomu sektori: avtoref. dis. na zdobuttja nauk. stupenja kand. tehn. nauk: spec. 05.22.02 «Avtomobili ta traktori» / *V.V. Sheludchenko.* – Sumi, 2012. – 28 p. **9.** Pat. na vinahid 87699 Ukraina, MPK V 60 T 8/00. Proces avtomatičnogo keruvannja galmuvannjam kolisnoi mashini / *E.M. Gecovich, S.G. Selevich, V.V. Sheludchenko*; zajavnik ta patentoobladach *E.M. Gecovich, S.G. Selevich, V.V. Sheludchenko* (Ukraina). – No a 2007 02590; zajavl. 12.03.07; opubl. 10.08.09, Bjul. No 15. **10.** *Gerc E.V.* Pnevmatičeskie privody. Teorija i raschet / *Elena Vasilevna Gerc.* – Moscow: Mashinostroenie, 1969.– 359 p. **11.** *Gerc E.V.* Pnevmatika i gidravlika / *Elena Vasilevna Gerc.* – Moscow : Mashinostroenie, 1973.– 320 p. **12.** *Gerc E.V.* Raschet pnevmoprivodov. Spravočnoe posobie / *E.V. Gerc, G.V. Krejnin* – Moscow: Mashinostroenie, 1975. – 272 p. – (Biblioteka konstruktora). **13.** *Gerc E.V.* Dinamika pnevmatičeskikh sistem mashin / *Elena Vasilevna Gerc.* – Moscow: Mashinostroenie, 1985. – 256 p.

Надійшла (received) 26.01.2015