

*Л.В.АВТОНОМОВА*, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;  
*С.В.БОНДАРЬ*, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;  
*Б.Н.КИРКАЧ*, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;  
*А.В.СТЕПУК*, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;  
*Ю.М.ШМЫГАРЕВ*, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., НТУ «ХПИ»

## **УТОЧНЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ОБМОТКИ**

Запропонована уточнена математична модель розрахунку термонапруженого стану з урахуванням контактної взаємодії шарів в багатоконпонентній електромагнітній обмотці електрофізичних установок, яка знаходиться під дією полів різної фізичної природи.

An enhanced mathematical model of stress state calculations is suggested. It takes into account the contact interaction of layers in multicomponent electromagnetic winding of electro-physical devices, used under the various physical fields

**1. Введение.** Многие элементы объектов из разных областей техники, на которые при эксплуатации воздействуют физико-механические поля различной природы, могут рассматриваться как структурно связанные механические системы (ССМС). Такие системы включают в себя деформируемые тела с неоднородными свойствами; нагружение их и механизмы взаимодействия составляющих структурных элементов моделируются в виде объемных и поверхностных полей различной физико-механической природы. Специфической особенностью этих систем является взаимодействие структурных неоднородных элементов при их контактном деформировании в условиях действия тепловых, электромагнитных и силовых воздействий. Необходимая точность расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) таких элементов структурно связанных механических систем позволяет достоверно оценить прочность и жесткость ССМС, отвечающим реальным конструкциям новой техники.

**2. Формулировка проблемы.** Так катушка электромагнитной системы энергетических электрофизических установок является примером такой структурно связанной механической системы. Определенный интерес представляет анализ напряженно-деформированного состояния обмотки (катушек) электромагнитной системы при действии значительных объемно-распределенных пондеромоторных сил. Катушки ЭМС состоит из набора медных проводников, изолированных друг от друга. Для обеспечения высоких жесткостных характеристик обмотки компандированный пакет помещается в стальной корпус. Нормальное поперечное сечение катушки ЭМС име-

ет симметричную регулярную структуру, включающую медные включения (проводники) и изоляционные слои из эпоксидного компаунда, и приведено на рис. 1. В первом приближении из-за сложности численной реализации для анализа напряженно-деформированного состояния в целом обмотки можно ввести допущение, что многокомпонентное сечение стержня можно рассматривать как монолитное с приведенными эквивалентными жесткостями в рамках стержневой расчетной схемы. Однако, учитывая, что взаимодействие между отдельными элементами обмотки имеет сложный характер при воздействии на них пондеромоторных сил и наличие объемного температурного поля приводит к необходимости рассматривать обмотку как структурно связанную механическую систему.

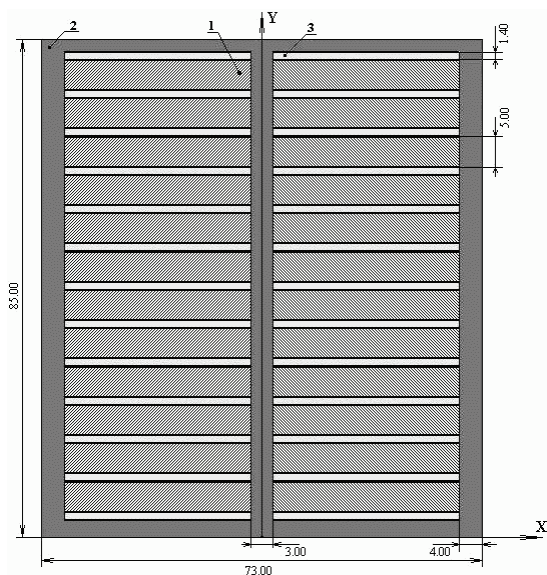


Рисунок 1 – Сечение обмотки: 1 – медные шины; 2 – стальной корпус; 3 – изоляционные слои

**3. Математическая модель.** В рамках уточненной модели ССМС расчетная схема представляется в виде неоднородной структуры объемных медных шин, упруго контактирующих с соответствующими слоями изоляции и стальным корпусом. Медные шины и корпус находятся под воздействием объемных пондеромоторных сил, а температурное поле, вызванное протеканием мощных токов по обмотке, принято однородным.

Принимая во внимание длительность импульса тока и анализируя режимы работы электромагнитной системы энергетических электрофизических установок считаем:

- электромагнитные процессы квазистатическими  $\omega l/c \ll 1$ , где  $\omega$  – ра-

- бочая частота установки,  $c$  – скорость света,
- $\mathbf{j} = \beta \mathbf{E}_c$ , где  $\mathbf{j}$  – вектор плотности тока,  $\beta$  – коэффициент электропроводности,  $\mathbf{E}_c$  – вектор напряженности электрического поля;
- равенство нулю плотности поверхностных зарядов  $\rho_c = 0$ .

Тогда основные соотношения электромагнитного поля [1] принимают следующий вид:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}; \quad \nabla * \mathbf{B} = \mathbf{0}; \quad (\nabla \times \mathbf{B}) * (\nabla \times \mathbf{B}) / (\beta_0 \mu_0 c^2) = 0; \quad \Delta \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

где  $\nabla = \partial i / \partial x + \partial j / \partial y + \partial k / \partial z$  – оператор Лапласа в декартовых координатах;  $\mathbf{H}$  – вектор магнитной напряженности;  $\mathbf{B}$  – вектор магнитной индукции;  $\mathbf{j}$  – вектор плотности тока;  $\beta_0, \mu_0$  – электрическая и магнитная проницаемость среды.

Из уравнения (1) определяются локальные характеристики вектора магнитной индукции и вектора напряженности магнитного поля и интегральные характеристики – магнитоэстатические силы:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu; \quad \mathbf{F} = \int [(\mathbf{H}(\mathbf{n} * \mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n} * \mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{B} * \mathbf{H}))] d\mathbf{S} / 2.$$

В рамках модели связанной задачи электромагнитотермоупругости, которая учитывает действие электромагнитного поля на термомеханическое состояние тела, в уравнениях равновесия учитываются пондеромоторные силы а также тепловыделение из-за наличия джоулевых источников тепла.

Для определения теплового состояния ССМС используется уравнение теплопроводности:

$$\rho c_v \partial T / \partial t = \text{div} \lambda \text{ grad} T + j^2 / \sigma(T), \quad (3)$$

основные уравнения, описывающие напряженно-деформированного состояния, имеют вид:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) / 2; \quad \boldsymbol{\sigma} = \lambda \boldsymbol{\varepsilon}_v \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (4)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – тензор деформаций;  $\mathbf{u} \{u_x, u_y, u_z\}$  – вектор перемещений;  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений;  $\mu$  и  $\lambda$  – постоянные Ламе;  $\boldsymbol{\varepsilon}_v = \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_3$  – первый инвариант деформаций;  $\mathbf{I}$  – единичный тензор, причем постоянные Ламе в данном случае зависят от температуры, то есть нелинейны. Для численного решения используются уравнения в перемещениях:

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla * \mathbf{u}) + (\mathbf{B})_x (\nabla \times \mathbf{B}) / \mu_0 = 0. \quad (5)$$

Граничные условия при решении задачи:

$$\boldsymbol{\sigma}_0 * \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}; \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_0; \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_c, \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}_0$  – заданные напряжения на поверхности;  $\mathbf{u}_0$  – заданные перемещения на поверхности;  $\mathbf{B}_c$  – составляющая магнитного поля воздуха.

При решении задачи теплопроводности граничные условия на поверхности обмотки выбираются как условия конвективного теплообмена с воздухом.

Рассматриваемая обмотка может быть представлена объединением объемных контактирующих подобластей  $V^m$  ( $m = 1, n$ ), границы которых включают и зоны контакта  $S_k$ . Условия сопряжения контактирующих подобластей могут быть сформулированы в виде неравенств:

$$\mathbf{u}_{n-1}^{m-1} + \mathbf{u}_{n-1}^{m+1} - \delta_{on}^m \leq 0; \quad \boldsymbol{\sigma}_{nn}^m \leq 0,$$

где  $u_{n, n}^{m-1}$ ,  $u_{n, n}^{m+1}$ ,  $\delta_{on}^m$  – нормальные перемещения точек поверхностей подобластей и начальный зазор,  $\sigma_{nn}^m$  – нормальное напряжение на контактирующих поверхностях.

Условия фрикционного взаимодействия на  $S_k$  принимаются в форме закона Кулона:

$$|\sigma_{nt}| = f_{mn} \sigma_{nn},$$

где  $f_{mn}$  – коэффициент трения скольжения, зависящий от материалов контактирующих тел, которые можно представить кусочно-однородными средами с различными физико-механическими свойствами.

Для численной реализации поставленной задачи, описывающей связанные электромагнитные, тепловые и механические процессы в многокомпонентной электромагнитной обмотке ЭМС, был применен метод конечных элементов.

На рис. 1 представлен вид сложного поперечного сечения стержневой обмотки ЭМС. Стальной корпус с перегородкой содержит 12 медных шин с изоляционными слоями, симметрично расположенных.

Физико-механические характеристики материалов: для медных проводников – модуль упругости  $E_m = 109,1$  ГПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,33$ ; для стального корпуса – модуль упругости  $E_c = 196,2$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,27$ ; для изоляционного материала – модуль упругости  $E_i = 24,525$  ГПа, значение которого уменьшается вдвое по нелинейному закону [2]; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ .

Задача решалась программным комплексом ANSYS.

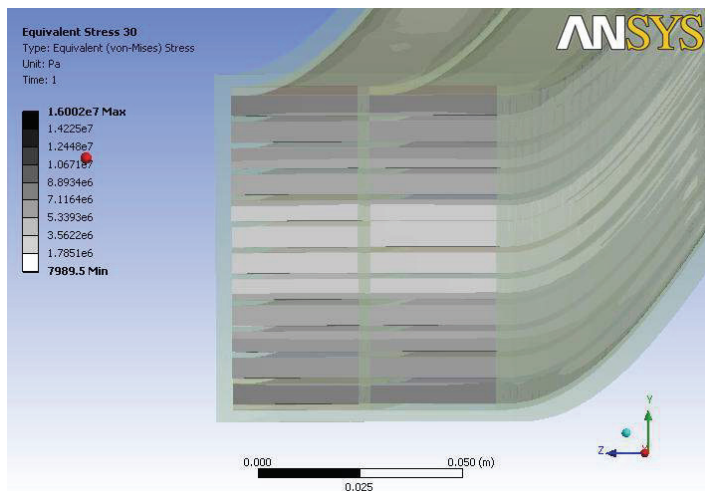


Рисунок 2 – Распределение эквивалентных напряжений в сечении при  $T = 20$  °C

#### 4. Результаты расчетов. В трехмерной постановке был проведен расчет

НДС обмотки с учетом контактного взаимодействия подобластей системы при действии пондеромоторных объемных сил и температурного поля с учетом нелинейной зависимости коэффициентов Ламе от температуры. На рис. 2 и рис. 3 представлено распределение эквивалентных напряжений в сечении при  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$  и нагреве обмотки до  $T = 120\text{ }^{\circ}\text{C}$  в наиболее нагруженном сечении пакета. Следует отметить, что учет влияния джоулевых источников тепла и соответствующего температурного поля вызывает изменение максимальных эквивалентных напряжений, которые соответствуют уровню предела прочности материала изоляции. В связи с большой разностью температур и коэффициентов линейного расширения медных шин и стального корпуса составляющие температурных напряжений превышают напряжения, вызванные пондеромоторными силами. Поэтому происходит перераспределение поля напряжений и наблюдается повышенный уровень эквивалентных напряжений в центральных слоях пакета.

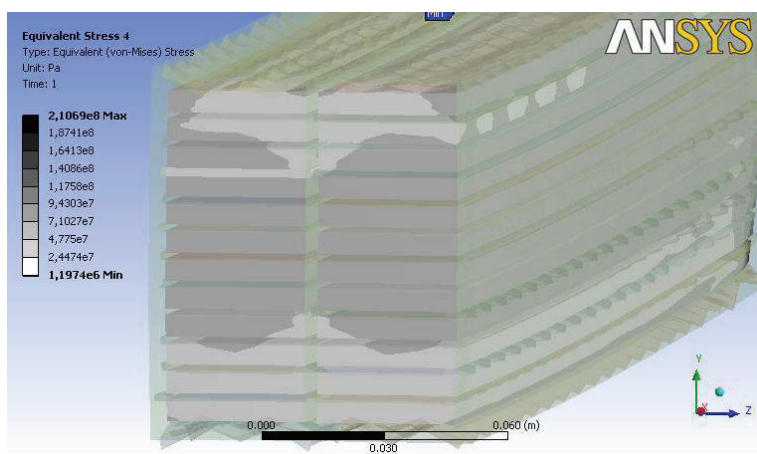


Рисунок 3 – Распределение эквивалентных напряжений в сечении при  $T=120\text{ }^{\circ}\text{C}$

На рис. 4 представлены графики распределения деформаций  $\epsilon_z$  в многокомпонентном сечении обмотки: пунктирная прямая соответствует расчетной схеме монолитного бруса с приведенными эквивалентными жесткостями в рамках стержневой задачи; сплошная кривая – уточненной модели с учетом контактного взаимодействия медных шин с соответствующими слоями изоляции. Линейный закон распределения деформаций по высоте пакета демонстрирует совместность деформирования слоев проводников и изоляции. В такой упрощенной постановке не рассматривается контактная задача, решение которой позволяет учитывать эффект возможного проскальзывания в зонах контактов, а также задача термоупругого состояния обмотки при действии джоулевых объемных источников тепла.

**Вывод.** Из результатов следует, что при расчете на прочность многокомпонентных электромагнитных обмоток необходимо учитывать взаимное влияние действующих электромагнитных, температурных и механических полей в подобных структурно связанных механических системах. В дальнейшем при исследовании напряженно-деформированного состояния изоляционных слоев требуется учитывать в математической модели анизотропные свойства изоляционного материала.

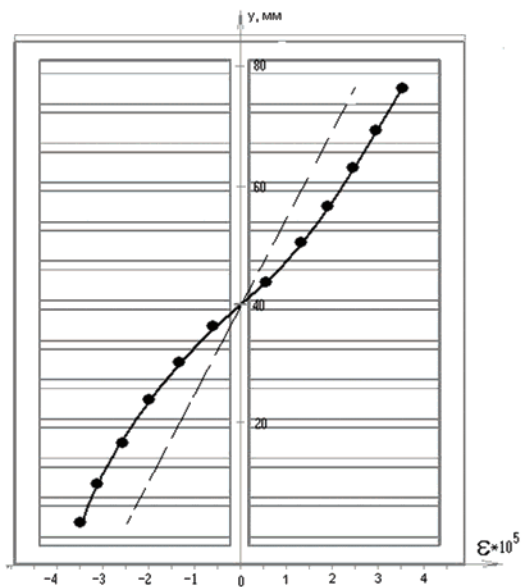


Рисунок 4 – График распределения деформации  $\epsilon_z$  в сечении

**Список литературы:** 1. Я.С.Подстригач Магнетотермоупругость проводящих тел / Я.С.Подстригач, Я.И.Бурак, В.Ф.Кондрат. – К.: Наукова думка, 1982. – 296 с. 2. В.В.Васильев Композиционные материалы / В.В.Васильев, В.Д.Протасов, В.В.Болотин, В.Ф.Кондрат. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с. 3. Л.И.Седов Математические методы для создания новых моделей сплошной среды / Л.И.Седов. – Усп. Мат. Наук, 20, № 5.

Поступила в редколлегию 10.09.2010