

### Собственные частоты системы

|                    | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$  | $p_4$   |
|--------------------|-------|-------|--------|---------|
| $\Omega=30$ рад/с  | 8,64  | 54,34 | 823,23 | 2471,28 |
| $\Omega=100$ рад/с | 8,64  | 54,34 | 817,68 | 2469,43 |
| $\Omega=200$ рад/с | 8,64  | 54,34 | 799,13 | 2463,35 |
| $\Omega=400$ рад/с | 8,64  | 54,34 | 720,14 | 2438,87 |
| $\Omega=800$ рад/с | 8,64  | 54,34 | 196,49 | 2338,4  |

#### 4. Выводы

В работе получены обыкновенные дифференциальные уравнения нелинейных колебаний вращающихся стержней. Эти уравнения могут использоваться для анализа нелинейных колебаний лопастей вертолетов и лопаток турбомашин. Отметим, что собственные частоты изгибных колебаний не зависят от частоты вращения стержня, а собственные частоты продольных колебаний зависят от этой величины.

**Список литературы:** 1. *Ю.М.Темис, В.В.Карабан* Геометрически нелинейная конечноэлементная модель закрученного стержня в задачах статических и динамических расчетов лопаток. 2. *Ю.С.Воробьев, Б.Ф.Шорр* Теория закрученных стержней. – К., «Наукова думка», 1983. 3. *В.А.Светлицкий* Механика гибких стержней и нитей. – М., Машиностроение, 1978. 4. *В.И.Гуляев, В.В.Гайдайчук, В.Л.Кошкин* Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – К., «Наукова думка», 1992. 5. *Avramov K.V.* Non-linear beam oscillations excited by lateral force at combination resonance // Journal of Sound and Vibration. – 2002. – 257(2). – P. 337-359. 6. *Avramov K.V.* Bifurcations of parametric oscillations of beams with three equilibrium // Acta Mechanica. – 2003. – V. 164. – P. 115-138. 7. *В.Л.Бидерман* Прикладная теория механических колебаний. – М., «Высшая школа», 1972.

*Поступила в редколлегию 16.03.2005*

УДК 539.5

**В.Н.КОНКИН**, канд.техн.наук; **В.И.ЛАВИНСКИЙ**, докт.техн.наук;  
НТУ «ХПИ»

### ТЕРМОУСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЕВЫХ И ПЛАСТИНЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Представлені результати дослідження граничних станів і втрати стійкості прямолінійної форми стрижня і плоскої форми круглї пластинки з урахуванням температурної залежності модуля пружності матеріалів елементів.

The research results of maximum fortunes and steadiness loss of rectilinear bar form and flat form of round plate with calculation of temperature elements materials resiliency module dependence are represented.

Для стержневых и пластинчатых элементов конструкций наряду расчетов несущей способности по термпрочности, важное практическое значение имеют расчеты на термоустойчивость и определение характера поведения конструкции в закритической стадии. Решение задач в условиях неравномерного нагрева с учетом изменяющихся механических характеристик материала является сложным, так как связано с решением систем нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Если задачу определения критических температур, при которых элемент теряет устойчивость, возможно решить в линейном приближении, то вторую задачу, связанную с определением характеристик процессов и поведения конструкции после потери устойчивости, необходимо решать только в нелинейной постановке.

Отметим еще один важный практический аспект использования указанных предельных характеристик, заключающийся в прогнозе огнестойкости элементов конструкций в условиях огневого воздействия при пожаре. За предел огнестойкости элементов строительных конструкций принимается время, отвечающее интервалу от начала огневого воздействия до появления одного из предельных состояний [1,2]. Для стандартных условий пожара рекомендована скорректированная зависимость на восходящей ветви распределения «температура – время» [2]:

$$T_p = 345 \cdot \psi \cdot \lg(8 \tau + 1), \quad (1)$$

где  $T_p$  – температура реального пожара, °C;  $\tau$  – время от начала пожара, мин.;  $\psi$  – коэффициент коррекции.

Достаточно широко в современной периодике представлены методы определения огнестойкости по исчерпанию несущей способности в элементах строительных конструкций [1,2]. Отметим, что наряду с исчерпанием несущей способности возможно наступление предельного состояния, отвечающего потере устойчивости при температурном воздействии. В настоящее время практически отсутствуют работы, в которых изучены вопросы исследования огнестойкости, связанные с потерей устойчивости. Последнее замечание определяет актуальность темы исследования.

Если выполнить моделирование условий пожара для решения задачи по определению характеристик распределений тепловых источников и тепловых потоков, действующих на элемент конструкции, то далее задачу можно свести к расчету стержней и пластинок при неравномерном нагреве.

После потери термоустойчивости элементы конструкций не выходят их строя, если их деформации, возникшие от выпучивания, в условиях продолжающегося пожара по эксплуатационным требованиям допустимы при достаточном запасе прочности и выполняют функциональное назначение. Решение такой задачи позволит прогнозировать продолжительность остаточного ресурса конструкции при развивающемся пожаре.

Поэтому при решении первой задачи достаточно определить критическую температуру  $T_{кр}$ , отвечающую потере термоустойчивости пластинки, а далее из уравнения (1) вычислить время  $\tau_{кр}$  достижения этой температуры.

Полученное значение времени  $\tau_{кр}$  и представляет собой оценку предела огнестойкости стержневого или пластинчатого элемента конструкции в условиях реального пожара. В реальных условиях истинное значение предела огнестойкости, как правило, ниже по сравнению со значением, определенным из теоретического анализа термоустойчивости. Это связано с рядом факторов, которые условно можно разделить на две группы. К первой группе отнесем факторы случайной природы. Среди них можно выделить случайный характер тепловых процессов при пожаре, неконтролируемые отклонения в геометрических размерах конструкций (незначительные отклонения оси несущих стоек строительных конструкций от прямолинейной формы, отклонения в толщине днища резервуара и пр.), случайный разброс теплофизических и механических характеристик материалов. Вторая группа факторов, влияющая на предел огнестойкости элемента конструкции при потере устойчивости, носит детерминированный характер. К таким факторам можно отнести, например, температурную зависимость теплофизических и механических характеристик материала. Весьма характерна для механических параметров материалов зависимость их от высоких температур. Многообразная зависимость механических свойств материалов от воздействия тепла делает расчет стержневых и пластинчатых элементов достаточно сложным. Учесть влияние всех факторов, воздействующих на механические свойства материалов, при расчетах термпрочности и термоустойчивости в настоящий момент невозможно.

Для конструкционных сталей в интервале температур до  $500^{\circ}\text{C}$  зависимость модуля упругости достаточно корректно описывается линейной зависимостью  $E = E_0 - \beta_{Г1}T$ , где  $E_0$  – модуль упругости материала при комнатной температуре;  $\beta_{Г1}$  – коэффициент, зависящий от материала, для малоуглеродистой стали  $\beta_{Г1} \approx 10^8 \text{ Н/м}^2 \cdot \text{град}$ . Коэффициент линейного расширения  $\alpha$  для большинства металлов и сплавов с повышением температуры возрастает. С достаточной для практических расчетов степенью точности такую зависимость можно аппроксимировать в виде линейной функции  $\alpha = \alpha_0 + k_{\alpha}T$ , где  $\alpha_0$  – коэффициент линейного расширения при комнатной температуре; для сталей  $k_{\alpha} = 0,6 \cdot 10^{-8} \text{ град}^{-2}$ .

Примем, что круглая стальная пластинка радиуса  $R$  и постоянной толщины  $h$  имеет шарнирно закрепленный наружный контур. Пластинка не нагружена внешней поперечной нагрузкой. Поэтому начало отклонения срединной плоскости, отвечает потере устойчивости, вызванной действием тепловых осесимметричных источников. Для определенности введем закон распределения стационарной температуры по поверхности пластины в виде параболического:

$$T = T_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right), \quad (2)$$

где  $T_0$  – температура в центре пластинки.

Для линейной постановки задачи для прогибов  $w = f(r)$  пластинки при осесимметричном изгибе необходимо получить условия ненулевого решения

следующего уравнения [3,4]:

$$D_T \nabla^2 \nabla^2 w + \nabla^2 M_T + 2 \frac{dD_T}{dr} \cdot \frac{d^3 w}{dr^3} + \left( \nabla^2 D_T + \frac{1+\mu}{r} \cdot \frac{dD_T}{dr} \right) \cdot \frac{d^2 w}{dr^2} + \left( \frac{\mu}{r} \cdot \frac{d^2 D_T}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{dD_T}{dr} \right) \cdot \frac{dw}{dr} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $D_T = \frac{1}{1-\mu^2} \int_{-h/2}^{h/2} E(r, z) z^2 dz$  – цилиндрическая жесткость пластинки

при переменном модуле упругости за счет температурной зависимости;

$M_T = \frac{1}{1-\mu} \int_{-h/2}^{h/2} E(r, z) \alpha(r, z) T(r, z) z dz$  – изгибающий момент, вызванный тем-

пературным воздействием;  $\mu$  – коэффициент Пуассона материала.

Для определения критических параметров, в частности, критической температуры –  $T_{кр}$ , необходимо проанализировать условия существования ненулевого решения уравнения в прогибах  $w = f(r)$  [4] при соответствующих граничных условиях. Первое граничное условие в виду условий осевой сим-

метрии имеет вид – при  $r = 0$ ;  $\frac{dw}{dr} = 0$ . Второе граничное условие выбирается

для конкретного опирания внешнего контура.

Для решения сформулированной задачи устойчивости при температурном воздействии применяются приближенные методы, в частности метод Бубнова-Галеркина [3]. Для случая шарнирного опирания контура решение уравнения (3) представим в виде произвольного степенного ряда:

$$v(r) = \left[ (2+\mu) \cdot \rho - (1+\mu) \cdot \rho^2 \right] \cdot v_R + \rho(\rho-1)^2 \sum_{j=1}^n A_j \cdot \rho^{j-1}, \quad (4)$$

где  $v = \frac{dw}{dr}$ ;  $\rho = \frac{r}{R}$ ;  $v_R$  – значение угла поворота на контуре пластинки.

Найдем величину критической температуры  $T_{окр}$ , при достижении которой пластина теряет устойчивость. Примем линейный закон температурной зависимости модуля упругости и следующие параметры для расчета:  $\mu = 0,3$ ;  $\alpha = 0,12 \cdot 10^{-4}$  град $^{-1}$ ;  $E_0 = 2 \cdot 10^{11}$  Па;  $h/R = 0,02$ . Далее применяя схему метода Бубнова-Галеркина и ограничиваясь в разложении (4) двумя слагаемыми, получаем алгебраическое уравнение. Приближенное решение его приводит к критическому значению температуры  $T_{окр} = 351$  °С. При постоянном модуле упругости ( $\beta_T = 0$ ) критическое значение температуры равняется 493 °С. С учетом температурной зависимости модуля упругости материала критическая температура снижается на 28,2 %. Аналогичная тенденция наблюдается в расчетах термоустойчивости стержней.

**Список литературы:** 1. *Милованов А.Ф.* Огнестойкость железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1986. – 224 с. 2. *Фомін С.Л., Григор'ян Б.Б.* Розрахунок вогнестійкості будівельних конструкцій за реальним режимом пожежі // Бюлетень пожежної безпеки. – № 2. – 2002. – С. 9-10. 3. *Подстригач Я.С., Коляно Ю.М.* Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – К.: Наук. думка, 1972. – 302 с. 4. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.

*Поступила в редколлегию 25.07.2005.*

УДК 538.04

**Л.В.АВТОНОМОВА**, канд.техн.наук;  
**А.В.СТЕПУК**, канд.физ.-мат.наук; НТУ «ХПИ»

### **ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ**

У роботі досліджені механізми деформування при впливі імпульсних магнітних полів. Показано, що: процес деформування металів неоднорідний через термічні ефекти скін-шару, що розігрівається; границя текучості росте від поверхні всередину металу, де досягає значень динамічної границі текучості; нульовий тиск магнітного полючи на поверхні металу не охороняє його від структурних змін при деформуванні.

Deformation mechanisms in pulse high magnetic fields are considered in the researching. The basic conclusions are as follows: non-uniformity of metals' deformation resulted on thermal effects of skin heating; raising of plasticity limit from surface to the sample depth up to its dynamic value; zero magnetic field pressure on surface does not prevent the metal structural modifications.

Основными механизмами пластической деформации при воздействии ИСМП являются скольжение и двойникование, причем каждый из них проявляется в зависимости от свойств деформируемых материалов, в различной форме и соответственно влияет на формируемые структурные свойства.

1. Анализ скольжения в металлах заключался в определении индексов кристаллографических плоскостей, по которым идет скольжение, числа таких плоскостей, а также взаимодействия дислокаций, действующих в разных системах. Как известно [1], условием действия какой-либо системы скольжения является достижение скальвующего напряжения по плоскости – критического, которое равно  $t_{кр} = s \cdot \cos v \cdot \cos l$ , где  $s$  – нормальное действующее напряжение;  $v$  – угол между направлением приложенного напряжения и нормалью к плоскости скольжения;  $l$  – угол между направлением приложенного напряжения и нормалью к плоскости скольжения. То есть действие тех или иных систем скольжения будет определяется фактором Шмидта – произведением  $\cos v \cdot \cos l$ .

Особенности скольжения изучались на монокристалле меди, выращенном в направлении [110] при деформации в ИСМП амплитудой 160 кЭ и дли-